

# Алгебра и начала анализа

## 11 класс

---

Автор презентации:  
учитель математики  
школы № 284

Сергелийского района г. Ташкента  
Тастанова Индира Абдрахимовна

---

Применение производной к  
исследованию функции

---

Возрастание  
и убывание  
функции

---

# Возрастание функции

---

Рассмотрим график функции  $y=f(x)$ .

Выберем два числа  $x_1$  и  $x_2$  из области определения функции, причём  $x_1 < x_2$ .

На рисунке видно,

что  $y_1 = f(x_1)$ ,

$y_2 = f(x_2)$ .

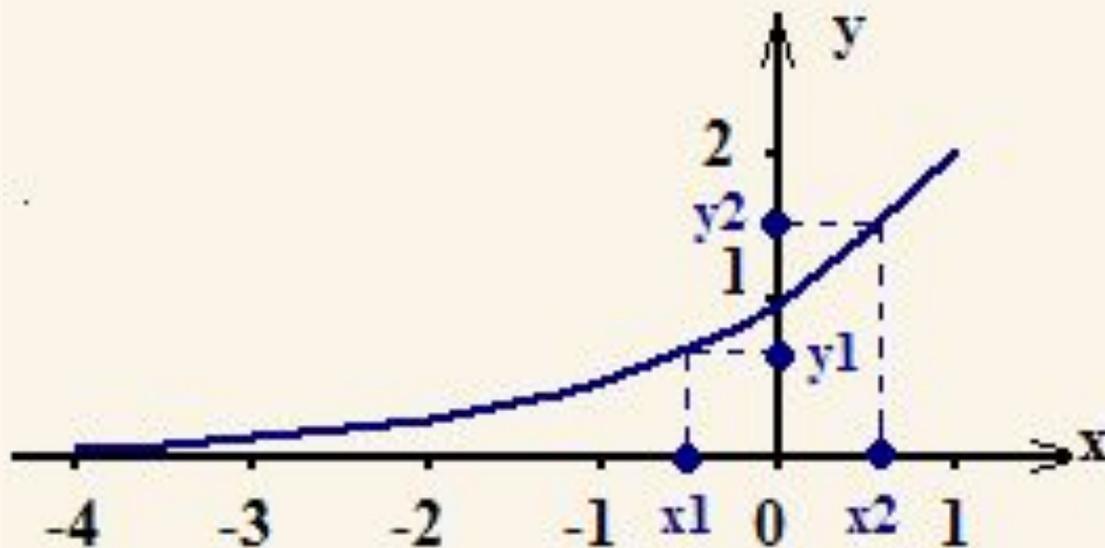
Число  $y_1$

меньше

числа  $y_2$ .

Следовательно,

$f(x_1) < f(x_2)$ .



# Определение 1

---

Функция называется **монотонно возрастающей** (или просто **возрастающей**) в интервале  $a \leq x \leq b$ , если из условия  $x_1 < x_2$  следует, что  $f(x_1) < f(x_2)$ . При этом  $a \leq x_1 \leq b$ ,  $a \leq x_2 \leq b$ .

Другими словами, функция называется монотонно возрастающей в некотором интервале, если из двух произвольных значений аргумента, взятых из этого интервала, **большему** значению аргумента соответствует **большее** значение функции.

Примечание: представьте, что двигаясь по оси OX слева направо, по графику функции движемся вверх.

---

# Убывание функции

---

Рассмотрим график функции  $y=g(x)$ .

