Потоки. «Завязывание узлов»

Часто обработку данных в программе можно представить в виде взаимодействия «потоков объектов», где элементами потоков могут быть сообщения, сигналы, даже числа.

поток – («бесконечная») последовательность объектов

узел – элемент программы, осуществляющий обработку потоков

Обработчик ожидает, когда ему поступят элементы из всех входных потоков, осуществляет их обработку, и выдает элементы в выходной поток (или потоки).

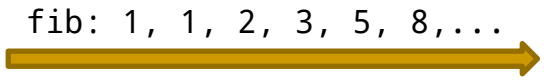
Такая модель очень хорошо согласуется с принципами функционального программирования. Обработка начинается только тогда, когда готовы аргументы (ленивые вычисления), причем порядок вычислений не важен («узлы» могут работать параллельно).

Если есть схема взаимодействия потоков, то программа, реализующая ее – это просто набор описаний узлов.

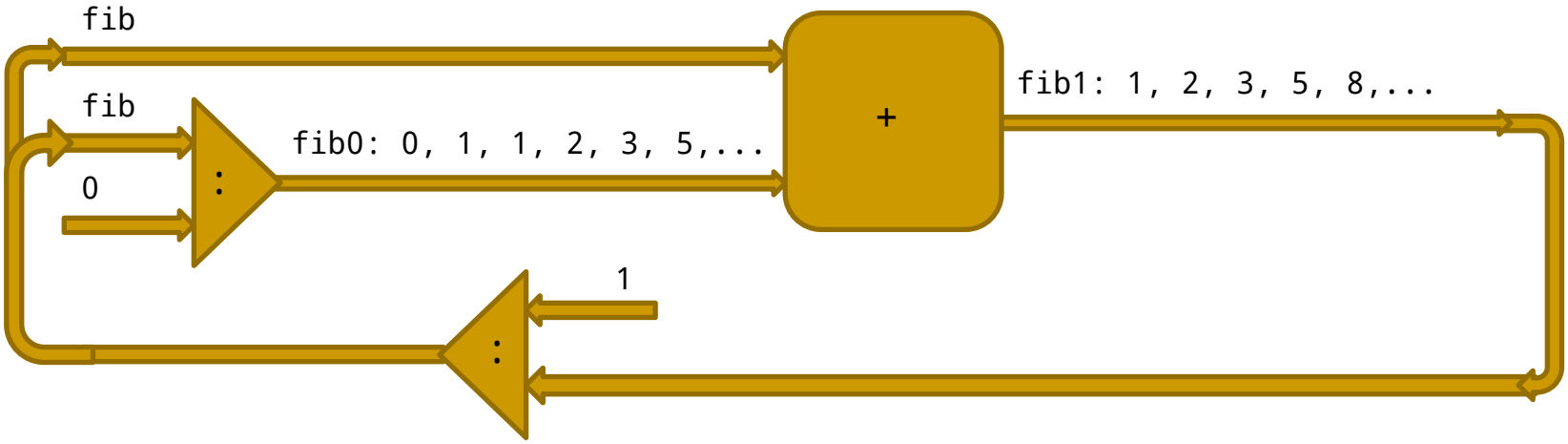
Завязывание узлов. Пример.

Построим программу для вычисления последовательности чисел Фибоначчи.

Допустим, что последовательность чисел Фибоначчи уже построена.

