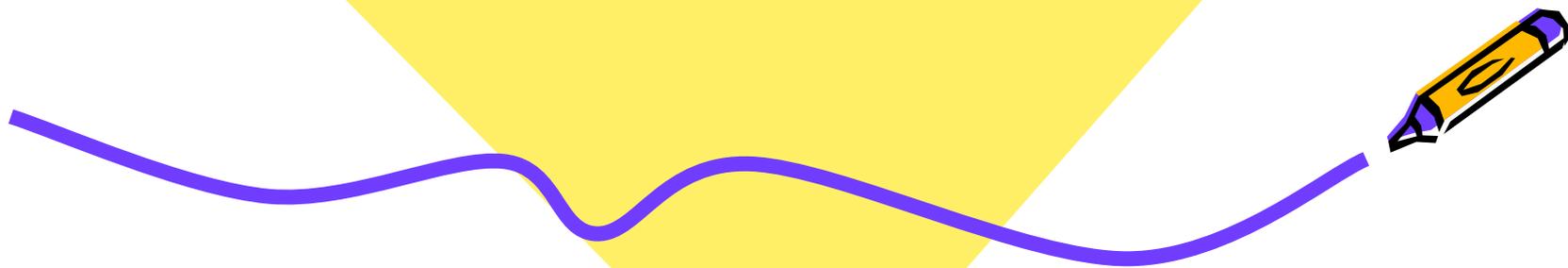


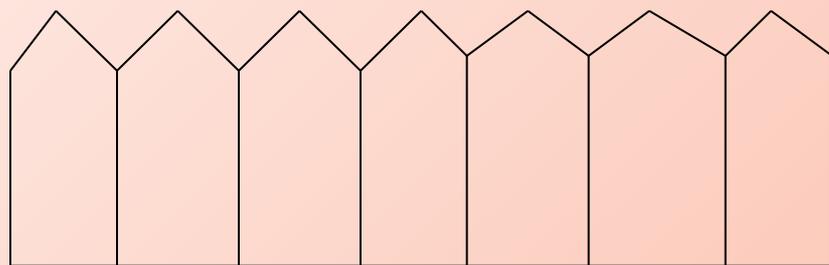
ТЕМА

ЗАДАЧИ НА ОПТИМАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ

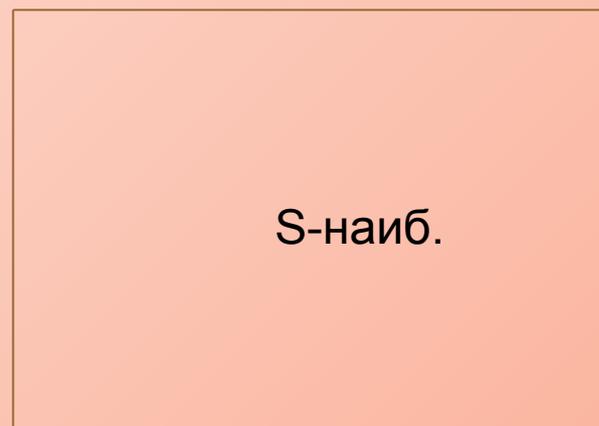
11 КЛАСС



В нашем распоряжении имеется изгородь длиной в 200 м. Требуется огородить ею участок земли в виде прямоугольника наибольшей площади. Какие размеры будет иметь этот участок и чему будет равна его площадь?



200 м



Задача 2.

Условие задачи:

- При подготовке к экзамену студент за t дней изучает $t/(t+k)$ - ю часть курса, а забывает αt - ю часть. Сколько дней нужно затратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса?

Дано:

$$k = 2, \quad \alpha = \frac{2}{49}.$$



Условие задачи:

Для монтажа оборудования необходима подставка объемом 1296 дм^3 в форме прямоугольного параллелепипеда. Квадратное основание подставки будет вмонтировано в пол, а ее задняя стенка – в стену цеха. Для соединения подставки по ребрам, не вмонтированным в пол или стену, используется сварка. Определите размеры подставки, при которых общая длина сварочного шва будет наименьшей.