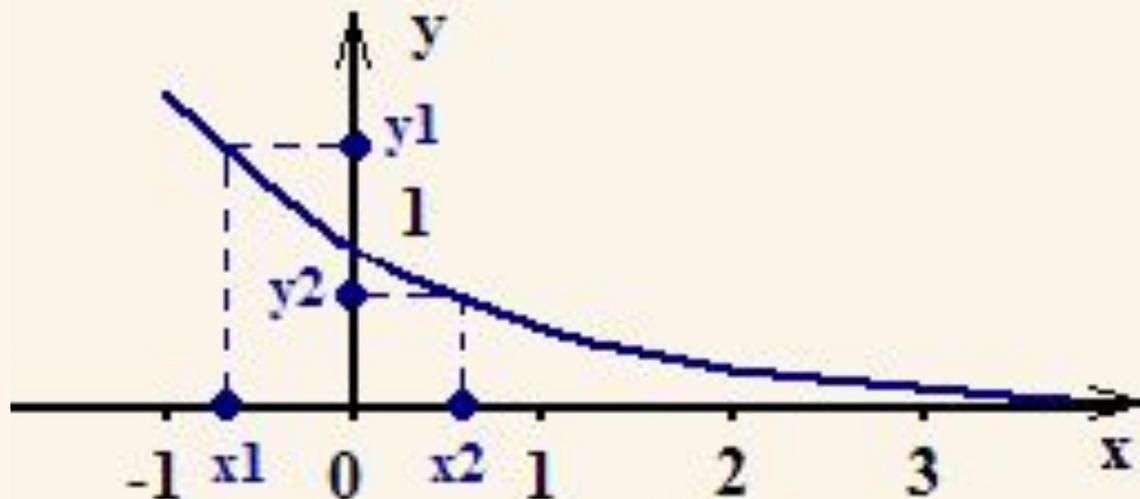
Для двух чисел  $x_1$  и  $x_2$  из области определения функции ( $x_1 < x_2$ )

$$y_1 = g(x_1),$$

$$y_2 = g(x_2).$$

Число  $y_1$   
больше  
числа  $y_2$ .

Следовательно,  
 $g(x_1) > g(x_2)$ .



# Определение 2

---

Функция  $y = g(x)$  называется **монотонно убывающей** (или просто убывающей) в интервале  $a \leq x \leq b$ , если из условия  $x_2 > x_1$  следует, что  $g(x_2) < g(x_1)$ . При этом  $a \leq x_1 \leq b$ ,  $a \leq x_2$

Другими словами, функция называется монотонно убывающей в некотором интервале, если из двух произвольных значений аргумента, взятых из этого интервала, **большему** соответствует **меньшее** значение функции.

Примечание: представьте, что двигаясь по оси OX слева направо, по графику функции движемся вниз.

---

# Промежутки монотонности

---

Промежутки возрастания и убывания называются **промежутками монотонности** функции.