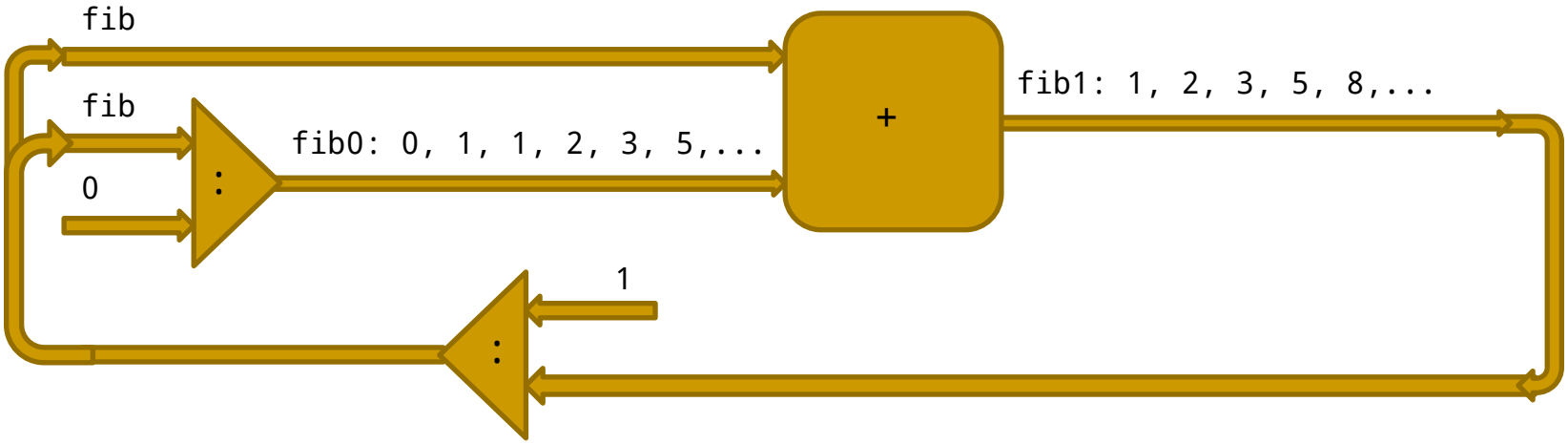


Добавим в начало потока ноль и сложим почленно с исходной последовательностью чисел Фибоначчи.



Если теперь в начало потока `fib1` добавить 1, то снова получится последовательность чисел Фибоначчи.

Получение последовательности чисел Фибоначчи завязыванием узлов



Все узлы «завязаны». Готовая программа получается как совокупность описаний всех узлов.

```
fib0 = 0:fib
fib1 = zipWith (+) fib fib0
fib  = 1:fib1
```

Напомним, что

```
zipWith f (e1:t1) (e2:t2) = (f e1 e2) : (zipWith t1 t2)
```

Функциональное представление множеств: описание грамматики языка

Рассматриваем языки, описываемые регулярными выражениями, например:

```
vowel     = 'a' | 'o'
consonant = 'c' | 'l' | 'k' | 'b'
letter    = vowel | consonant
open      = consonant vowel | consonant vowel vowel
closed    = open consonant
syllable  = open | closed
```

Цель: создавать языки с помощью операций

```
type Language = String -> Bool

vowel     = (symbol 'a') `alt` (symbol 'o')
consonant = (symbol 'c') `alt` (symbol 'l') `alt`
            (symbol 'k') `alt` (symbol 'b')
letter    = vowel `alt` consonant
open      = (consonant `cat` vowel) `alt`
            ((consonant `cat` vowel) `cat` vowel)
closed    = open `cat` consonant
syllable  = open `alt` closed
```

Проверка принадлежности слова языку:

```
syllable "cool"
```

Программирование регулярных выражений

```
type Language = String -> Bool

symbol   ::  Char -> Language
alt      ::  Language -> Language -> Language
cat      ::  Language -> Language -> Language

symbol c word  =  [c] == word

(lang1 `alt` lang2) word = (lang1 word) || (lang2 word)
```

`(lang1 `cat` lang2)` – язык, содержащий слова, которые можно разбить на два подслова так, что первое принадлежит `lang1`, а второе – `lang2`.