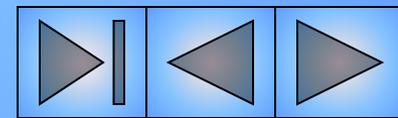
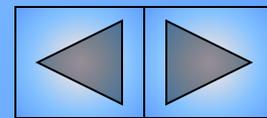
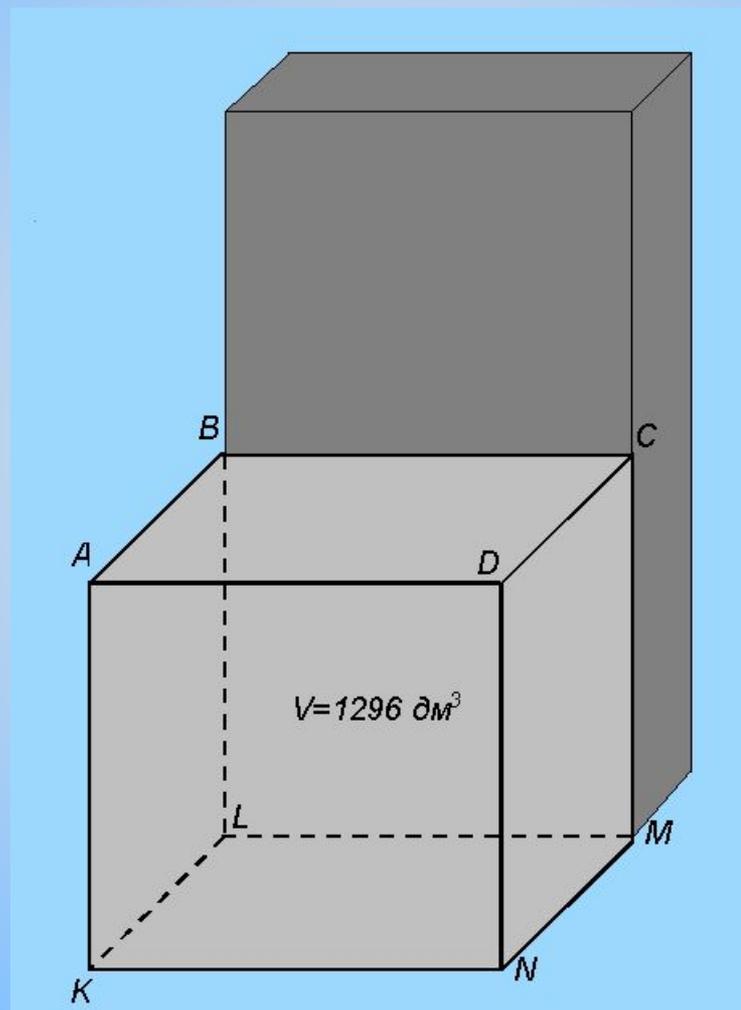
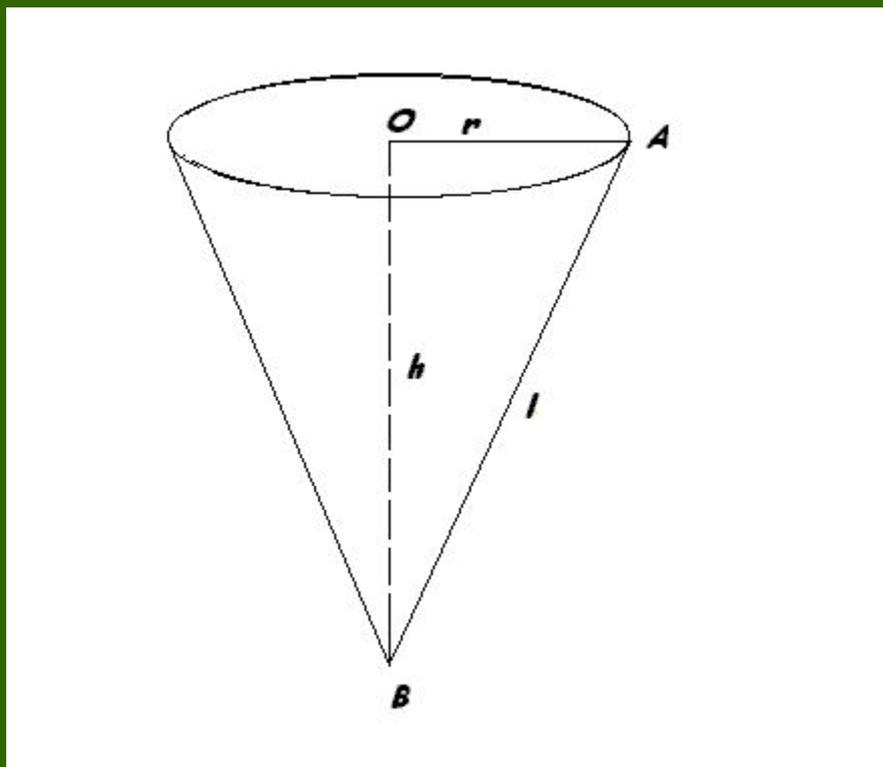