---

# Определение постоянной функции

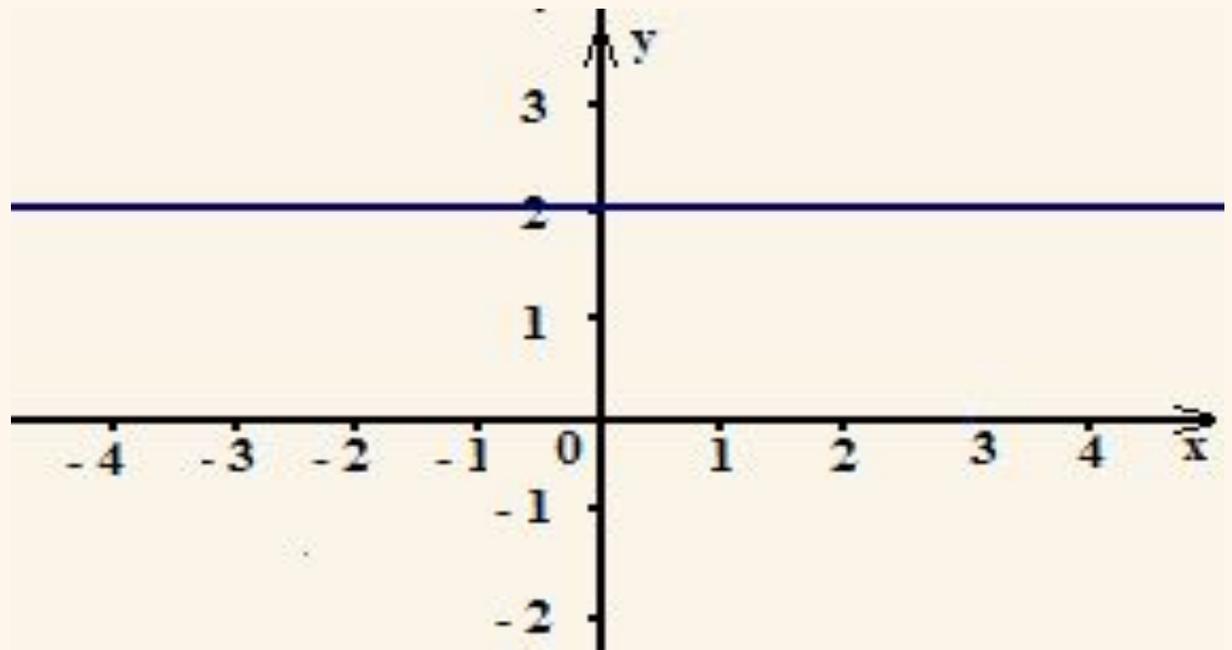
---

Рассмотрим график функции  $y=k$ .  
График функции - это прямая, параллельная оси  $Ox$ .  
Очевидно, что эта функция не возрастающая и не убывающая на всём множестве действительных чисел.

## Определение 3.

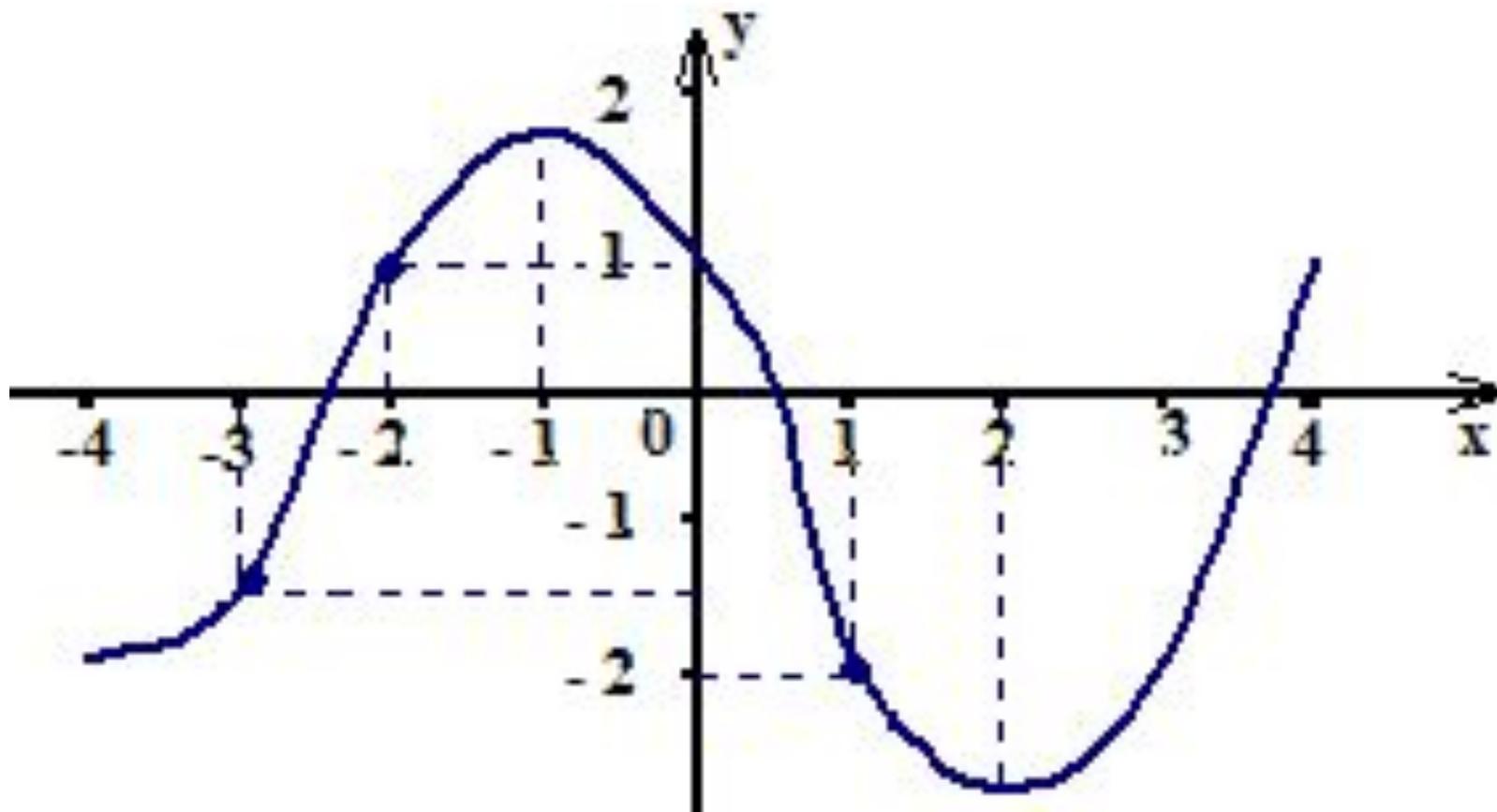
Функция, не возрастающая и не убывающая на всей области определения называется

