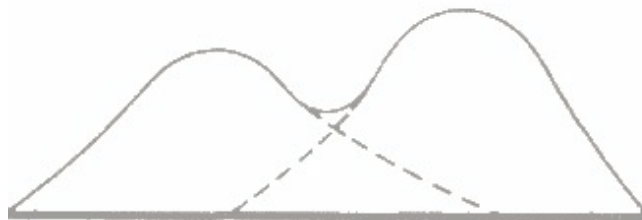


# Описательные характеристики распределения тестовых результатов

1. **Меры среднего положения** (меры центральной тенденции).
  - Мода, медиана, среднее
2. **Меры вариации** (рассеяния, изменчивости данных).
  - Размах, дисперсия, стандартное отклонение, коэффициент вариации
3. **Меры формы** (меры симметрии и островершинности кривой распределения).
  - Коэффициенты асимметрии, эксцесса
4. **Квантили**.
  - Квартили, процентиля

# Меры среднего положения

- Это обобщающие показатели, характеризующие типичное значение, присущее большинству единиц совокупности, позволяющие выявлять закономерности.
- **Мода,  $M$**  – это наиболее часто встречающееся значение признака в исследуемой совокупности.
  - **Унимодальное распределение,**
  - **Бимодальное распределение,**
  - **Мультимодальное распределение.**



Бимодальное распределение

В данной совокупности имеются две относительно самостоятельные группы.

- **Медиана,  $Md$**  – это значение, которое делит упорядоченную совокупность данных пополам, так что одна половина значений больше медианы, а другая – меньше.

# Меры среднего положения

- *Среднее*,  $\bar{x}$ , – это значение, которое отражает типичное значение для исследуемой совокупности в данных условиях:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n},$$

где  $n$  – объем совокупности,  $x_i$  –  $i$ -е значение совокупности.

- Чтобы средняя величина была действительно обобщающей характеристикой, улавливающей закономерность, она должна применяться к достаточно однородной совокупности.
- Средняя величина рассчитывается только для количественных признаков.

# Соотношение мер среднего положения

- У симметричных унимодальных распределений:

$$\bar{x} = M = Md$$

- У унимодальных распределений с правой асимметрией:

$$M < Md < \bar{x}$$

- У унимодальных распределений с левой асимметрией:

$$M > Md > \bar{x}$$

*Выбор меры центральной тенденции в зависимости от типа измерительной шкалы*

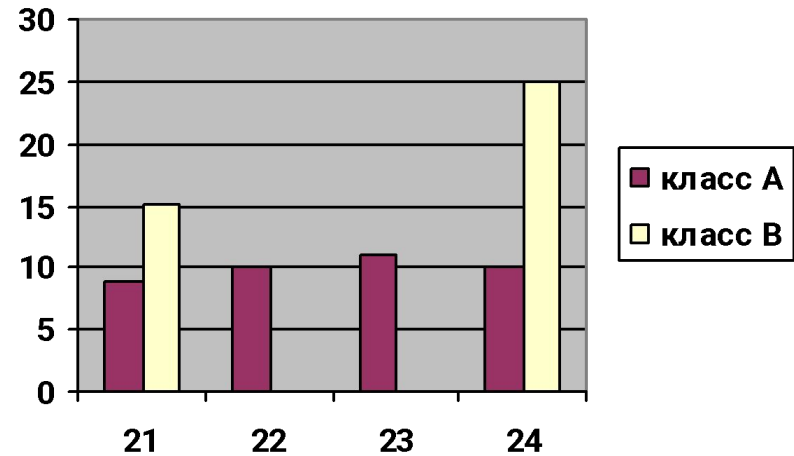
Тип шкалы	Меры центральной тенденции
<b>Номинальная</b>	Мода
<b>Ранговая</b>	Мода, медиана
<b>Интервальная</b>	Мода, медиана, среднее
<b>Отношений</b>	Мода, медиана, среднее

# Меры изменчивости

- **Меры изменчивости** – показатели, измеряющие вариацию (разброс) значений совокупности. К мерам изменчивости относятся: размах, дисперсия, стандартное отклонение, коэффициент вариации, и др.

- **Размах вариации ( $R$ )**, отражает пределы изменчивости значений совокупности.
- Представляет собой разность между максимальным ( $x_{\max}$ ) и минимальным значением ( $x_{\min}$ ) совокупности:

$$R = x_{\max} - x_{\min}.$$



- Размах не учитывает всех значений в выборке и определяется только двумя значениями.

