Параболоиды

Учитель математики ГОУ СОШ №718
Бугрова Елена Владимировна
(Использована программа АвтоГраф 3.20)

Определение эллиптического параболоида

- *Эллиптическим параболоидом называется поверхность второго порядка, которая в канонической системе координат определяется уравнением*

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=2z.$$

- Ось аппликат *Oz канонической системы координат является единственной осью симметрии эллиптического параболоида, плоскости xOz и yOz − плоскостями симметрии. Ось аппликат, называемая осью эллиптического параболоида, пересекает его в начале координат, эта точка называется вершиной параболоида.*

Если рассмотреть сечение эллиптического параболоида координатными плоскостями *xOz*: $y = 0$ и *yOz*: $x = 0$, *и плоскостями, им параллельными* ($x = h^1$, $y = h^2$), *то в сечении получаются параболы. Например, сечение эллиптического параболоида плоскостью* $y = h^2$ *задается системой уравнений*

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 2z, \\ y = h_2, \end{cases}$$

откуда при по $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{h_2^2}{b^2} = 2z$ второго уравнения в первое последовательно получаем:

и уравнение параболы $$x^2 = 2a^2 z - \frac{a^2 h_2^2}{b^2}$$

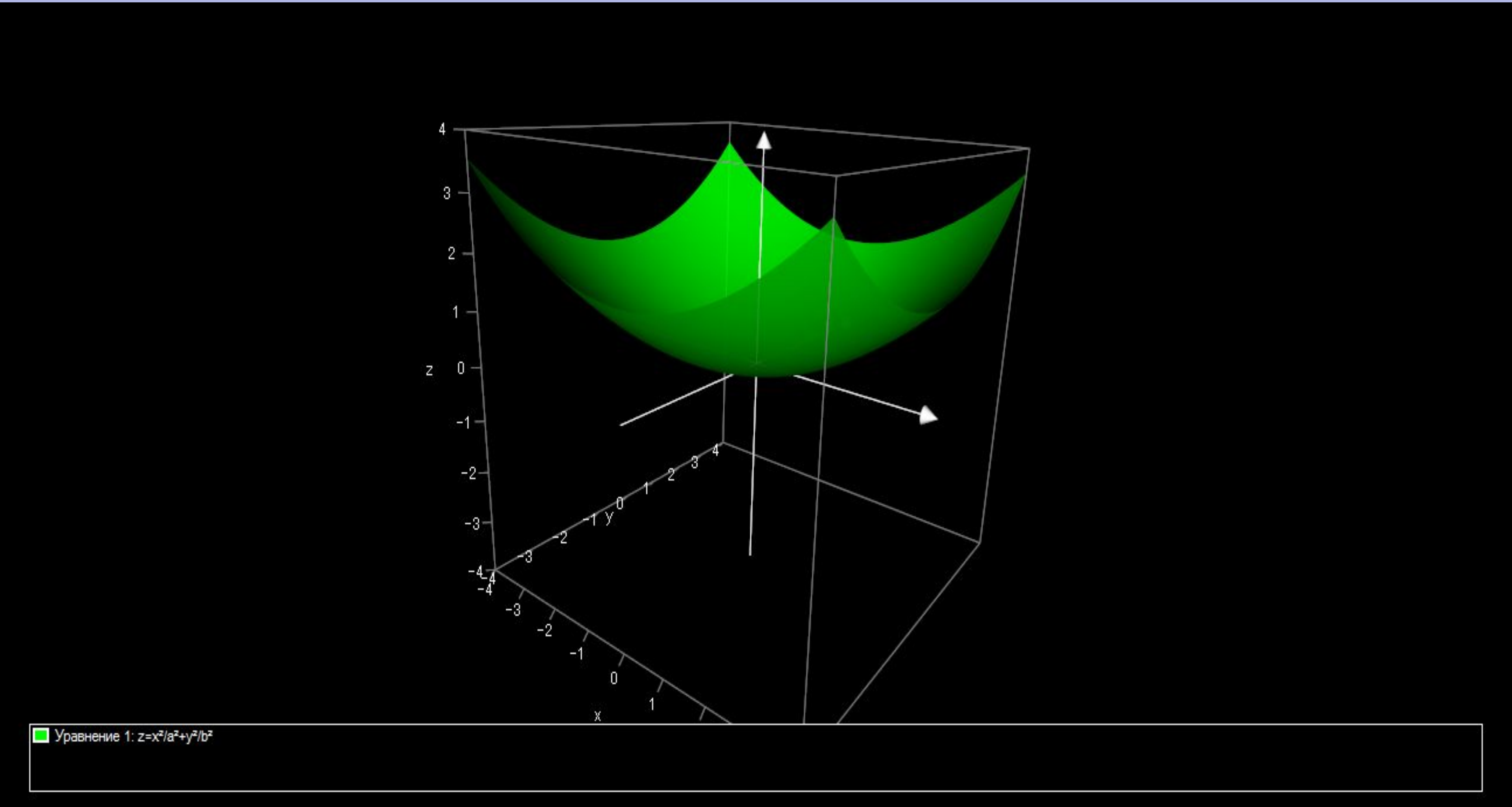
.

