

Описательные характеристики распределения тестовых результатов

- 1. Меры среднего положения** (меры центральной тенденции).
 - Мода, медиана, среднее
- 2. Меры вариации** (рассеяния, изменчивости данных).
 - Размах, дисперсия, стандартное отклонение, коэффициент вариации
- 3. Меры формы** (меры симметрии и островершинности кривой распределения).
 - Коэффициенты асимметрии, эксцесса
- 4. Квантили.**
 - Квартили, процентиля

Меры среднего положения

- Это обобщающие показатели, характеризующие типичное значение, присущее большинству единиц совокупности, позволяющие выявлять закономерности.
- **Мода, M** – это наиболее часто встречающееся значение признака в исследуемой совокупности.
 - **Унимодальное распределение,**
 - **Бимодальное распределение,**
 - **Мультимодальное распределение.**



Бимодальное распределение

В данной совокупности имеются две относительно самостоятельные группы.

- **Медиана, Md** – это значение, которое делит упорядоченную совокупность данных пополам, так что одна половина значений больше медианы, а другая – меньше.

Меры среднего положения

- *Среднее*, \bar{x} , – это значение, которое отражает типичное значение для исследуемой совокупности в данных условиях:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n},$$

где n – объем совокупности, x_i – i -е значение совокупности.

- Чтобы средняя величина была действительно обобщающей характеристикой, улавливающей закономерность, она должна применяться к достаточно однородной совокупности.
- Средняя величина рассчитывается только для количественных признаков.

Соотношение мер среднего положения

- У симметричных унимодальных распределений:

$$\bar{x} = M = Md$$

- У унимодальных распределений с правой асимметрией:

$$M < Md < \bar{x}$$

- У унимодальных распределений с левой асимметрией:

$$M > Md > \bar{x}$$

Выбор меры центральной тенденции в зависимости от типа измерительной шкалы

| Тип шкалы | Меры центральной тенденции |
|---------------------|----------------------------|
| Номинальная | Мода |
| Ранговая | Мода, медиана |
| Интервальная | Мода, медиана, среднее |
| Отношений | Мода, медиана, среднее |

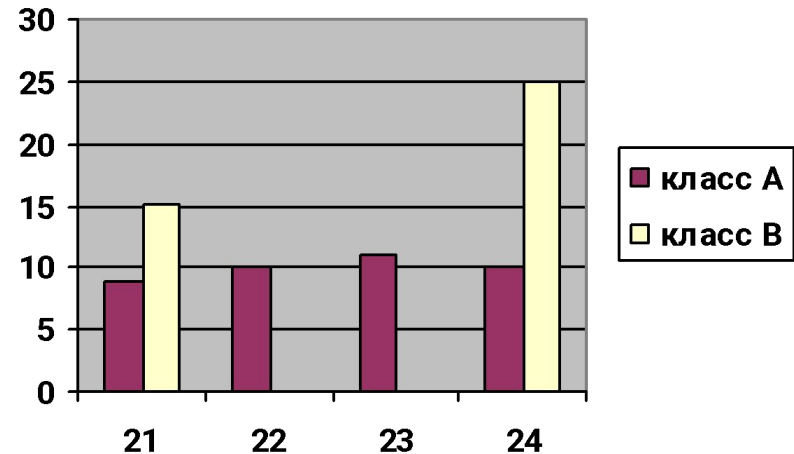
Меры изменчивости

- *Меры изменчивости* – показатели, измеряющие вариацию (разброс) значений совокупности. К мерам изменчивости относятся: размах, дисперсия, стандартное отклонение, коэффициент вариации, и др.

- *Размах вариации (R)*, отражает пределы изменчивости значений совокупности.
- Представляет собой разность между максимальным (x_{\max}) и минимальным значением (x_{\min}) совокупности:

$$R = x_{\max} - x_{\min}.$$

- Размах не учитывает всех значений в выборке и определяется только двумя значениями.



