



**Велик ли мир
правильных
многогранников?**

**Ученицы 11 класс
Ивановой Виктории**

Цель исследования:

Узнать зависит ли существование правильного многогранника от количества вершин, рёбер и граней?

Задачи исследования:

- Научиться находить и извлекать необходимую информацию в условиях её обилия.
- Связать воедино теоретическую и прикладную линии данной темы.

Гипотеза:

Мы думаем, что в природе не существует больше пяти, известных нам, правильных многогранников.

План исследования:

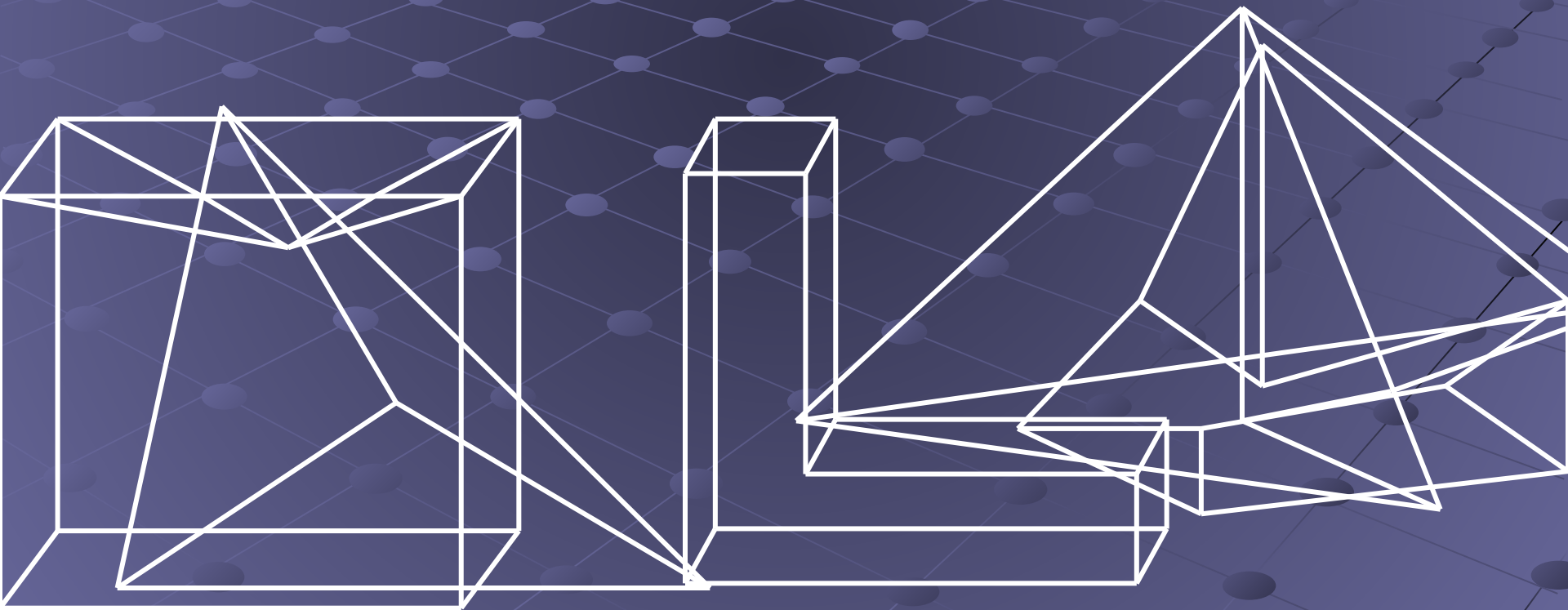
● Правильные многогранники

● Теорема Эйлера

● Применение теоремы Эйлера

Многогранник - это

- Тело, поверхность которого состоит из конечного числа плоских многоугольников, называемых гранями многогранника