Получаемые таким образом параболы лежат в параллельных плоскостях, отличаясь лишь положением в пространстве.

Рассматривая аналогично сечения эллиптического параболоида плоскостью *xOy*: $z = 0$, *а также плоскостями, параллельными плоскости xOy*: $z = h$, *получаем кривые второго порядка эллиптического типа. Это – либо эллипс (при* $h > 0$*), либо пара мнимых пересекающихся прямых, т.е. точка (при* $h = 0$*), либо мнимый эллипс (при* $h < 0$*).*

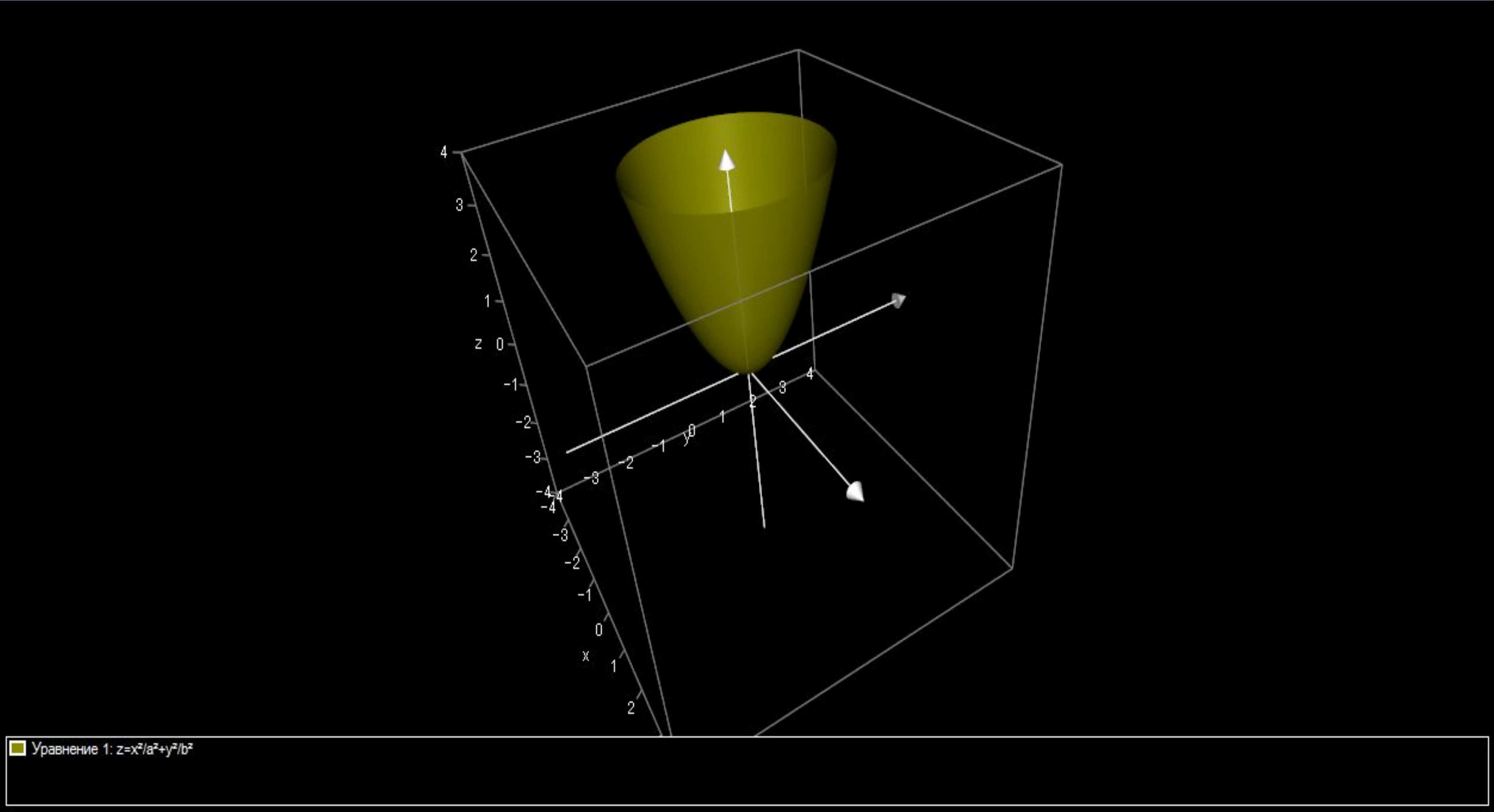
Эллиптический параболоид

$$z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2},$$

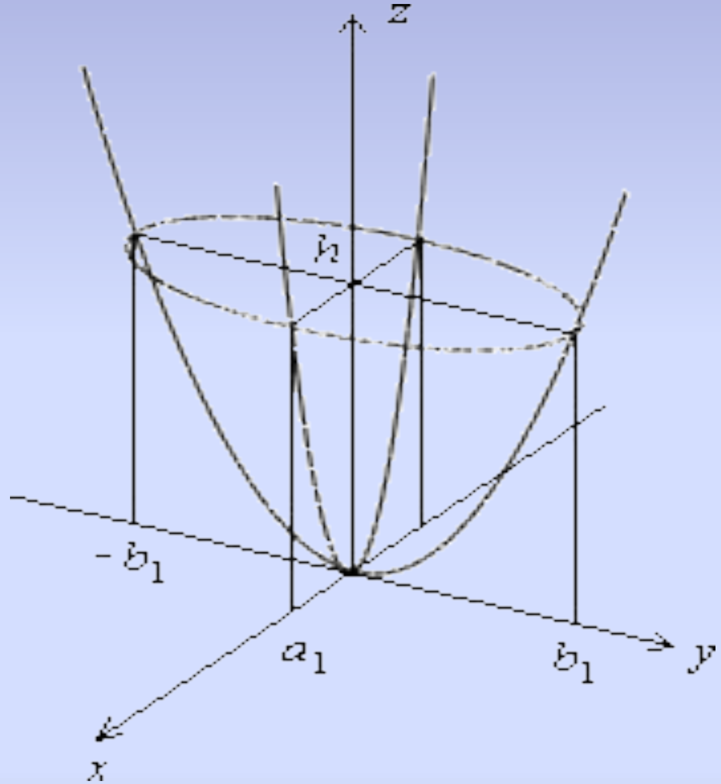


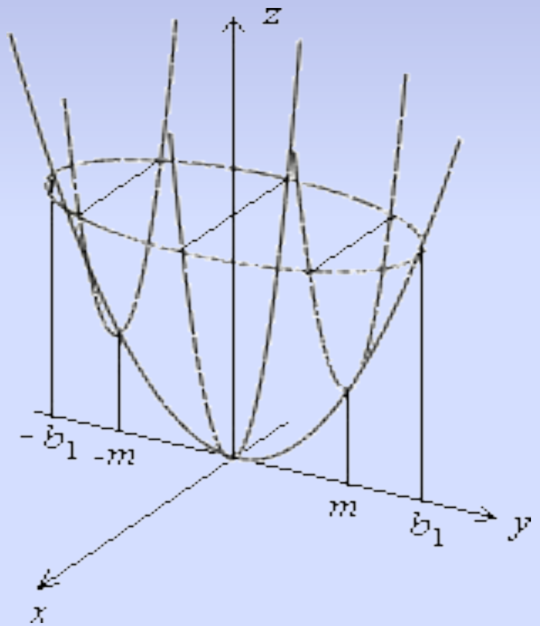
Эллиптический параболоид

$$z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2},$$



Сечение эллиптического параболоида





Определение гиперболического параболоида

- *Гиперболическим параболоидом называется поверхность второго порядка, которая в канонической системе координат определяется уравнением*

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z.$$

- Ось аппликат *Oz канонической системы координат является единственной осью симметрии гиперболического параболоида, плоскости xOz и yOz − плоскостями симметрии. Ось аппликат, называемая осью гиперболического параболоида, пересекает его в начале координат; эта точка называется вершиной параболоида.*

Если рассмотреть сечение гиперболического параболоида координатными плоскостями *xOz: y = 0 и yOz: x = 0, и плоскостями, им параллельными (x = h^1, y = h^2), то в сечении получаются параболы. Например, сечение гиперболического параболоида плоскостью x = h^1 задается системой уравнений*

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 2z, \\ x = h_1, \end{cases}$$