Меры изменчивости

- **Дисперсия**, δ^2 или s^2 , – это значение, которое отражает внутреннюю изменчивость значений исследуемой совокупности:

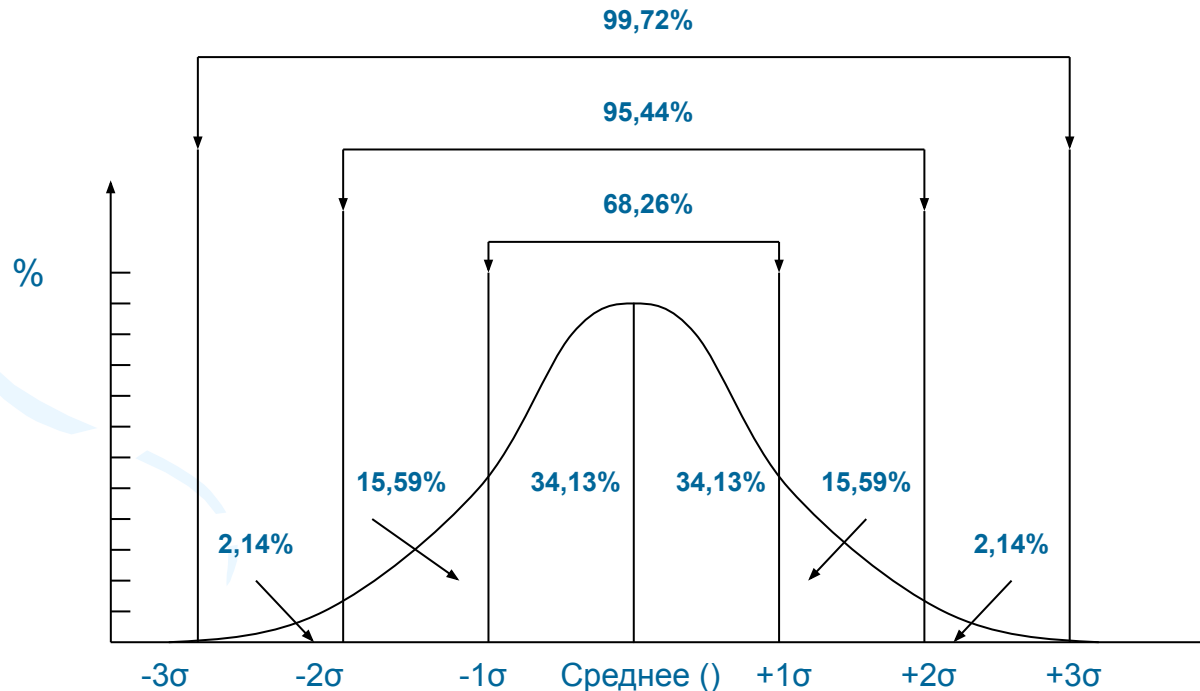
$$\delta^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1},$$

- где n – объем совокупности,
 x_i – i -е значение, \bar{x} – среднее значение.
- **Стандартное отклонение**, δ или s , показывает насколько в среднем отклоняется каждое значение (x_i) от среднего \bar{x} :

$$\delta = \sqrt{\delta^2},$$

Меры изменчивости

- **В случае нормальности** распределения исследуемой совокупности значений справедливо следующее (правило «Трех сигм»):
- 70% значений лежит между $\bar{x} - \sigma$ и $\bar{x} + \sigma$,
- 95% значений лежит между $\bar{x} - 2\sigma$ и $\bar{x} + 2\sigma$,
- 99% значений лежит между $\bar{x} - 3\sigma$ и $\bar{x} + 3\sigma$



Процентное распределение наблюдений под нормальной кривой

Меры изменчивости

- Для сопоставления изменчивости признаков используют *коэффициент вариации*

$$Cv = \frac{\sigma}{x} \cdot 100\% .$$

- При симметричных распределениях коэффициент вариации Cv не превышает 50%. При сильно асимметричных рядах распределения коэффициент вариации Cv может принимать значение 100% и даже выше.

Варьирование считается

- слабым, если $Cv < 10\%$,
- средним, если $10\% < Cv \leq 33\%$,
- значительным, при $Cv > 33\%$.

- Если значение коэффициента вариации Cv не превышает 33%, то изучаемая совокупность считается однородной.

Квантили

Квантиль — делит совокупность на заданное число равных частей по количеству значений.