Пустое слово можно разбить только на два пустых подслова, отсюда уравнение:

```
(lang1 `cat` lang2) []          = (lang1 []) && (lang2 [])
```

Два варианта разбивки непустого слова: $w = \lambda w$ и $w = a_1 \alpha\beta$. Отсюда уравнение:

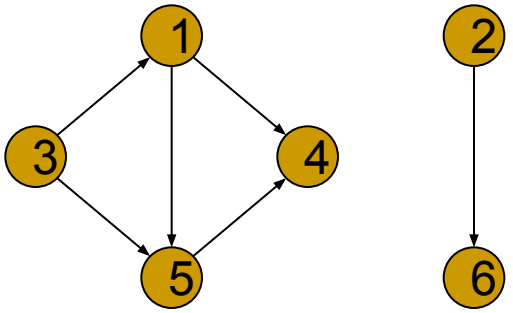
```
(lang1 `cat` lang2) word@(x:s) = (lang1 [] && lang2 word) ||
                (lang11 `cat` lang2) s where lang11 w = lang1 (x:w)
```

Расширение техники работы с регулярными выражениями

```
(<+>)   ::  Language -> String -> Language
(lang <+> word) w  =  (w == word) || (lang w)
(<->)   ::  Language -> String -> Language
(lang <-> word) w  =  (w /= word) && (lang w)

iter   ::  Language -> Language      -- iter exp  ~  exp*
iter lang []  =  True
iter lang w   =  (lang1 w) || ((lang1 `cat` (iter lang1)) w)
                 where lang1 =  lang <-> []
poss   ::  Language -> Language      -- poss exp  ~  [exp]
poss lang = lang <+> []

digit = symbol '0' `alt` symbol '1' `alt` symbol '2' `alt`
        symbol '3' `alt` symbol '4' `alt` symbol '5' `alt`
        symbol '6' `alt` symbol '7' `alt` symbol '8' `alt` symbol '9'
unsigned = digit `cat` (iter digit)
integral = poss ((symbol '+') `alt` (symbol '-')) `cat` unsigned
number   = integral `cat` poss (symbol '.' `cat` unsigned)
                   `cat` poss (symbol 'e' `cat` integral)
```

Еще один пример функциональной программы

```
type FGraph = (Int, (Int->Int->Bool))
type LGraph = [(Int, [Int])]

myFGraph :: FGraph
myFGraph = (6, \x y -> case (x, y) of
               (1,4) -> True
               (1,5) -> True
               (2,6) -> True
               (3,1) -> True
               (3,5) -> True
               (5,4) -> True
               (_,_) -> False
           )
```




```
myLGraph :: LGraph
myLGraph = [(1, [4,5]), (2, [6]), (3, [1,5]), (4, []), (5, [4]), (6, [])]

-- функции преобразования графа из одного представления в другое
convertF2L :: FGraph -> LGraph
convertL2F :: LGraph -> FGraph

convertF2L (n, func) = [(i, [j | j <- [1..n], func i j]) | i <- [1..n]]
```

А как перейти обратно из спискового представления в функциональное?

Поиск по ассоциативному списку

Пусть задан ассоциативный список пар:

```
ls = [(1, 'A'), (2, 'B'), (3, 'C'), (4, 'D')]

lookup :: Eq a => a -> [(a,b)] -> b    -- lookup 2 ls =>
'B'
lookup key ((y, value):t) | y == key  = value
                          | otherwise = lookup key t
```

Что будет результатом работы, если ключа в списке пар нет?

Введем новый тип данных:

```
data Maybe a = Nothing | Just a

lookup :: Eq a => a -> [(a,b)] -> Maybe b    -- lookup 2 ls => Just
'B'
                                             -- lookup 5 ls => Nothing
lookup _ []   = Nothing
lookup key ((y, value):t) | y == key  = Just value
                          | otherwise = lookup key t
isJust, isNothing :: Maybe a -> Bool
fromJust :: Maybe a -> a        -- выдает ошибку, если применяется к Nothing
fromMaybe :: a -> Maybe a -> a  -- задано значение "по умолчанию"
```

Работа с функциональным представлением графа

```
-- функция преобразования графа из спискового представления в функциональное
convertL2F :: LGraph -> FGraph
convertL2F s = (length s, \x y -> (let (Just z) = lookup x s in elem y z))
```