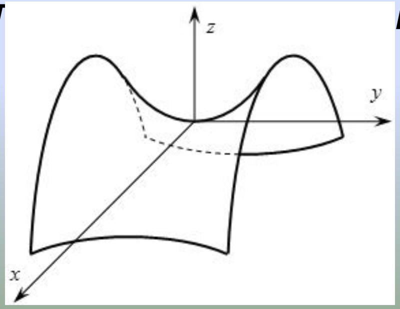
откуда при подстановке второго уравнения в первое последовательно получаем:

$$\frac{h_1^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z$$

и уравнение параболы

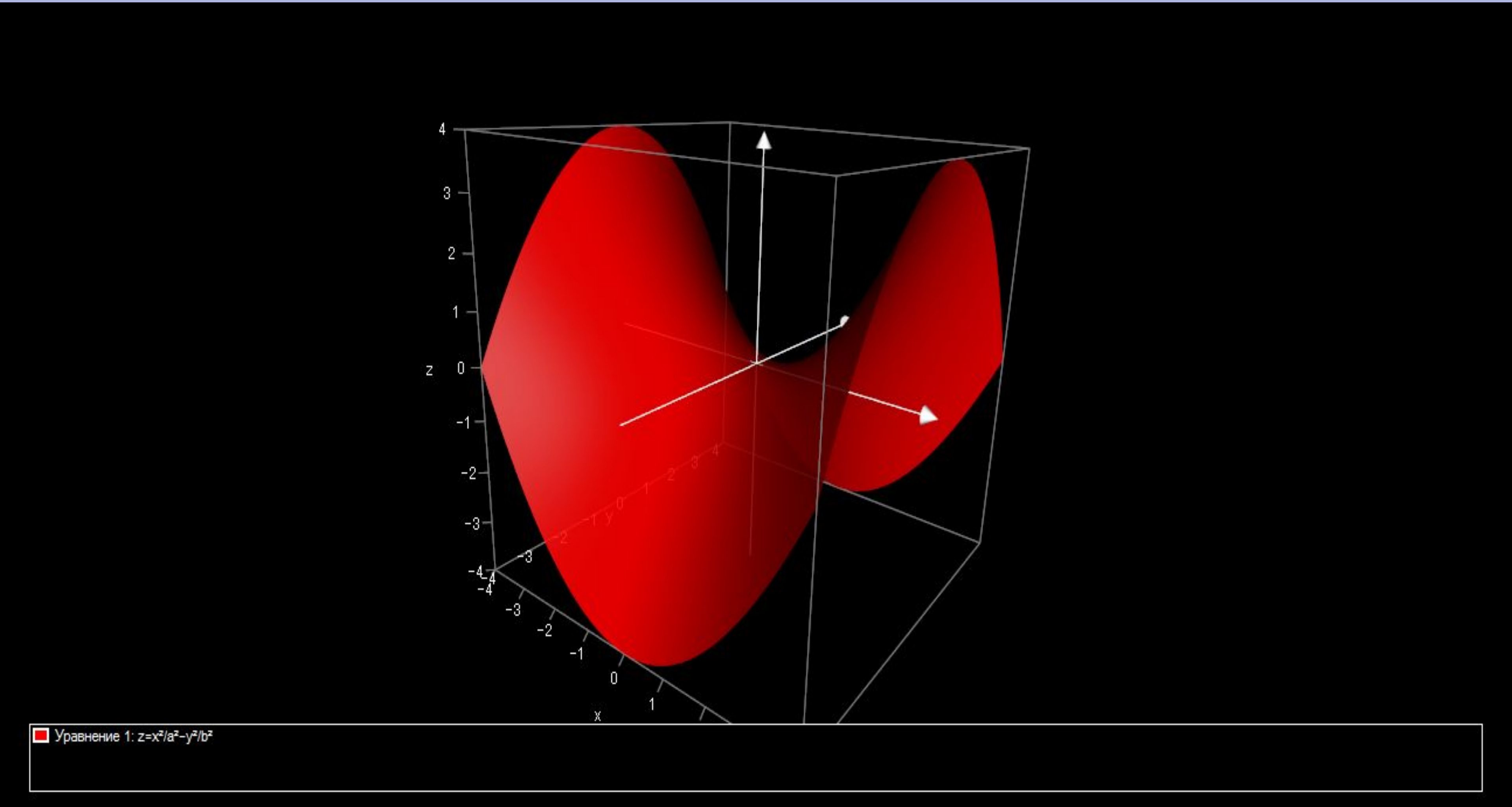
$$y^2 = -2b^2 z + \frac{b^2 h_1^2}{a^2}$$