Чертёж к задаче:



Требуется изготовить коническую воронку с образующей $l=15$. Какова должна быть высота воронки, чтобы ее объем (V) был наибольшим?



№3. Ток силы I разветвляется по двум проводам, сопротивление которых r_1 и r_2 . По какому закону должно было бы происходить разветвление, чтобы выделяющаяся в обоих проводах теплота была наименьшей?
(Время примите за единицу)

КРОССВОРД

По горизонтали:

1. Отгадайте ребус.



роза"

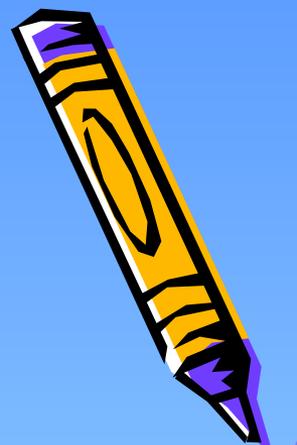
ная



4. Если x_0 - точка экстремума дифференцируемой функции $f(x)$, то производная в этой точке равна...
5. Утверждение в п.4 называют теоремой... (фамилия ученого).
6. Если при переходе через стационарную точку x_0 функции $f(x)$ ее производная меняет знак с «+» на «-», то x_0 - точка...

По вертикали:

2. Точки максимума и минимума называют точками...
3. Точка, в которой производная равна нулю, называется...
7. На что указывает знак 2-й производной?



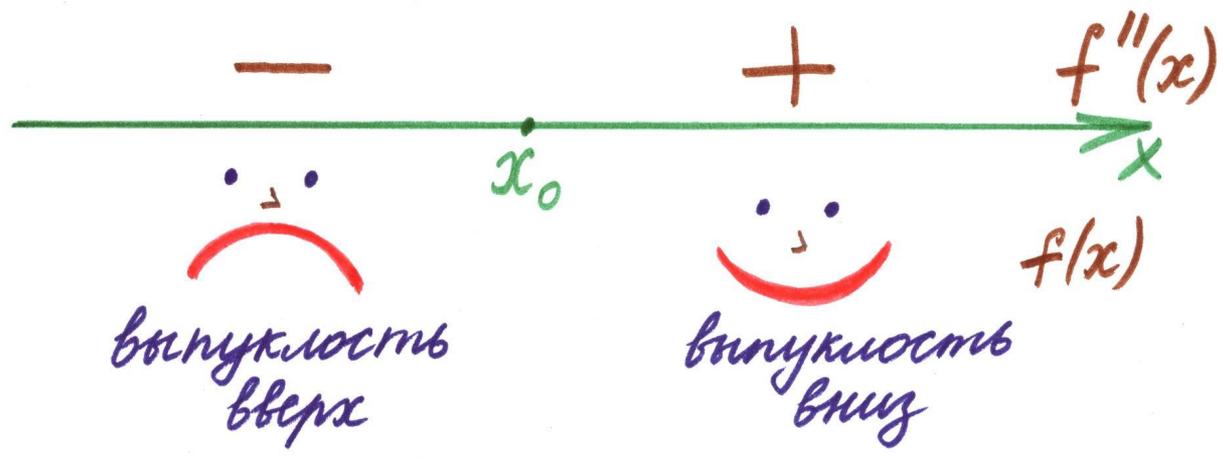
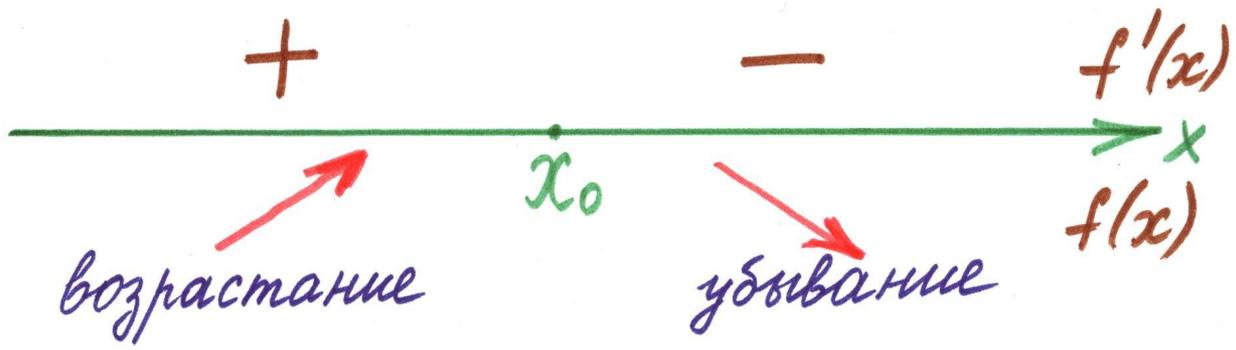
³ С
Т
А
Ц
И
О
Н
А
Р
Н
У
Л
Ю
А
Я