Правильные многогранники

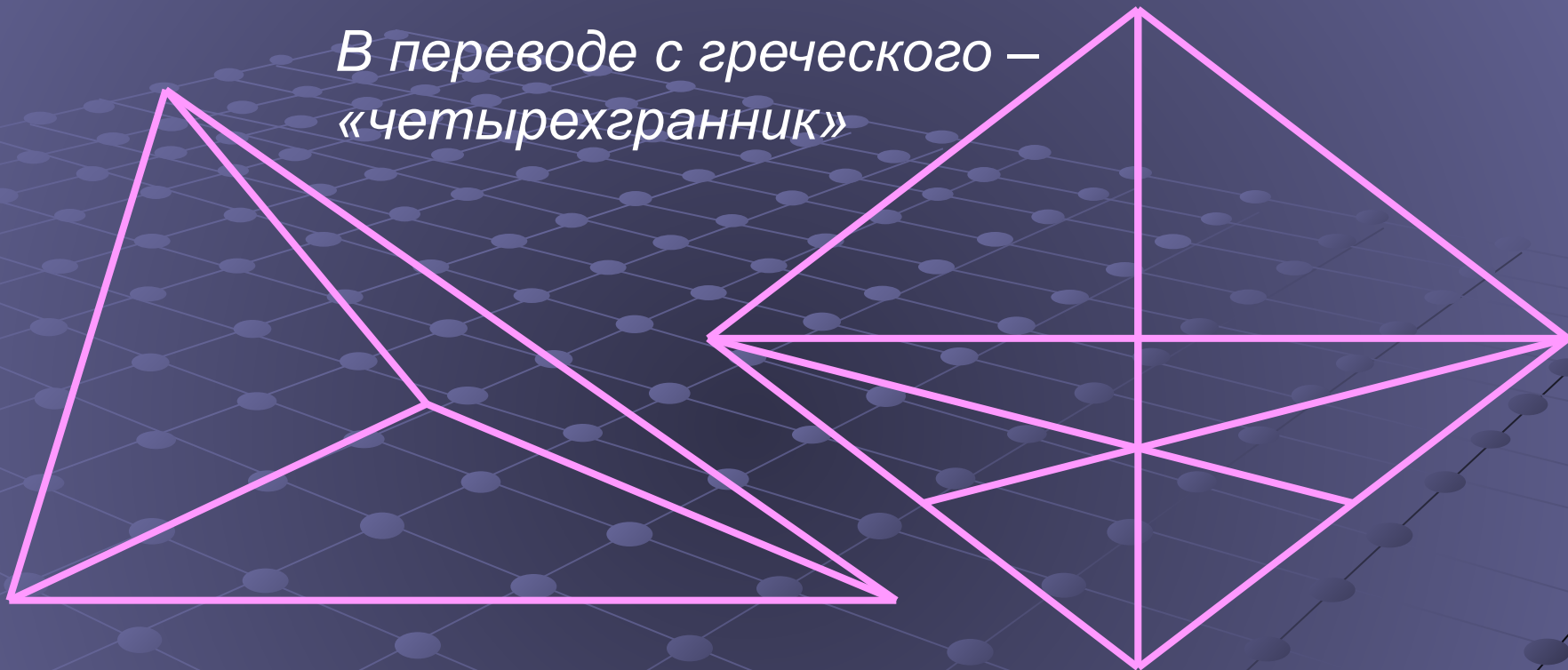
Выпуклый многогранник называется правильным, если:

- Его грани - правильные многоугольники
- В вершине сходится одно и то же число ребер
- Все многогранные углы – равны

Существует пять типов правильных выпуклых многогранников.