# Меры изменчивости

- **Дисперсия**,  $\delta^2$  или  $s^2$ , – это значение, которое отражает внутреннюю изменчивость значений исследуемой совокупности:

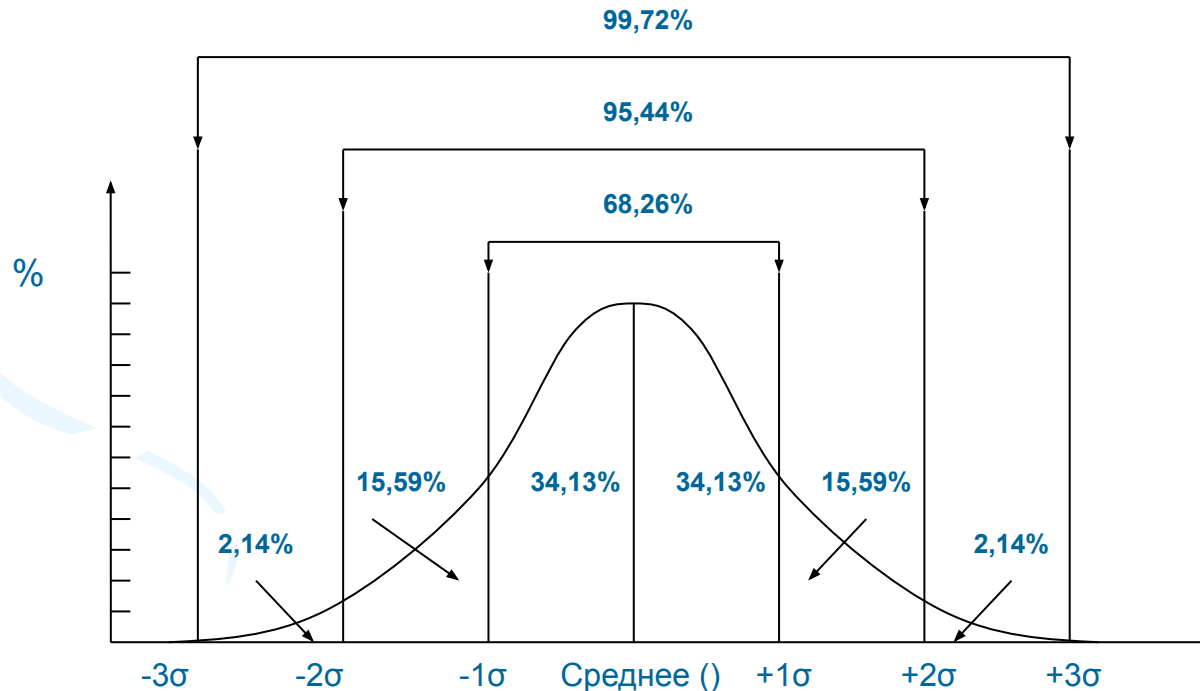
$$\delta^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1},$$

- где  $n$  – объем совокупности,  
 $x_i$  –  $i$ -е значение,  $\bar{x}$  – среднее значение.
- **Стандартное отклонение**,  $\delta$  или  $s$ , показывает насколько в среднем отклоняется каждое значение ( $x_i$ ) от среднего  $\bar{x}$ :

$$\delta = \sqrt{\delta^2},$$

# Меры изменчивости

- **В случае нормальности** распределения исследуемой совокупности значений справедливо следующее (правило «Трех сигм»):
- 70% значений лежит между  $\bar{x} - \sigma$  и  $\bar{x} + \sigma$  ,
- 95% значений лежит между  $\bar{x} - 2\sigma$  и  $\bar{x} + 2\sigma$  ,
- 99% значений лежит между  $\bar{x} - 3\sigma$  и  $\bar{x} + 3\sigma$



Процентное распределение наблюдений под нормальной кривой

# Меры изменчивости

- Для сопоставления изменчивости признаков используют *коэффициент вариации*

$$Cv = \frac{\sigma}{x} \cdot 100\%$$

- При симметричных распределениях коэффициент вариации  $Cv$  не превышает 50%. При сильно асимметричных рядах распределения коэффициент вариации  $Cv$  может принимать значение 100% и даже выше.

Варьирование считается

- слабым, если  $Cv < 10\%$ ,
- средним, если  $10\% < Cv \leq 33\%$ ,
- значительным, при  $Cv > 33\%$ .

- Если значение коэффициента вариации  $Cv$  не превышает 33%, то изучаемая совокупность считается однородной.



# Квантили

**Квантиль** — делит совокупность на заданное число равных частей по количеству значений.

Число частей может быть различным, отсюда и разные квантили – **квартили, децили, перцентили**.

**Квартиль** делит совокупность на четыре равные части, по 25% значений в каждой части.



# Квантили

- **Дециль** делит совокупность на 10 равных частей, по 10% значений в каждой части.
- **Перцентиль** делит совокупность на 100 равных частей.