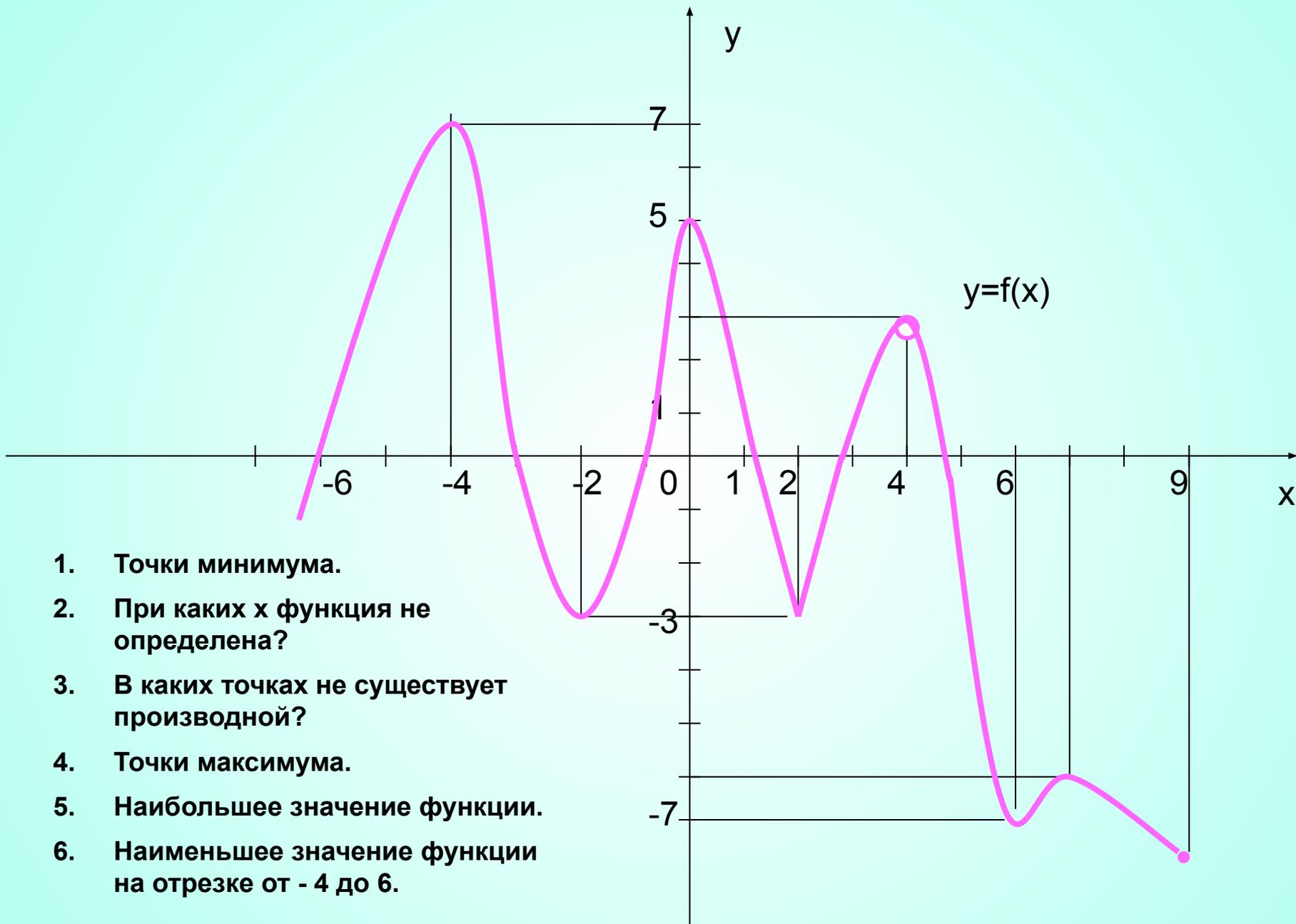
² Э
К
С
Т
Р
О
И
З
В
О
Д
Н
А
Я
Е
М
У
П
У
К
Л
О
С
Т
Ь
М
А
К
С
И
М
У
М
А

