



**Велик ли мир  
правильных  
многогранников?**

**Ученицы 11 класс  
Ивановой Виктории**



## Цель исследования:

Узнать зависит ли существование правильного многогранника от количества вершин, рёбер и граней?

# Задачи исследования:

- Научиться находить и извлекать необходимую информацию в условиях её обилия.
- Связать воедино теоретическую и прикладную линии данной темы.

Гипотеза:

Мы думаем, что в природе не существует больше пяти, известных нам, правильных многогранников.

# План исследования:

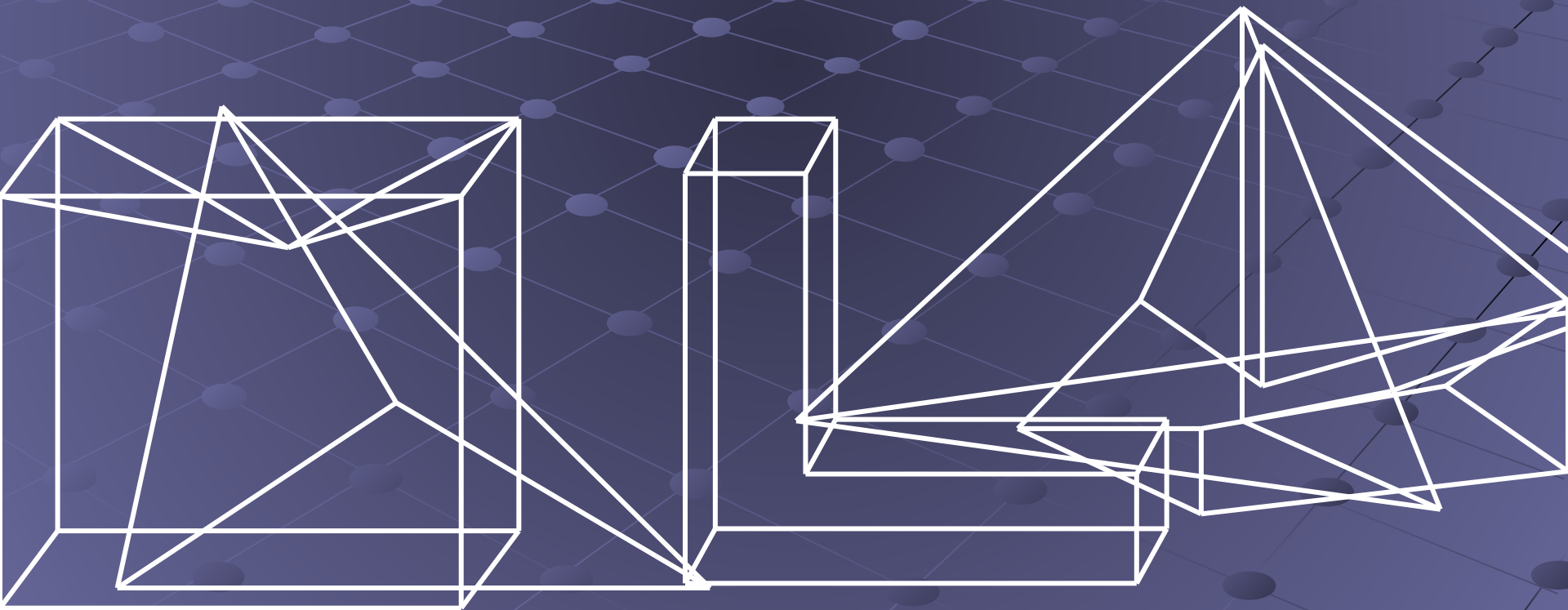
● Правильные многогранники

● Теорема Эйлера

● Применение теоремы Эйлера

# Многогранник - это

- Тело, поверхность которого состоит из конечного числа плоских многоугольников, называемых гранями многогранника



