Простейшие задачи в координатах.

Метод координат.

Координаты середины отрезка.

- Дано: $A(x_1;y_1)$ $B(x_2;y_2)$ C–середина AB.
- Выразить: C (x; y), через A и B.
- Доказательство:

Т.к. С – середина АВ, то $\overrightarrow{OC} = 0{,}5(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})$

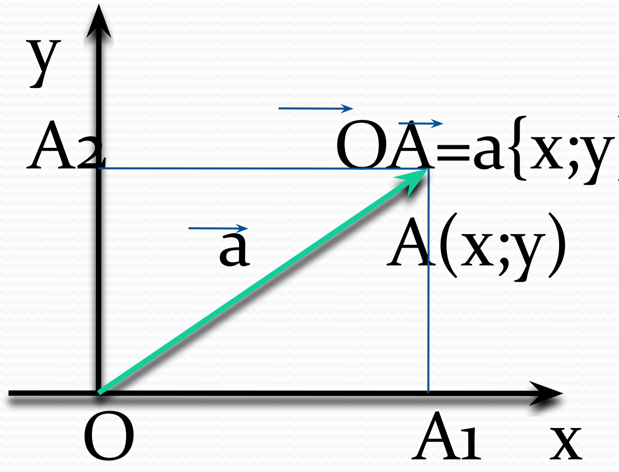
Координаты векторов $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{OB}$ равны координатам точек С, А и В: $\overrightarrow{OC}\{x; y\}$, $\overrightarrow{OA}\{x_1; y_1\}$, $\overrightarrow{OB}\{x_2; y_2\}$.

Тогда:

$$\mathbf{x=0.5(x_1+x_2)\ ;\ y=0.5(y_1+y_2).}$$

Вывод. Каждая координата середины отрезка равна полусумме соответствующих координат его концов.

Вычисление длины вектора по его координатам.



$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Доказательство.

- Отложим от начала координат вектор $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ и проведем через точку А перпендикуляры AA_1 и AA_2 к осям Ох и Оу. Координаты точки А равны координатам вектора $\overrightarrow{OA}\{x;y\}$. Поэтому $OA_1=|x|$, $AA_1= OA_2 = |y|$. По теореме Пифагора:

$OA=\sqrt{OA_1^2 + AA_1^2}= \sqrt{x^2+y^2}$

Но $|\vec{a}| = |\overrightarrow{OA}| = OA$, поэтому $|\vec{\mathbf{a}}| = \sqrt{\mathbf{x}^2+\mathbf{y}^2}$, что и требовалось доказать.

Расстояние между точками.

- Дано: $M_1(x_1;y_1)$ $M_2(x_2;y_2)$
- Выразить расстояние d между точками M_1 и M_2.
- Доказательство:

Рассмотрим вектор $\overrightarrow{M_1M_2}\{x_2-x_1;y_2-y_1\}$. Следовательно, длина этого вектора может быть найдена по формуле:

$|\overrightarrow{M_1M_2}|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$. Но $|\overrightarrow{M_1M_2}|=d$. Таким образом, расстояние d между точками $M_1(x_1;y_1)$ и $M_2(x_2;y_2)=$

$$\mathbf{d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}}$$