¹ П
Р
О
И
З
В
О
Д
Н
А
Я

⁵ Ф
Е
Р
М
А
А

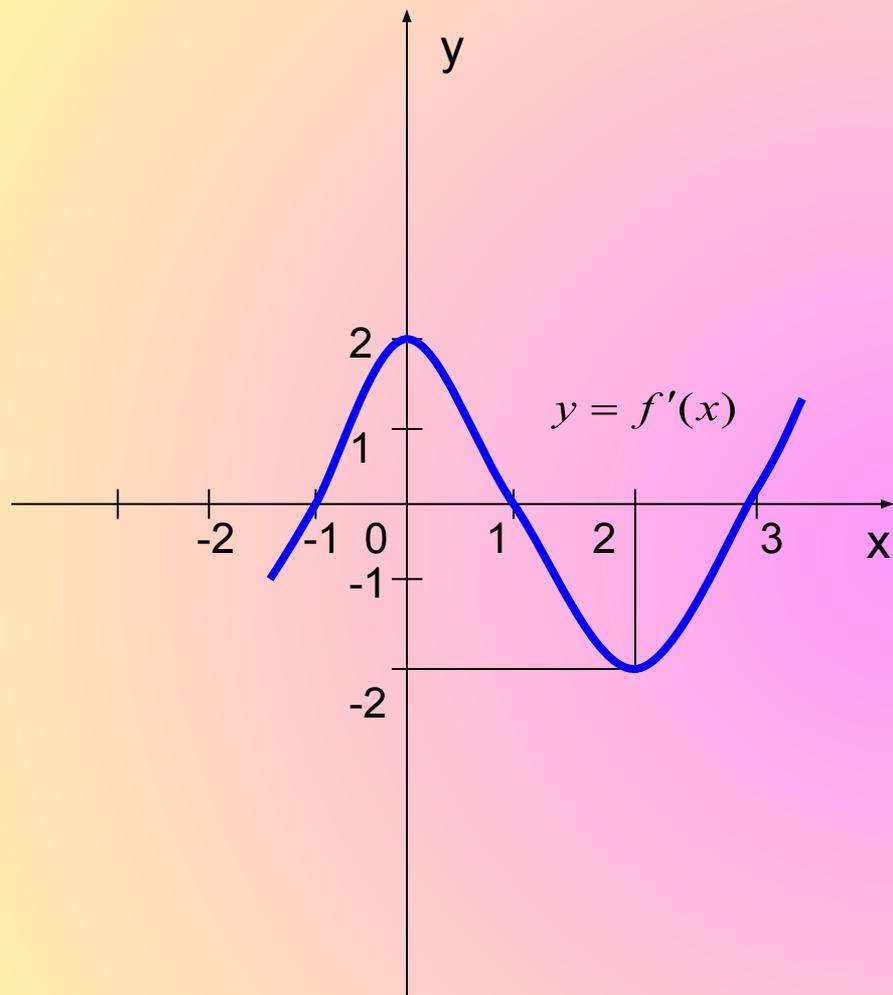






1. Точки минимума.
2. При каких x функция не определена?
3. В каких точках не существует производной?
4. Точки максимума.
5. Наибольшее значение функции.
6. Наименьшее значение функции на отрезке от - 4 до 6.