- Например,

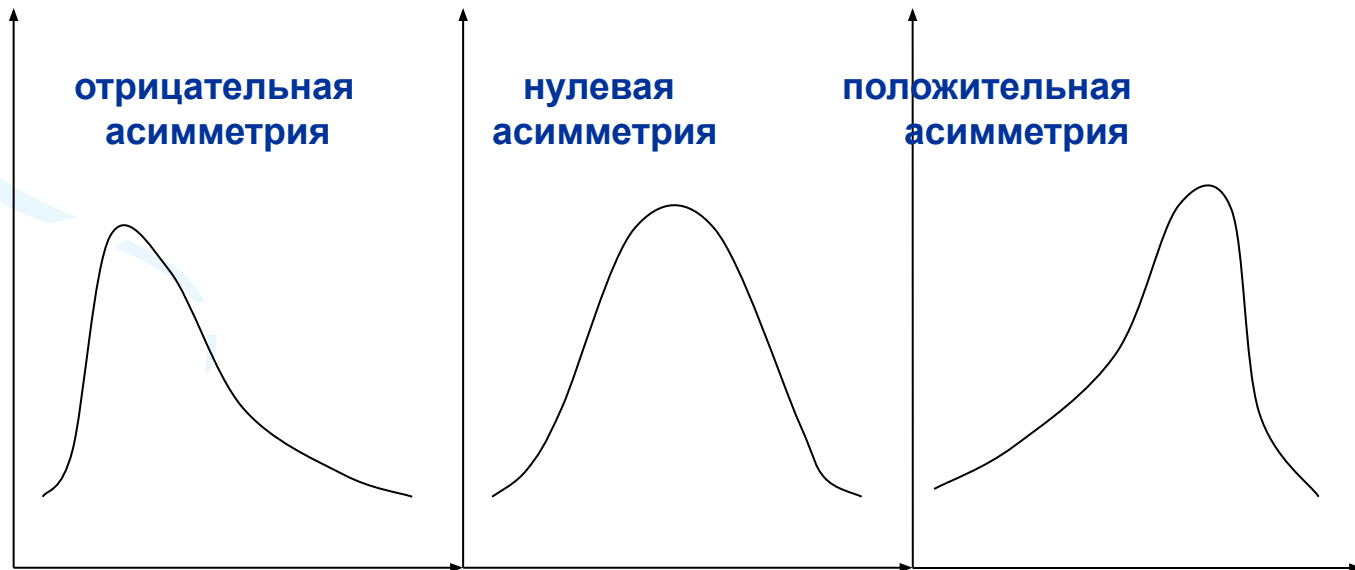
$$D_1 = C_{10}, Q_1 = C_{25}, Md = C_{50}, Q_3 = C_{75} \text{ и т.д.}$$

- **Необходимость расчета квантилей** вызвана теми же причинами, что и расчет медианы: низкая чувствительность к случайным резким отклонениям значений признака.

# Меры формы

**Асимметрия ( $As$ )** – степень отклонения распределения от симметричного распределения, характерного для нормальной кривой.

- Асимметрия  $As$  принимает значения в диапазоне от  $-3$  до  $+3$ .
- $As = 0$ , распределение симметрично;
- $As < 0$ , левосторонняя асимметрия,
- $As > 0$ , правосторонняя асимметрия.