Число частей может быть различным, отсюда и разные квантили — **квартили, децили, перцентили**.

Квартиль делит совокупность на четыре равные части, по 25% значений в каждой части.



Квантили

- **Дециль** делит совокупность на 10 равных частей, по 10% значений в каждой части.
- **Перцентиль** делит совокупность на 100 равных частей.

- Например,

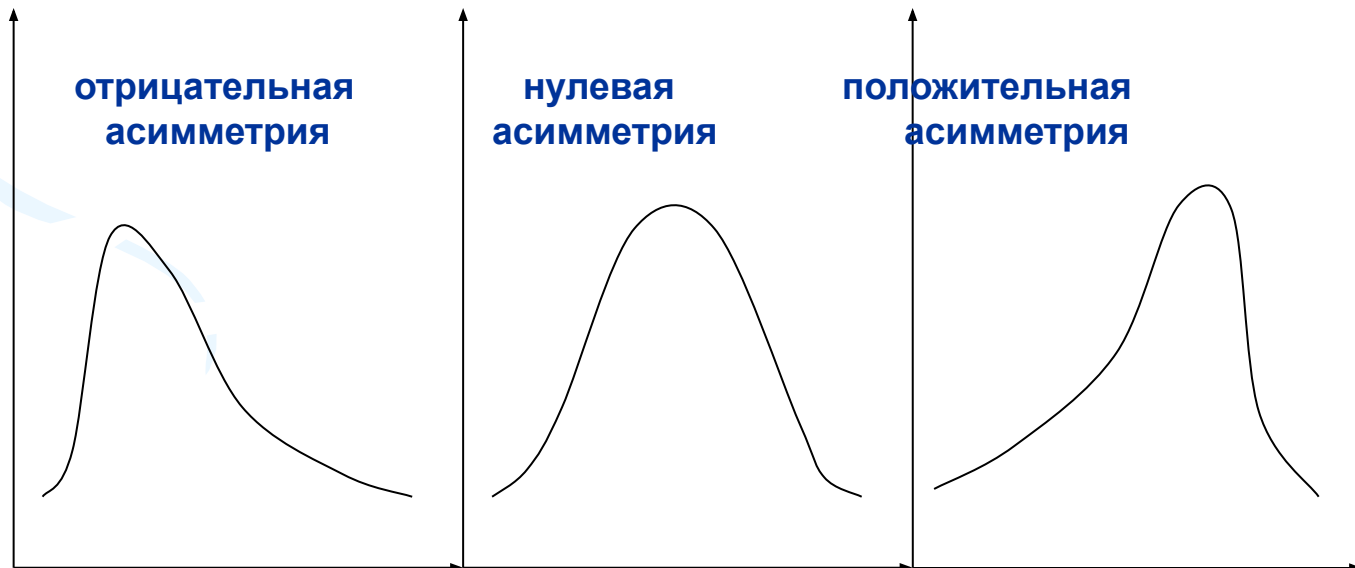
$$D_1 = C_{10}, Q_1 = C_{25}, Md = C_{50}, Q_3 = C_{75} \text{ и т.д.}$$

- **Необходимость расчета квантилей** вызвана теми же причинами, что и расчет медианы: низкая чувствительность к случайным резким отклонениям значений признака.

Меры формы

Асимметрия (As) – степень отклонения распределения от симметричного распределения, характерного для нормальной кривой.

- Асимметрия As принимает значения в диапазоне от -3 до $+3$.
- $As = 0$, распределение симметрично;
- $As < 0$, левосторонняя асимметрия,
- $As > 0$, правосторонняя асимметрия.



Меры формы

Эксцесс (E_x) – степень островершинности кривой распределения.

Эксцесс (E_x) принимает значения в диапазоне от -3 до $+3$.