Запрограммируем обход графа «в ширину»

```
type Graph = (Int, (Int->Int->Bool))
type Set    = Int -> Bool
```

Работа с множествами в функциональном представлении:

```
empty :: Set
empty e = False
```

```
(+++), (-=-) :: Set -> Set -> Set
(s1 +++ s2) e = s1 e || s2 e
(s1 -=- s2) e = s1 e && not (s2 e)
```

```
list :: Int -> Set -> [Int]
list n s = filter s [1..n]
```

```
isEmpty :: Int -> Set -> Bool
isEmpty n s = null (list n s)
```

Множество вершин графа, инцидентных заданной:

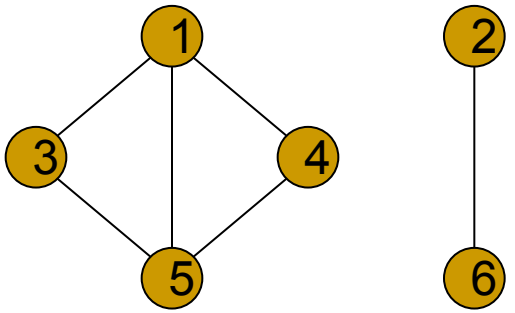
```
neib :: Int -> Graph -> Set
neib i (n, f) = f i
```

```
neighbors :: Int -> Graph -> [Int]
neighbors i (n, f) = list n (f i)
```

Пример обработки графа

Получить список вершин, достижимых из заданной:

```
traverse :: Int -> Graph -> Set
traverse i (n, f) = trav empty (==i) where
  trav passed front =
    if isEmpty n front
      then empty
      else front +++
           trav newPassed
                ((foldr (+++) empty (map f (list n front))) -=-
newPassed)
         where newPassed = passed +++ front
```




```
gr :: Graph
gr = (6, f) where
   f 1 3 = True
   f 1 4 = True
   f 1 5 = True
   f 2 6 = True
   f 3 5 = True
   f 4 5 = True
   f a b | a > b = f b a
   f a b = False
```

```
list 6 (traverse 1 gr)  =>  [1, 3, 4, 5]
```

2.4. Классы в *Haskell*.

Класс определяет набор операций (функций). Тип данных принадлежит некоторому классу, если для него определены все функции, объявленные в классе.

```
class Eq t where
    (==), (/=) :: t -> t -> Bool
```

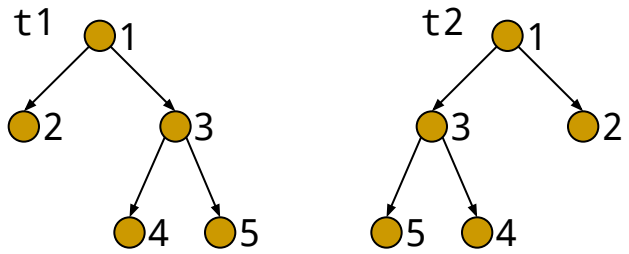
Мы объявляем, что некоторый тип данных принадлежит этому классу, с помощью определения «экземпляра» класса.

```
instance Eq Bool where
    True  == True    = True
    False == False   = True
    _     == _       = False
    x     /= y       = not (x == y)

instance (Eq t)=> Eq [t] where
    []      == []       = True
    (x1:s1) == (x2:s2)  = (x1 == x2) && (s1 == s2)
    _       == _        = False
```

Пример: определение операций сравнения над деревьями

```
data Tree a = Empty |
              Node (Tree a) a (Tree a)

instance (Eq t) => Eq (Tree t) where
    Empty               ==  Empty               = True
    (Node tl1 n1 tr1)   ==  (Node tl2 n2 tr2)   =
                                (n1 == n2) && (tl1 == tl2) && (tr1 == tr2)
    _ == _ = False

instance (Eq t) => Eq (Tree t) where
    Empty               ==  Empty               = True
    (Node tl1 n1 tr1)   ==  (Node tl2 n2 tr2)   =
                    (n1 == n2) && (((tl1 == tl2) && (tr1 == tr2)) ||
                                   ((tl1 == tr2) && (tr1 == tl2)))
    _ == _ = False
```

```
t1 = Node (Node Empty 2 Empty) 1
          (Node (Node Empty 4 Empty) 3
                (Node Empty 5 Empty))
t2 = Node (Node (Node Empty 5 Empty) 3
                (Node Empty 4 Empty)) 1
          (Node Empty 2 Empty)
```



t1 == t2 ?

