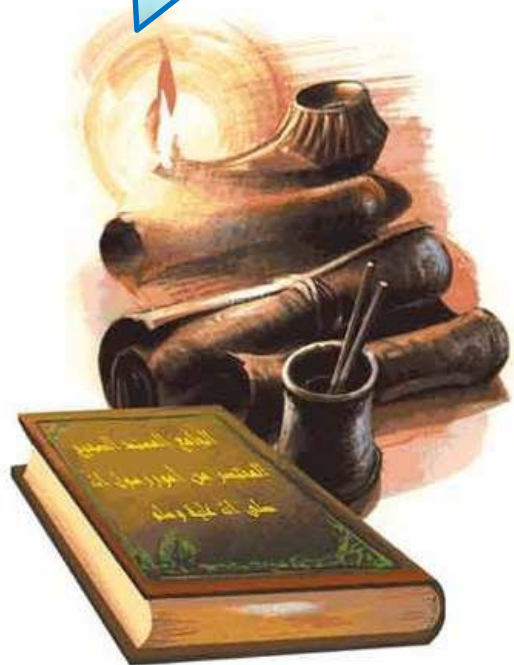


Домашнее задание

Записать решение задач из учебника в соответствии с пунктами алгоритма



Алгоритм решения экстремальных задач

1. Сделать рисунок, отметить определяющие элементы и другие данные из условия задачи
2. Записать формулу для величины, о которой говорится «наибольшая» или «наименьшая»
3. Ввести переменную x и выразить через нее остальные параметры, входящие в формулу, используя условие задачи
4. Задать функцию и область ее изменения, используя условие задачи
5. Исследовать функцию с помощью производной
6. Ответить на вопрос задачи

5.9. Задачи на максимум и минимум

ЗАДАЧА 1. Из чисел отрезка $\left[-\frac{3}{2}; 2\right]$ найдем такое, для которого разность утроенного числа и его куба наименьшая.

Пусть x — любое число из отрезка $\left[-\frac{3}{2}; 2\right]$. Составим разность $3x - x^3$. Требуется найти такое число

Записать решение
в соответствии с
пунктами
алгоритма

1. $3a - a^3$

2. Пусть $a = x$

3. $f(x) = 3x - x^3$
на $[-3/2; 2]$

4. $f'(x) = 3 - 3x^2 =$
 $= 3(1 - x^2) =$
 $= 3(1 - x)(1 + x)$

$f'(x) = 0$

$x = 1 \in (-3/2; 2)$

$x = -1 \in (-3/2; 2)$

критические
точки

$f(1) = 3 \cdot 1 - 1^3 = 2$

$f(-1) = 3 \cdot (-1) - (-1)^3 = -2$ ★

$f(-3/2) = 3 \cdot (-3/2) - (-3/2)^3 =$
 $= -9/2 + 27/8 = -9/8$

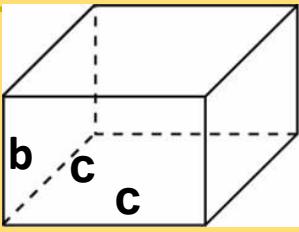
$f(2) = 3 \cdot 2 - 2^3 = -2$ ★

$\min_{[-1,5; 2]} f(x) = f(-1) = f(2)$

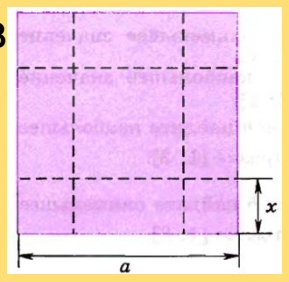
5. $a = -1; a = 2$

Записать решение
в соответствии с
пунктами
алгоритма

ЗАДАЧА 2. Дан квадратный лист жести со стороной a см. В его углах вырезают одинаковые квадраты (рис. 126) и, загибая края по пунктирным линиям, делают коробку. Выясним, при каких размерах квадратов объем коробки будет наибольшим, и найдем этот объем.



- $V = c^2 b$
- Пусть $b=x$, тогда $c=a-2x$ из условий



- $V(x) = (a - 2x)^2 x$
на $(0; a/2)$
из условия $c > 0; b > 0$

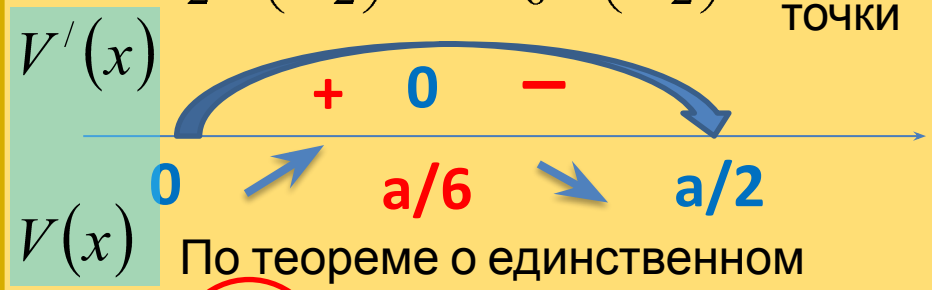
- $$V(x) = (a^2 - 4ax + 4x^2)x = a^2x - 4ax^2 + 4x^3$$

$$V'(x) = a^2 - 8ax + 12x^2$$

$$V'(x) = 0 \quad ; \quad 12x^2 - 8ax + a^2 = 0$$

$$D = 64a^2 - 48a^2 = 16a^2 \quad ; \quad x_{1,2} = \frac{8a \pm 4a}{24}$$

$$x = \frac{a}{2} \notin \left(0; \frac{a}{2}\right) \quad ; \quad x = \frac{a}{6} \in \left(0; \frac{a}{2}\right) \quad \text{критические точки}$$



- По теореме о единственном экстремуме

$$b = \frac{a}{6} \quad ; \quad c = a - 2 \cdot \frac{a}{6} = \frac{2a}{3} \quad \min_{\left(0; \frac{a}{2}\right)} V(x) = V\left(\frac{a}{6}\right)$$

$$V = \left(\frac{2a}{3}\right)^2 \cdot \frac{a}{6} = \frac{4a^3}{54} = \frac{2a^3}{27}$$