**постоянной.**



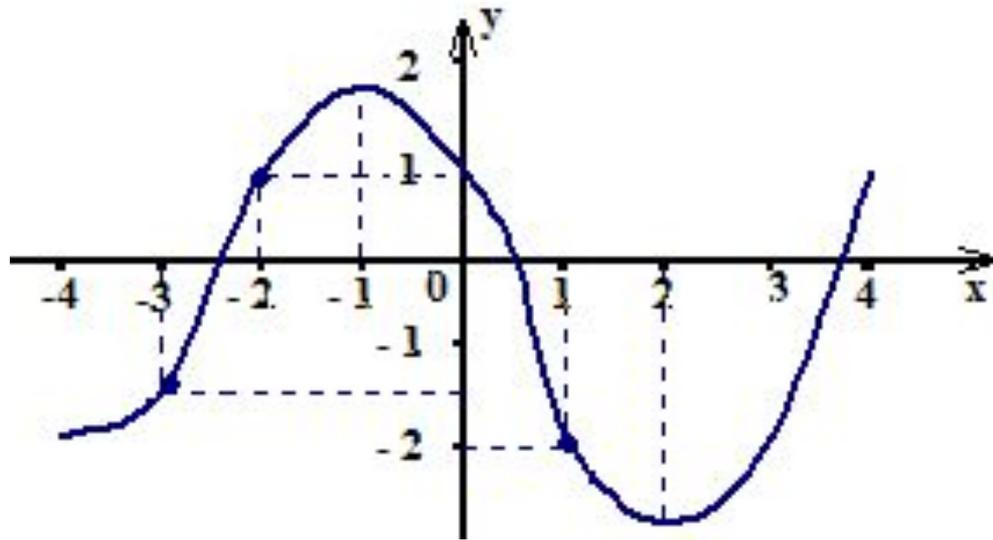
**Пример1: Найти промежутки монотонности, функции, заданной графически**

---



# Решение

- 1) Выберем два произвольных значения  $x_1 < x_2$  на интервале  $(-\infty; -1)$  (на рис. 1  $x_1 = -3, x_2 = -2$ ). Для заданной функции:  $f(x_1) = -1.5; f(x_2) = 1$ . Так как  $x_1 < x_2$  и  $f(x_1) < f(x_2)$ , то на интервале  $(-\infty; -1)$  функция **возрастает**.
- 2) Выберем два произвольных значения  $x_1 < x_2$  на интервале  $(-1; 2)$  (на рис. 1  $x_1 = 0, x_2 = 1$ ). Для заданной функции:  $f(x_1) = 1; f(x_2) = -2$ . Так как  $x_1 < x_2$  и  $f(x_1) > f(x_2)$ , то на интервале  $(-1; 2)$  функция **убывает**.
- 3) На интервале  $(2; +\infty)$  функция **возрастает** (обратите внимание на характер кривой, он такой же, как и в случае 1).



Ответ:

**Промежутки возрастания**  
 $(-\infty; -1)$  и  $(2; +\infty)$ ,  
**промежуток убывания:**  $(-1; 2)$ .