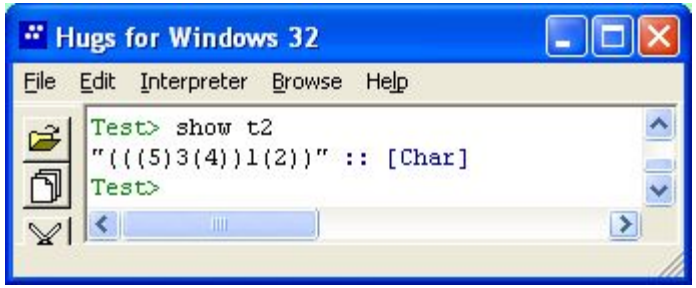
Вывод значений различных типов в виде строки

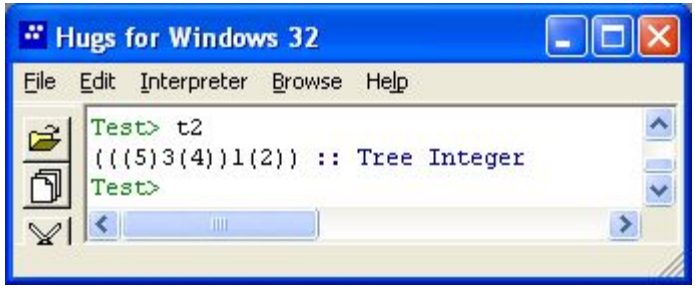
Немного упрощенная версия класса для вывода значений в виде строки:

```
class Show t where
    show       ::  t -> String
    showsPrec  ::  Int -> t -> String -> String
    show v           =   showsPrec 0 v []
    showsPrec _ v s  =   show v ++ s

instance (Show t) => Show (Tree t) where
    showsPrec _ Empty        =  id
    showsPrec _ (Node tl n tr)  =
                ('(':) . (shows tl) . (shows n) . (shows tr) . (')':)
```

Здесь используется также стандартная функция shows, которая определена следующим образом:

```
shows :: (Show a) => a -> String -> String
shows  =  showsPrec 0
```





Расширение классов

```
class (Eq t) => Ord t where
    (<), (<=), (>), (>=) :: t -> t -> Bool
    a <  b = not (a >= b)
    a <= b = not (a >  b)
    a >  b = not (a <= b)
    a >= b = not (a <  b)


instance (Ord t) => Ord (Tree t) where
    Empty <= _ = True
    (Node tl1 n1 tr1) <= (Node tl2 n2 tr2) =
                         (tl1 <= tl2) && (n1 <= n2) && (tr1 <= tr2)
    _ <= _ = False
    t1 < t2 = (t1 <= t2) && (t1 /= t2)
```

Это «плохое» определение операций сравнения.

Так определенные операции не обладают обычными свойствами для операций сравнения.

Задание: определить операции сравнения деревьев так, чтобы для них выполнялись обычные свойства линейного порядка.

Стандартная реализация операций для встроенных классов

```
data Tree a = Empty |
              Node (Tree a) a (Tree a)
                 deriving (Eq, Ord, Show)
```

- объекты равны, если равны все составляющие их части
- сравнение происходит в лексикографическом порядке составляющих объекты конструкторов: `Empty < (Node t1 n t2)` для любых `t1`, `n` и `t2`
- преобразование в строку: выводятся имена конструкторов и их аргументы