

Простейшие задачи в координатах.

Метод координат.

Координаты середины отрезка.

- Дано: $A(x_1; y_1)$ $B(x_2; y_2)$ C – середина AB .
- Выразить: $C(x; y)$, через A и B .
- Доказательство:

Т.к. C – середина AB , то $\overrightarrow{OC} = 0,5(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$

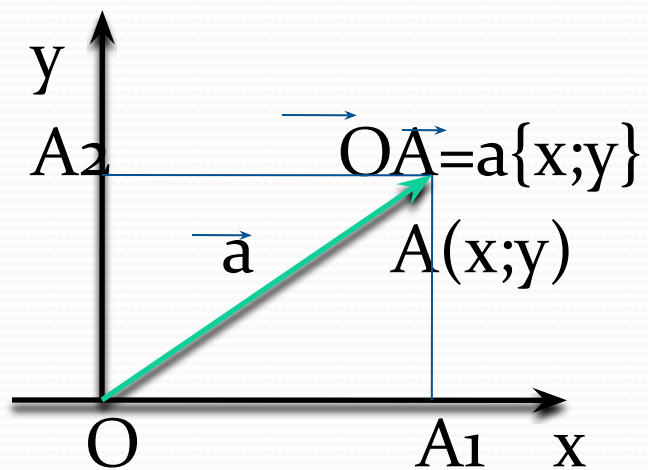
Координаты векторов \overrightarrow{OC} , \overrightarrow{OA} и \overrightarrow{OB} равны координатам точек C , A и B : $\overrightarrow{OC} \{x; y\}$, $\overrightarrow{OA} \{x_1; y_1\}$, $\overrightarrow{OB} \{x_2; y_2\}$.

Тогда:

$$\underline{\underline{x = 0.5(x_1 + x_2) ; y = 0.5(y_1 + y_2).}}$$

Вывод. Каждая координата середины отрезка равна полусумме соответствующих координат его концов.

Вычисление длины вектора по его координатам.



$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Доказательство.

- Отложим от начала координат вектор $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ и проведем через точку A перпендикуляры AA_1 и AA_2 к осям Ox и Oy . Координаты точки A равны координатам вектора $OA\{x;y\}$. Поэтому $OA_1 = |x|$, $AA_1 = OA_2 = |y|$. По теореме Пифагора:

$$OA = \sqrt{OA_1^2 + AA_1^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Но $|\vec{a}| = |\overrightarrow{OA}| = OA$, поэтому $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$, что и требовалось доказать.

Расстояние между точками.

- Дано: $M_1(x_1; y_1)$ $M_2(x_2; y_2)$
- Выразить расстояние d между точками M_1 и M_2 .
- Доказательство:

Рассмотрим вектор $\overrightarrow{M_1M_2}\{x_2-x_1; y_2-y_1\}$.

Следовательно, длина этого вектора может быть найдена по формуле:

$$|\overrightarrow{M_1M_2}| = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}. \text{ Но } |\overrightarrow{M_1M_2}| = d. \text{ Таким образом,}$$

расстояние d между точками $M_1(x_1; y_1)$ и $M_2(x_2; y_2) =$

$$d = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$$