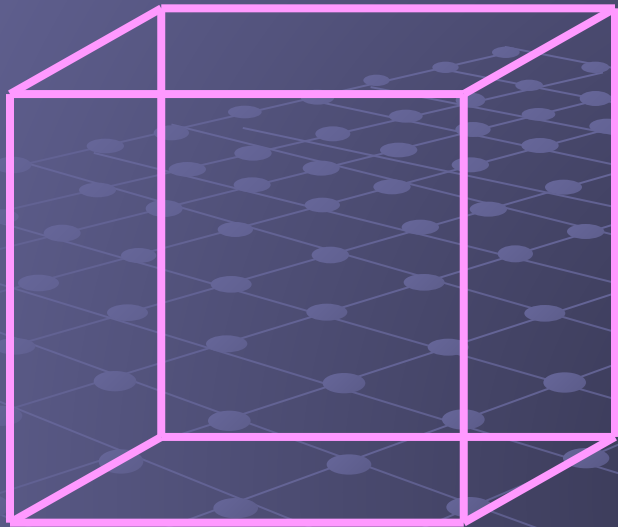
1) Правильный тетраэдр

*В переводе с греческого –
«четырёхгранник»*



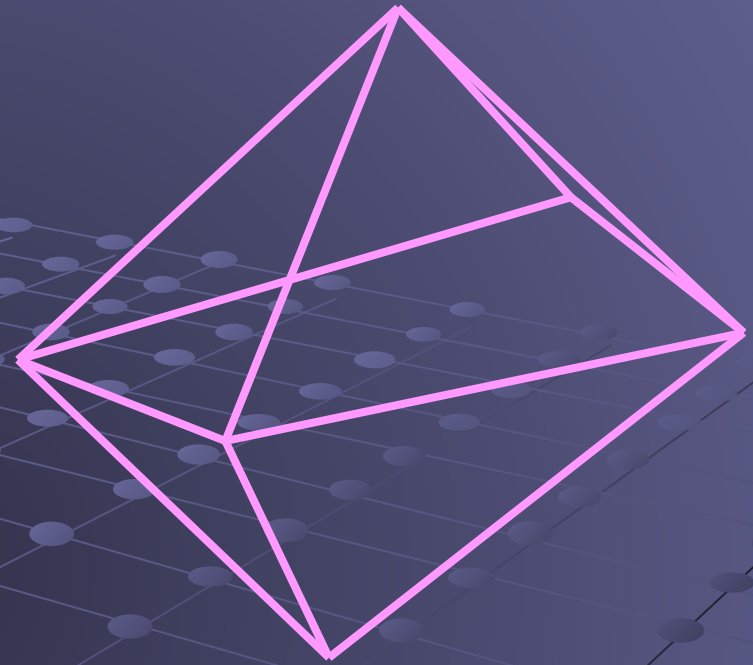
- Грани – правильные треугольники
- В каждой вершине сходится по три ребра
- Имеет всего четыре грани

2) Куб - Гексаэдр



- Все грани – квадраты
- В каждой вершине сходится по три ребра
- Представляет собой прямоугольный параллелепипед с равными ребрами

3) Октаэдр



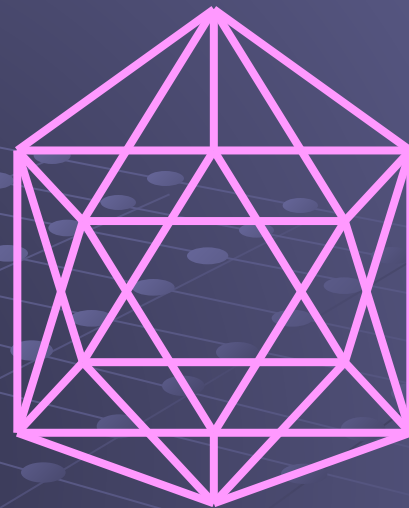
- Грани – правильные треугольники
- В каждой вершине сходится по четыре ребра
- Поверхность состоит из 8 правильных треугольников

4)Додекаэдр



Грани – правильные пятиугольники
В каждой вершине сходится по три ребра
Поверхность состоит из 12 правильных пятиугольников

5)Икосаэдр



- Грани – правильные треугольники
- В каждой вершине сходится по пять ребер
- Поверхность состоит из 20 правильных треугольников

Теорема Эйлера

Для любого выпуклого многогранника имеет место равенство

$$V - P + \Gamma = 2$$

где V – число вершин

P – число ребер

Γ – число граней данного многогранника

Это свойство связывает число вершин, ребер и граней, доказанное в 1752 году Леонардом Эйлером и получившее название теоремы Эйлера

Дан правильный многогранник: грани n -угольники, в вершине сходится m -рёбер.

- Ясно, что m, n больше или равны трём.
- V - вершины, P -рёбра, Γ -грани многогранника.
- Тогда $n\Gamma=2P$; $\Gamma=2P/n$; $mV=2P$; $V=2P/m$.
- По теореме Эйлера $V-P+\Gamma=2$, значит $2P/m-P+2P/n=2$.
- Отсюда, $P=2mn:(2n+2m-mn)$. Из этого равенства следует, что $2n+2m-mn>0$, отсюда $(n-2)(m-2)<4$.
- Следовательно, если n и m равны 4 и более, то они не удовлетворяют неравенству, значит соответствующих многогранников не существует.
- Таким образом, мы доказали справедливость нашей гипотезы.

Вывод

Используя теорему Эйлера, мы доказали, что в природе не существует больше пяти правильных многогранников.

Изучая геометрию, мы научимся правильно думать, убедительно рассуждать, хорошо представлять себе пространственные формы, увидеть и почувствовать их красоту.

Информационные ресурсы

- Математика. Учебно-методическое приложение к газете «Первое сентября». М., «Первое сентября» -2006.-№ 16, № 22., 2007.-№ 5, № 16.
- Математика в школе. Научно-методический журнал, М., Школьная пресса, 2006-2008.
- Тихонов А.Т. Костомаров Д.П. Рассказы о прикладной математике. М., Наука, 1975.
- www.edu.ru
- www.edu.yar.ru
- mat.1september.ru
- uztest.ru