График производной.



1. Укажите промежуток, на котором функция $y=f(x)$ убывает.

а) $[0;2]$;

б) $(-\infty;-1]$; $[1;3]$;

в) $[-1;0] \cup [2;3]$;

г) $[-1;1]$

2. Сколько точек экстремума имеет функция?

а) 1;

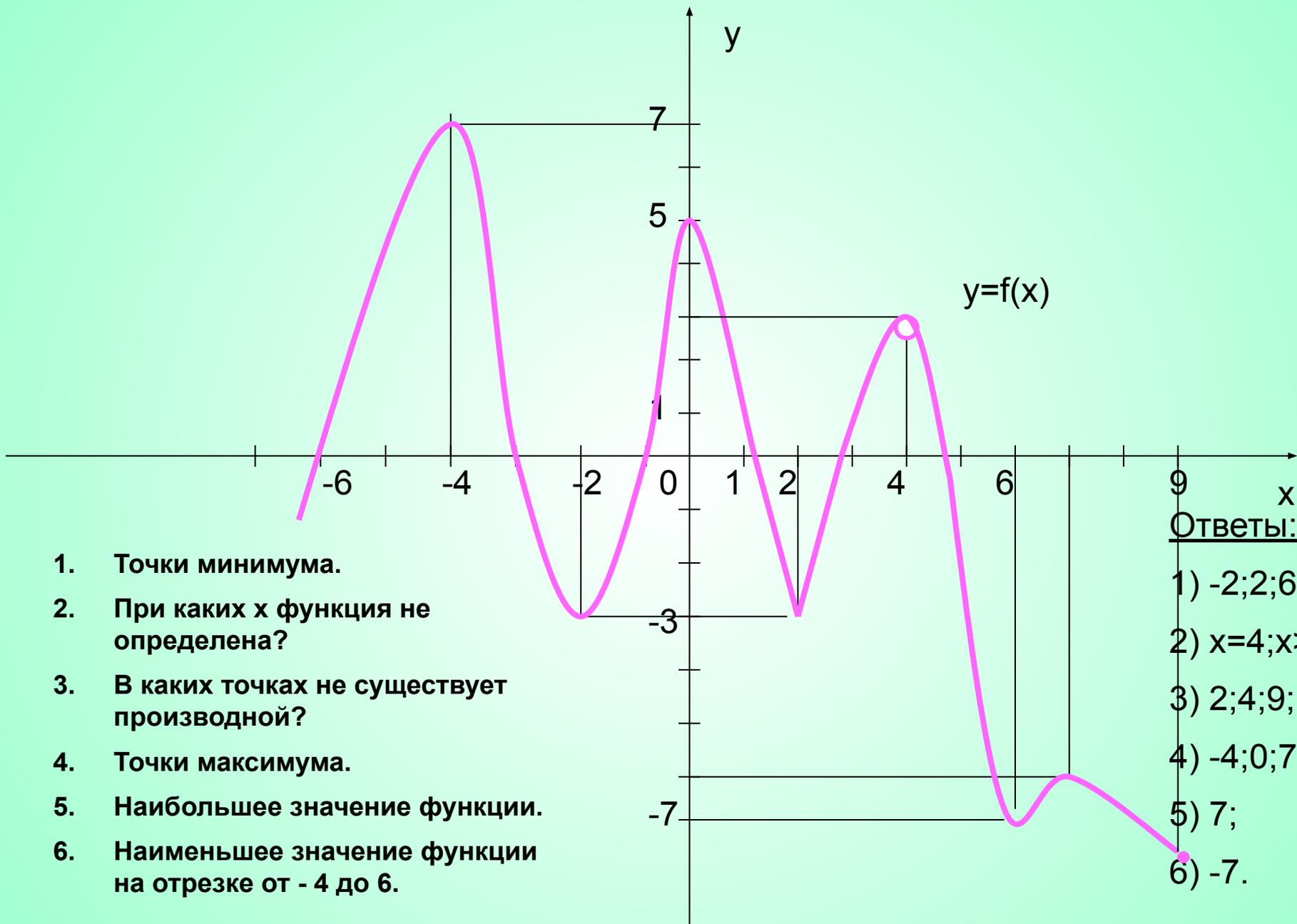
б) 2;

в) 3;

г) ни одной.