# Правильные многогранники

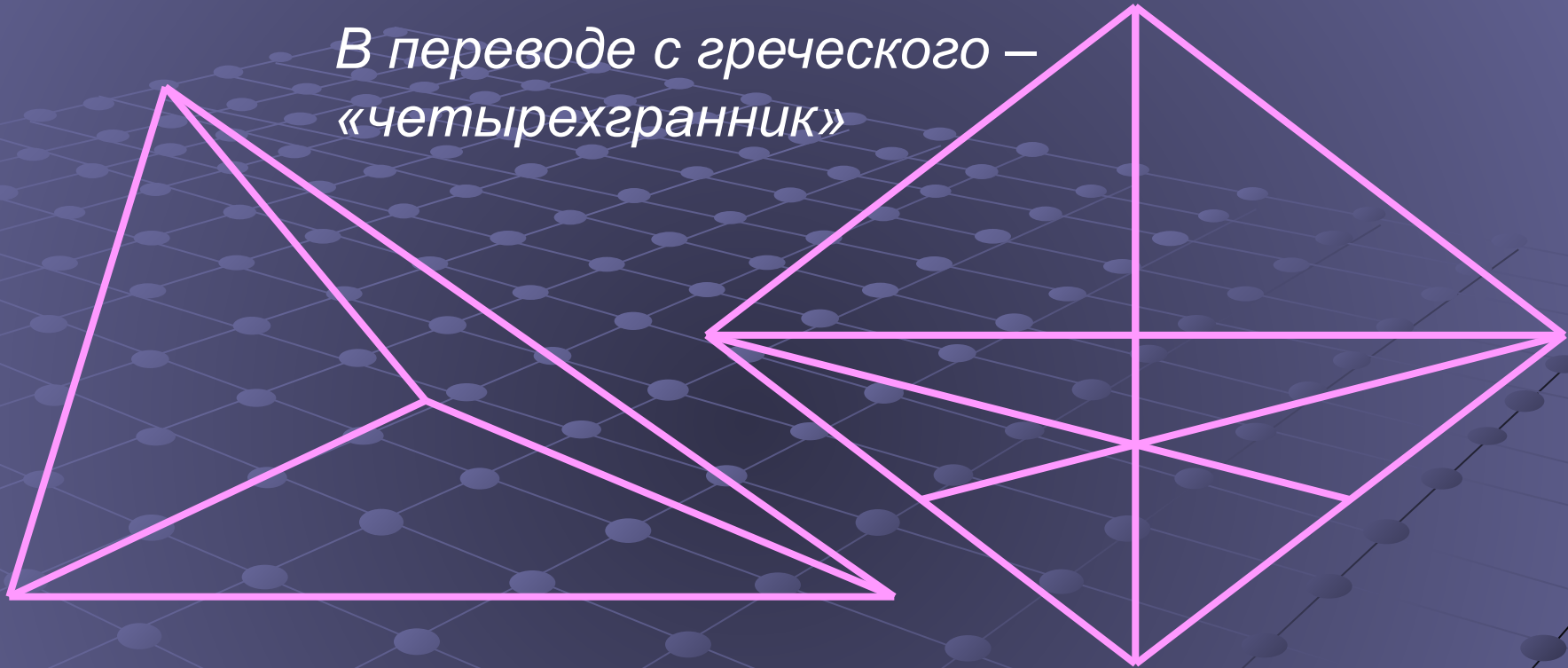
Выпуклый многогранник называется правильным, если:

- Его грани - правильные многоугольники
- В вершине сходится одно и то же число ребер
- Все многогранные углы – равны

**Существует пять типов правильных выпуклых многогранников.**

# 1) Правильный тетраэдр

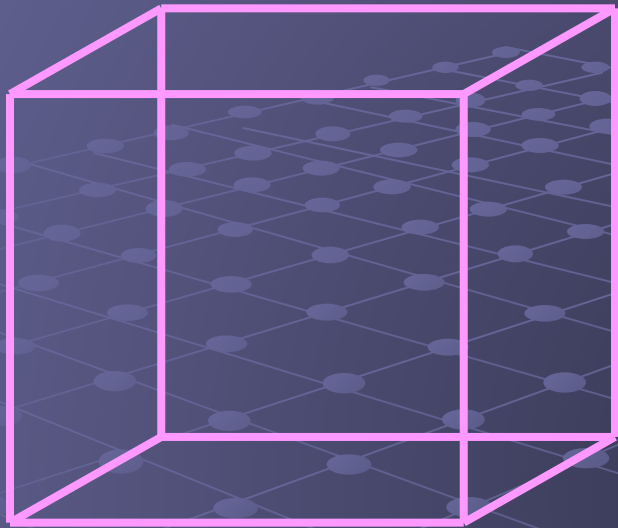
*В переводе с греческого –  
«четырёхгранник»*



- Грани – правильные треугольники
- В каждой вершине сходится по три ребра
- Имеет всего четыре грани