Рассматривая аналогично сечения гиперболического параболоида плоскостью *xOy: z = 0, а также плоскостями, параллельными плоскости xOy: z = h, получаем кривые второго порядка гиперболического типа. Это либо гипербола (при |h| > 0), либо пара пересекающихся прямых (при h = 0). Таким образом, по форме гиперболический параболоид напоминает седл[illegible]ть часто называют седловой.*



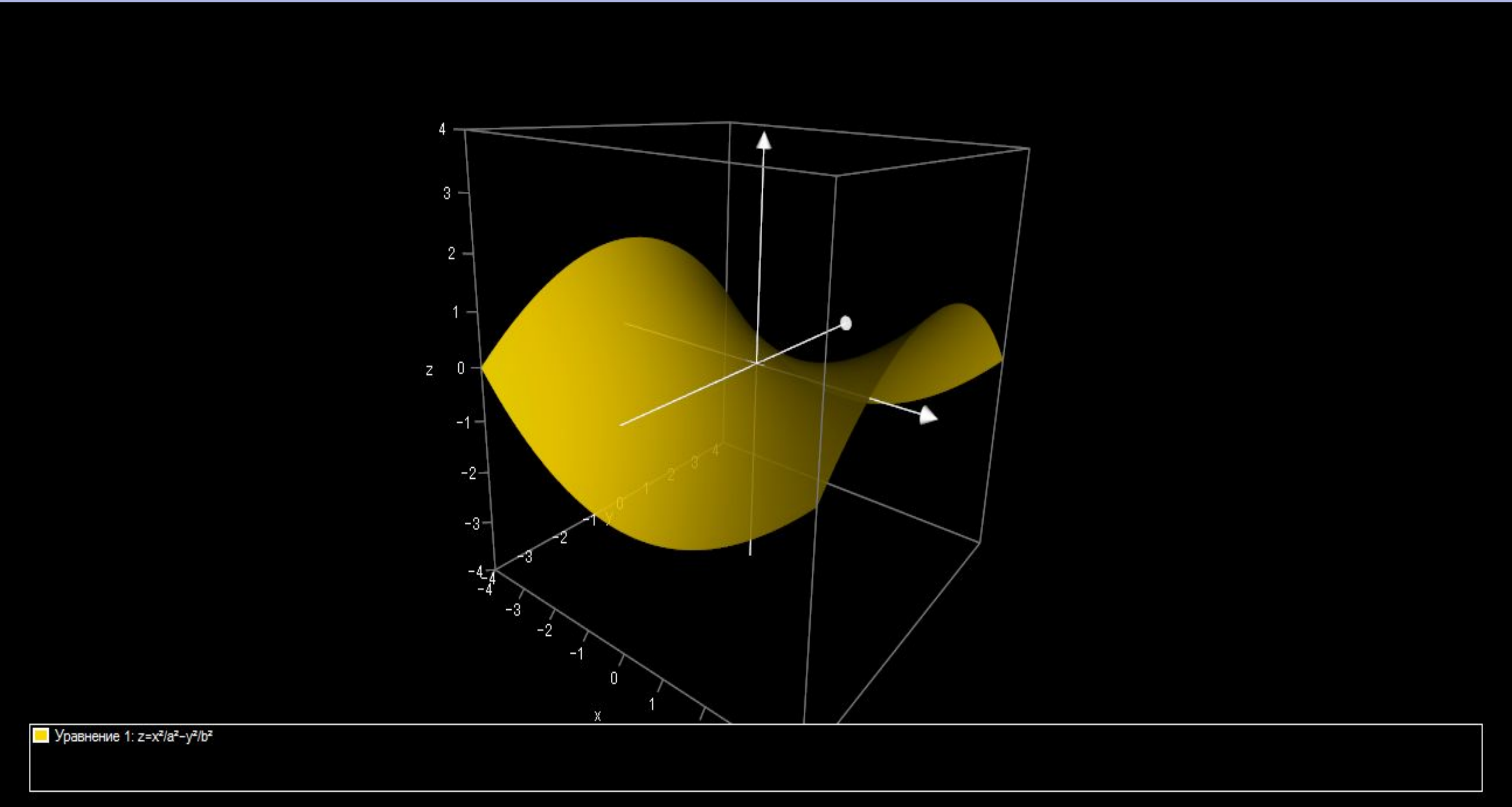
Гиперболический параболоид

$$z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2},$$



Гиперболический параболоид

$$z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2},$$



Сечение гиперболического параболоида