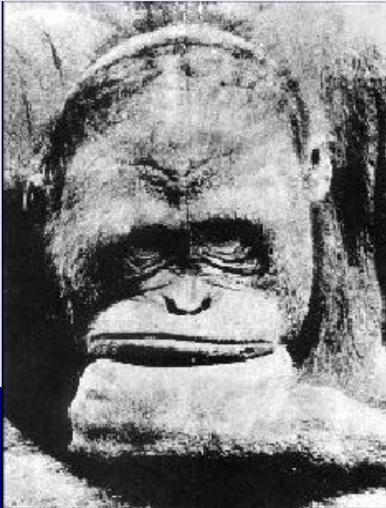
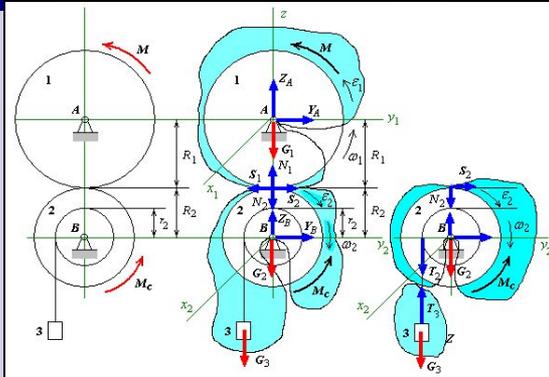


Бондаренко А.Н.



Курс лекций по теоретической механике

Динамика (I часть)



Электронный учебный курс написан на основе лекций, читавшихся автором для студентов, обучавшихся по специальностям СЖД, ПГС и СДМ в НИИЖТе и МИИТе (1974-2006 гг.). Учебный материал соответствует календарным планам в объеме трех семестров.

Для полной реализации анимационных эффектов при презентации необходимо использовать средство просмотра Power Point не ниже, чем встроенный в Microsoft Office операционной системы Windows-XP Professional.

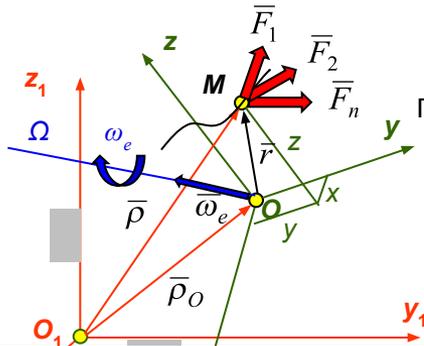
Замечания и предложения можно послать по e-mail: bond@miit.ru.

Москва - 2007

- Лекция 5. Относительное движение материальной точки. Силы инерции. Частные случаи движения для различных видов переносного движения. Влияние вращения Земли на равновесие и движение тел.

Лекция 5

- Относительное движение материальной точки** – Положим, что подвижная (неинерциальная) система координат $Oxyz$ движется по некоторому закону относительно неподвижной (инерциальной) системы координат $O_1x_1y_1z_1$. Движение материальной точки $M(x, y, z)$ относительно подвижной системы $Oxyz$ – **относительное**, относительно неподвижной системы $O_1x_1y_1z_1$ – **абсолютное**. Движение подвижной системы $Oxyz$ относительно неподвижной системы $O_1x_1y_1z_1$ – **переносное движение**.



Основное уравнение динамики: $m\bar{a} = \sum \bar{F}_i$. Абсолютное ускорение точки: $\bar{a}^a = \bar{a}^r + \bar{a}^e + \bar{a}^c$.

Подставим абсолютное ускорение точки в основное уравнение динамики: $m(\bar{a}^r + \bar{a}^e + \bar{a}^c) = \sum \bar{F}_i$.

Перенесем слагаемые с переносным и кориолисовым ускорением в правую часть: $m\bar{a}^r = \sum \bar{F}_i - m\bar{a}^e - m\bar{a}^c$.

Перенесенные слагаемые имеют размерность сил и рассматриваются как соответствующие силы инерции, равные:

$$\bar{\Phi}_e = -m\bar{a}^e, \bar{\Phi}_c = -m\bar{a}^c.$$

Тогда **относительное движение точки можно рассматривать как абсолютное, если к действующим силам добавить переносную и кориолисову силы инерции:**

$$m\bar{a}^r = \sum \bar{F}_i + \bar{\Phi}_e + \bar{\Phi}_c.$$

В проекциях на оси подвижной системы координат имеем:

$$(x): m\ddot{x} = \sum X_i + \Phi_{ex} + \Phi_{cx};$$

Величина силы тяжести (веса) на поверхности Земли равна $P = mg$.
Центробежная сила инерции составляет малую долю от силы тяжести:

$$\frac{\Phi_e^{oc}}{P} = \frac{m\omega_e^2 R \cos \varphi}{mg} \Big|_{\varphi=60^\circ} = \frac{(7.27 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 6370 \cdot 10^3 \cdot 0.5}{9.81} = 0.00172$$