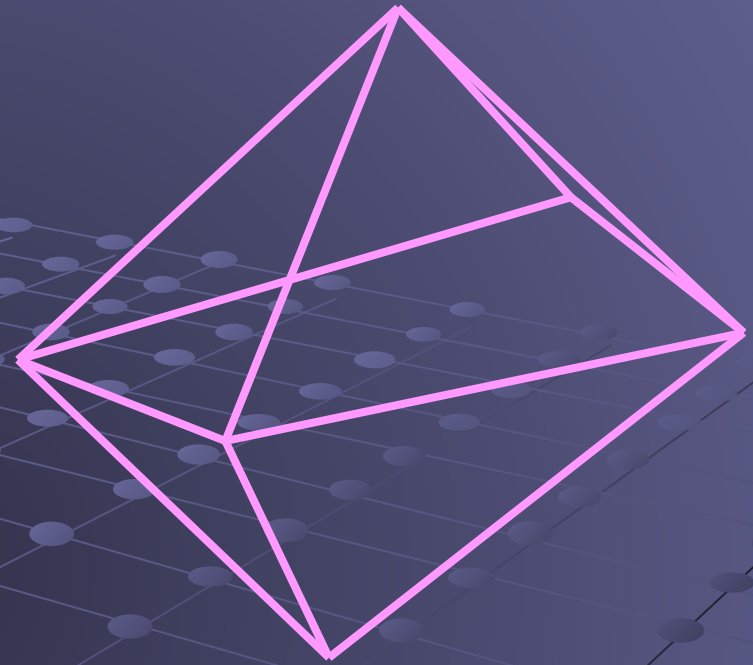


## 2) Куб - Гексаэдр



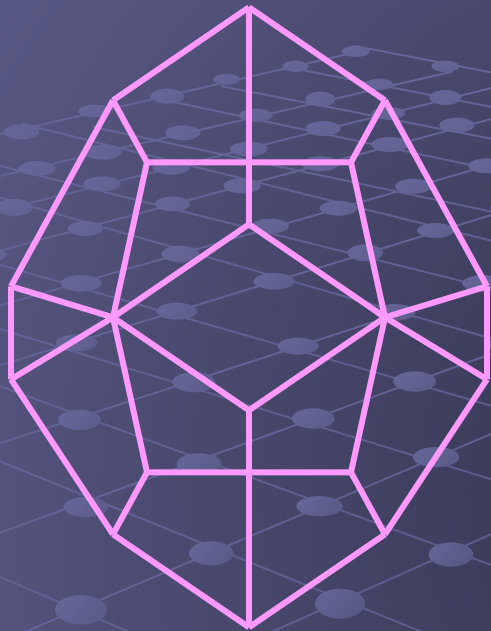
- Все грани – квадраты
- В каждой вершине сходится по три ребра
- Представляет собой прямоугольный параллелепипед с равными ребрами

## 3) Октаэдр



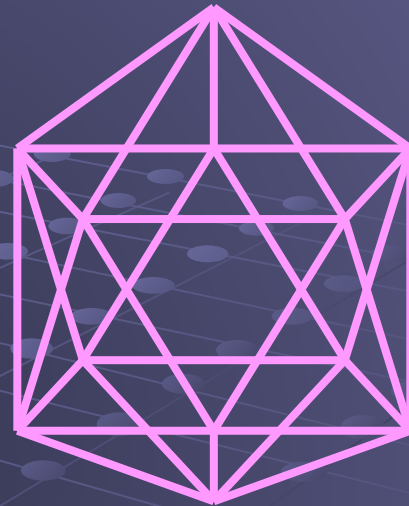
- Грани – правильные треугольники
- В каждой вершине сходится по четыре ребра
- Поверхность состоит из 8 правильных треугольников

## 4)Додекаэдр



Грани – правильные пятиугольники  
В каждой вершине сходится по три ребра  
Поверхность состоит из 12 правильных пятиугольников

## 5)Икосаэдр



- Грани – правильные треугольники
- В каждой вершине сходится по пять ребер
- Поверхность состоит из 20 правильных треугольников

# Теорема Эйлера

Для любого выпуклого многогранника имеет место равенство

$$V - P + \Gamma = 2$$

где  $V$  – число вершин

$P$  – число ребер

$\Gamma$  – число граней данного многогранника

Это свойство связывает число вершин, ребер и граней, доказанное в 1752 году Леонардом Эйлером и получившее название теоремы Эйлера

Дан правильный многогранник: грани  $n$ -угольники, в вершине сходится  $m$ -рёбер.

- Ясно, что  $m, n$  больше или равны трём.
- $V$ - вершины,  $P$ -рёбра,  $\Gamma$ -грани многогранника.
- Тогда  $n\Gamma=2P$ ;  $\Gamma=2P/n$ ;  $mV=2P$ ;  $V=2P/m$ .
- По теореме Эйлера  $V-P+\Gamma=2$ , значит  $2P/m-P+2P/n=2$ .
- Отсюда,  $P=2mn:(2n+2m-mn)$ . Из этого равенства следует, что  $2n+2m-mn>0$ , отсюда  $(n-2)(m-2)<4$ .
- Следовательно, если  $n$  и  $m$  равны 4 и более, то они не удовлетворяют неравенству, значит соответствующих многогранников не существует.
- Таким образом, мы доказали справедливость нашей гипотезы.

# Вывод

Используя теорему Эйлера, мы доказали, что в природе не существует больше пяти правильных многогранников.

Изучая геометрию, мы научимся правильно думать, убедительно рассуждать, хорошо представлять себе пространственные формы, увидеть и почувствовать их красоту.

# Информационные ресурсы

- Математика. Учебно-методическое приложение к газете «Первое сентября». М., «Первое сентября» -2006.-№ 16, № 22., 2007.-№ 5, № 16.
- Математика в школе. Научно-методический журнал, М., Школьная пресса, 2006-2008.
- Тихонов А.Т. Костомаров Д.П. Рассказы о прикладной математике. М., Наука, 1975.
- [www.edu.ru](http://www.edu.ru)
- [www.edu.yar.ru](http://www.edu.yar.ru)
- [mat.1september.ru](http://mat.1september.ru)
- [uztest.ru](http://uztest.ru)