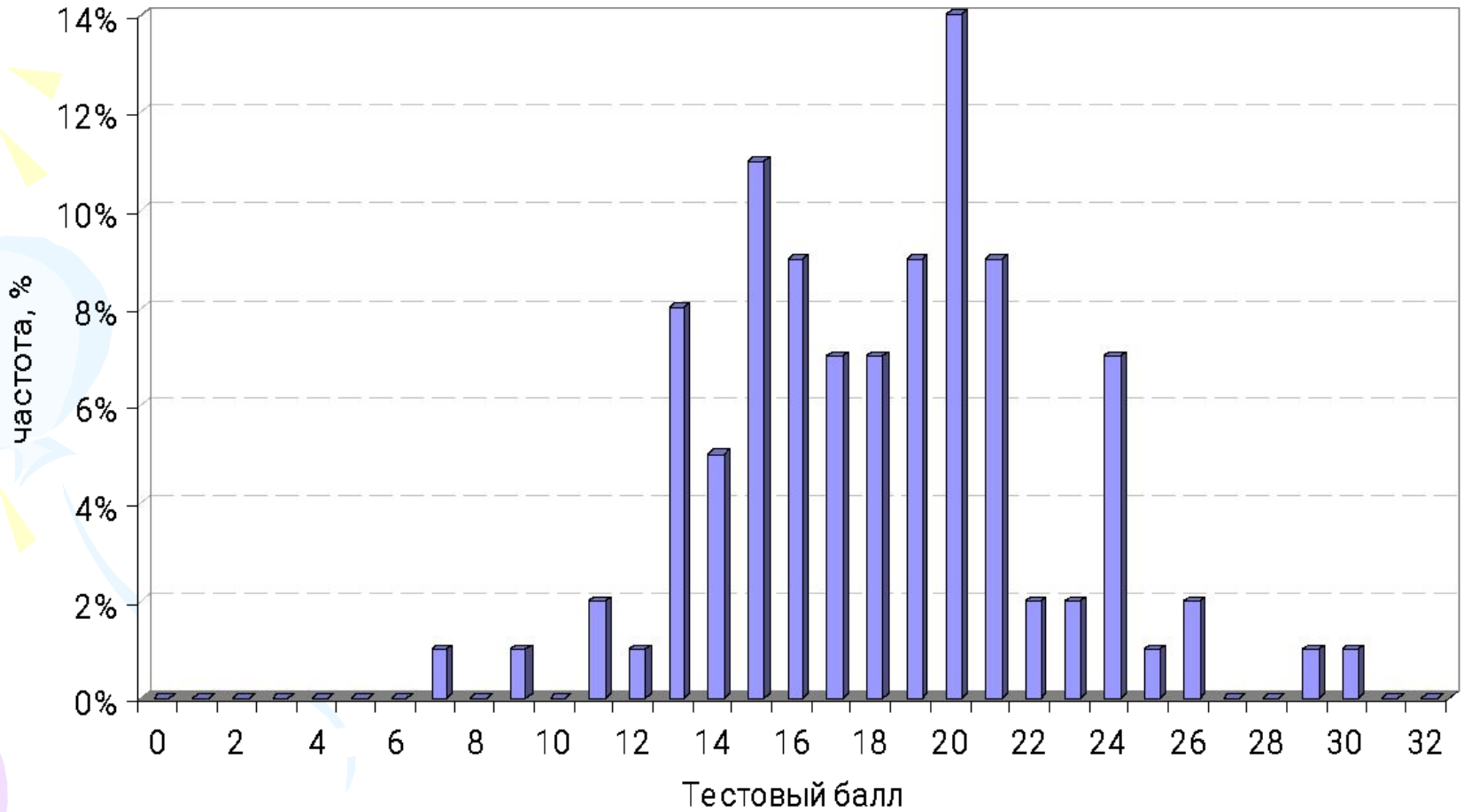
- $E_x = 0$, распределение средневершинно;
- $E_x < 0$, плосковершинная кривая,
- $E_x > 0$, островершинная кривая.



Понятие «эксцесс» применимо лишь к унимодальным распределениям. Если две моды, то говорят об эксцессе кривой в окрестности каждой моды.

Меры асимметрии и эксцесса можно использовать для сравнения различных распределений.

Гистограмма распределения результатов тестирования



План апробации тестовых заданий

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

A decorative graphic on the left side of the slide features three balloons in shades of green, blue, and purple, each with a yellow streamer and several yellow triangular confetti pieces scattered around them.

Спасибо за внимание!

**Ваши вопросы
и пожелания**