3. Укажите точки максимума функции.

а) -1 и 3; б) 0; в) 1; г) 2.

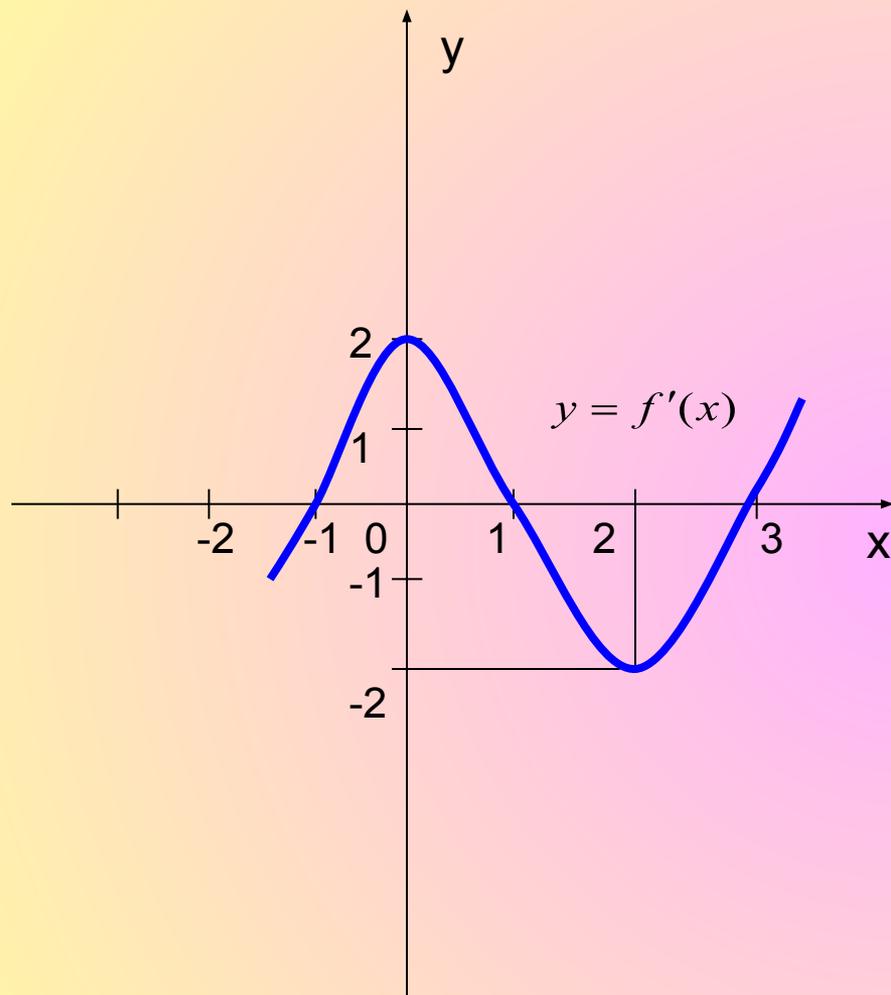


1. Точки минимума.
2. При каких x функция не определена?
3. В каких точках не существует производной?
4. Точки максимума.
5. Наибольшее значение функции.
6. Наименьшее значение функции на отрезке от -4 до 6 .

ОТВЕТЫ:

- 1) $-2; 2; 6;$
- 2) $x=4; x>9;$
- 3) $2; 4; 9;$
- 4) $-4; 0; 7;$
- 5) $7;$
- 6) $-7.$

График производной.



1. Укажите промежуток, на котором функция $y=f(x)$ убывает.

а) $[0;2]$;

б) $(-\infty;-1] ; [1;3]$;

в) $[-1;0] \cup [2;3]$;

г) $[-1;1]$

2. Сколько точек экстремума имеет функция?

а) 1;

б) 2;

в) 3;

г) ни одной.