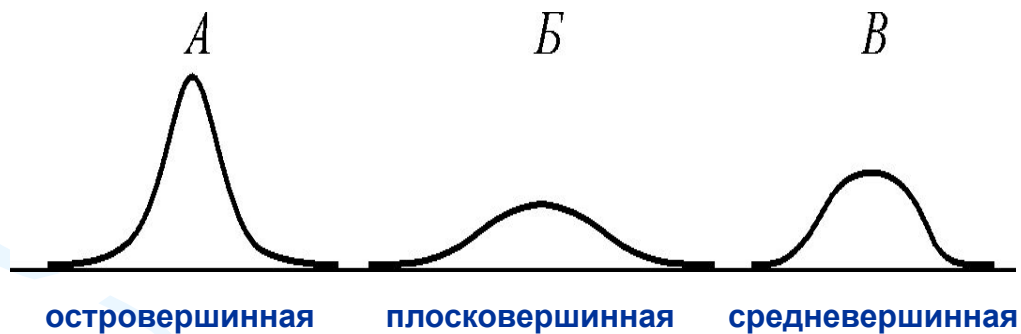


# Меры формы

**Эксцесс ( $E_x$ )** – степень островершинности кривой распределения.

**Эксцесс ( $E_x$ )** принимает значения в диапазоне от  $-3$  до  $+3$ .

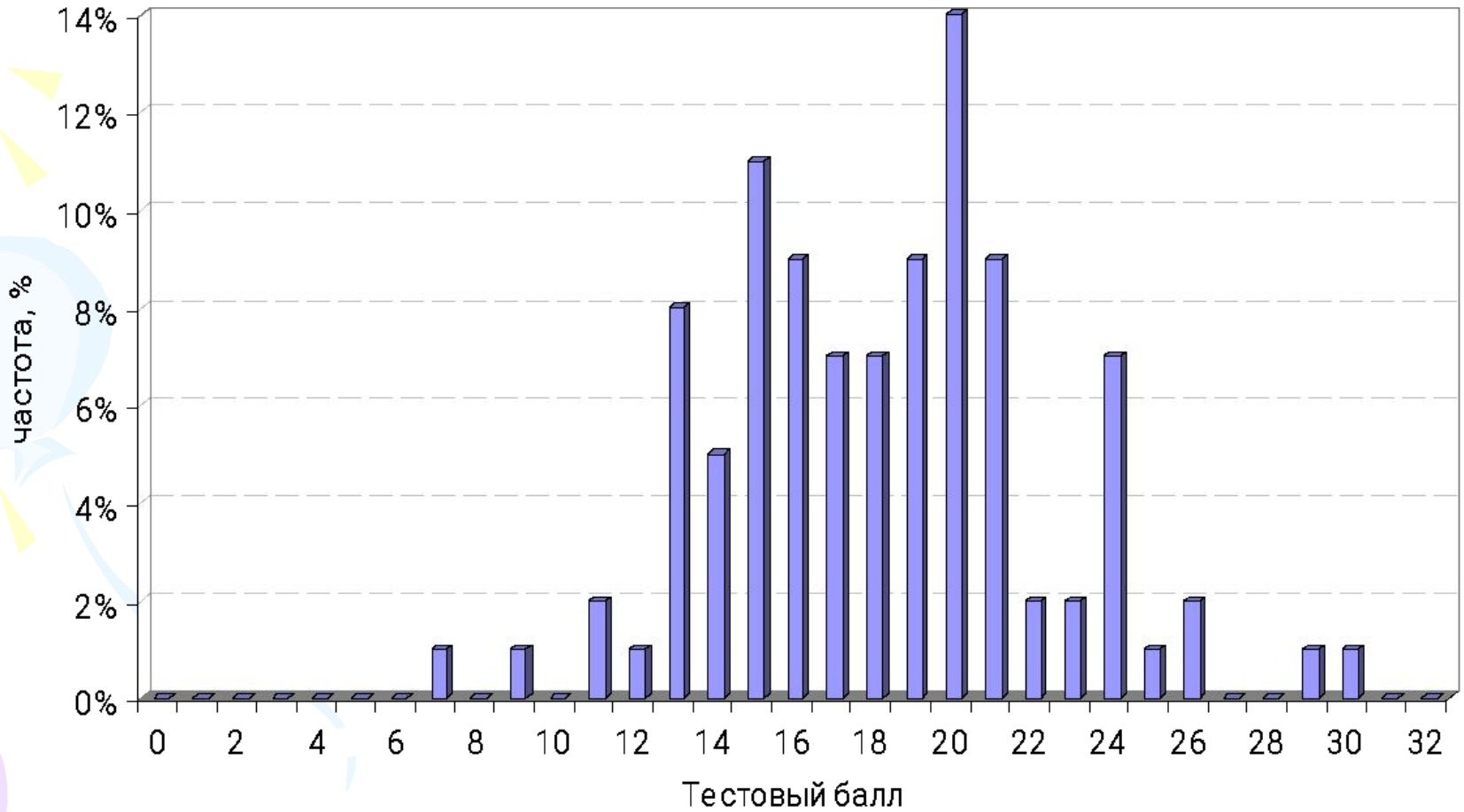
- $E_x = 0$ , распределение средневершинно;
- $E_x < 0$ , плосковершинная кривая,
- $E_x > 0$ , островершинная кривая.



Понятие «эксцесс» применимо лишь к унимодальным распределениям. Если две моды, то говорят об эксцессе кривой в окрестности каждой моды.

Меры асимметрии и эксцесса можно использовать для сравнения различных распределений.

## Гистограмма распределения результатов тестирования



# План апробации тестовых заданий

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

A decorative graphic on the left side of the slide features three balloons in shades of green, light blue, and purple. Each balloon is attached to a streamer and has several small yellow triangular shapes radiating from it, resembling confetti or light rays.

**Спасибо за внимание!**

**Ваши вопросы  
и пожелания**