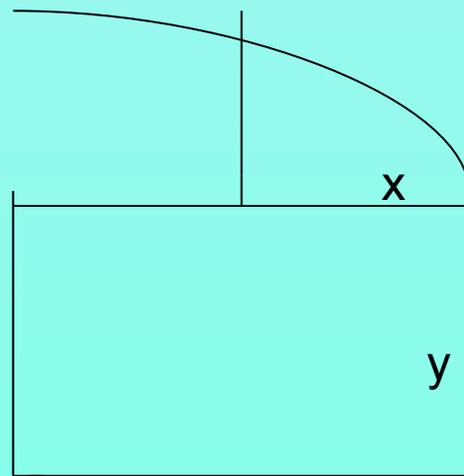
3. Укажите точки максимума функции.

а) -1 и 3; б) 0; в) 1; г) 2.

Алгоритм решения задач на оптимальные условия.

- Составить формулу для нахождения исследуемой величины
- Выразить все параметры через одну неизвестную x
- Составить целевую функцию
- Найти область определения этой функции
- Исследовать функцию на наибольшее или наименьшее значение.

№1. Окно имеет форму прямоугольника, завершённого полукругом. Дан периметр фигуры. Каковы должны быть размеры ее, чтобы окно пропускало наибольшее количество света?

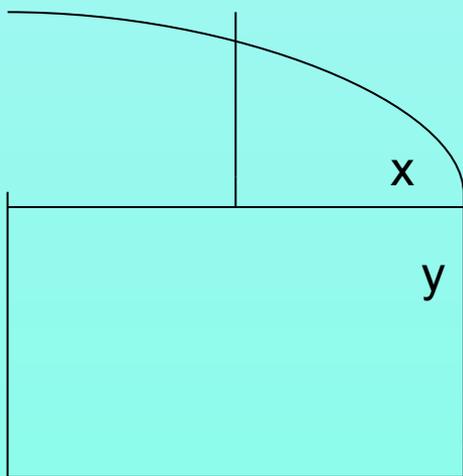


№3. Ток силы I разветвляется по двум проводам, сопротивление которых r_1 и r_2 . По какому закону должно было бы происходить разветвление, чтобы выделяющаяся в обоих проводах теплота была наименьшей?
(Время примите за единицу)

ЗАДАЧА

Число 24 представьте в виде суммы двух положительных слагаемых, таких, что произведение их квадратов принимает наибольшее значение.

№1. Окно имеет форму прямоугольника, завершеного полукругом. Дан периметр фигуры. Каковы должны быть размеры ее, чтобы окно пропускало наибольшее количество света?



$$1) 2p = 2y + 2x + \pi x$$

$$y = p - x - \frac{\pi \cdot x}{2}$$

$$2) S = 2xy + \frac{\pi x^2}{2}.$$

$$S(x) = - \left(2 + \frac{\pi}{2}\right) x^2 + 2px$$

$$3) S'(x) = 2p - 4x - \pi x$$

$$4) x = \frac{2p}{4 + \pi}; \quad y = \frac{2p}{4 + \pi}.$$

№3. Ток силы I разветвляется по двум проводам, сопротивление которых r_1 и r_2 . По какому закону должно было бы происходить разветвление, чтобы выделяющаяся в обоих проводах теплота была наименьшей? (Время примите за единицу)

$$Q = I^2 RT \quad (T=1)$$

$$1) I_1 = x; \quad I_2 = I - x.$$

$$Q(x) = x^2 r_1 + (I - x)^2 r_2$$

$$Q(x) = (r_1 + r_2)x^2 - 2Ix + I^2 r_2$$

$$2) x = \frac{I r_2}{r_1 + r_2} - \text{сила тока в 1 проводе;}$$

$$I - x = \frac{I r_1}{r_1 + r_2} - \text{сила тока во 2 проводе.}$$

$$3) \frac{x}{I - x} = \frac{r_2}{r_1}$$

РЕШЕНИЕ

Первое число: x

Второе число: $24-x$

Рассмотрим функцию $y=x^2*(24-x)^2$

Найдём её производную

($z=4x^3-144x^2+1152x$) и стационарные

точки ($x=0$ и $x=24$ не принадлежат $D(y)$;

$x=12$ – стационарная точка – исследуем её).

Ответ: первое число равно 12, второе
12.

Нет ни одной области математики,
Как бы абстрактна она ни была,
Которая когда-нибудь не окажется применимой
К явлениям действительного мира.

Н.И.Лобачевский.