Максимальная величина силы инерции (при $\varphi = 0$ - на экваторе) составляет всего 0.00343 от величины силы тяжести

Отклонение силы тяжести

от направления силы притяжения также мало:

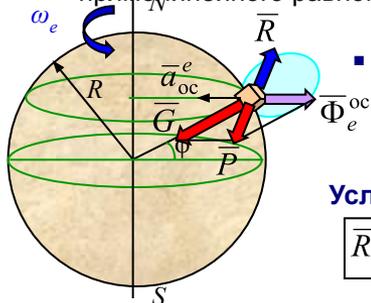
$$\frac{\sin \gamma}{\Phi_e^{oc}} = \frac{\sin \varphi}{P}; \quad \sin \gamma = \frac{\Phi_e^{oc}}{P} \sin \varphi \Big|_{\varphi=60^\circ} = 0.00172 \cdot 0.866 = 0.00149 = \gamma = 0.085^\circ$$

Таким образом, **влияние вращения Земли на равновесие тел чрезвычайно мало и в практических расчетах не принимается во внимание.**

Если **движение прямолинейное и равномерное, то подвижная система является инерциальной** и относительное движение может рассматриваться как абсолютное:

$$\bar{a}^e = \bar{0}, \quad \bar{\Phi}_c = \bar{0}, \quad \bar{\Phi}_e = \bar{0}, \quad \bar{\Phi}_c = \bar{0}.$$

Никакими механическими явлениями нельзя обнаружить прямолинейного равномерного движения (принцип относительности классической механики).



Влияние вращения Земли на равновесие тел – Положим, что тело находится в равновесии на поверхности Земли на произвольной широте φ (параллели). Земля вращается вокруг своей оси с запада на восток с угловой скоростью:

$$\omega_e = \frac{2\pi}{24 \cdot 60 \cdot 60} = 7.27 \cdot 10^{-5} \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Радиус Земли составляет около 6370 км. R – полная реакция негладкой поверхности.

G – сила притяжения Земли к центру.

Φ – центробежная сила инерции.

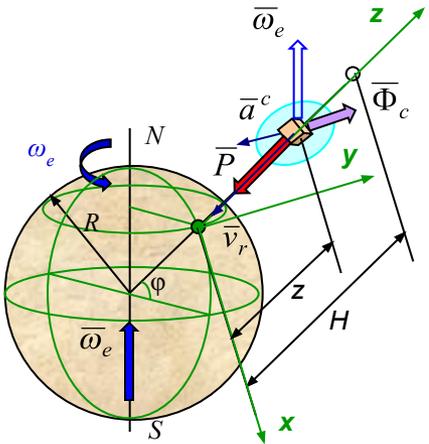
Условие относительного равновесия:

$$\bar{R} + \bar{G} + \bar{\Phi}_e^{oc} = \bar{0}.$$

Равнодействующая сил притяжения и инерции – сила тяжести (вес): $\bar{P} = \bar{G} + \bar{\Phi}_e^{oc}$.

Лекция 5 (продолжение 5.2)

- Влияние вращения Земли на движение тел в поле тяготения Земли** – Положим тело падает на Землю с некоторой высоты H над поверхностью Земли на широте φ . Выберем подвижную систему отсчета, жестко связанную с Землей, направляя оси x , y по касательной к параллели и к меридиану:



Уравнение относительного движения: $m\bar{a}^r = \sum \bar{F}_i + \bar{\Phi}_e + \bar{\Phi}_c = \bar{G} + \bar{\Phi}_e^{oc} + \bar{\Phi}_c = \bar{P} + \bar{\Phi}_c.$

Здесь учтена малость центробежной силы инерции по сравнению с силой тяжести. Таким образом сила тяготения отождествляется с силой тяжести. Кроме того, считаем, что сила тяжести направлена перпендикулярно поверхности Земли вследствие малости ее отклонения, как рассмотрено выше.

Ускорение Кориолиса равно $\bar{a}^c = 2\bar{\omega}_e \times \bar{v}$ и направлено параллельно оси y на запад.

Сила инерции Кориолиса равна $\bar{\Phi}_c = m\bar{a}^c$ и направлена в противоположную сторону.

Спроецируем уравнение относительного движения на оси:

$$(x) : m\ddot{x} = 0; \quad (y) : m\ddot{y} = \Phi_c = m2\omega_e v_r \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right); \quad (z) : m\ddot{z} = -P = -mg.$$

Решение первого уравнения дает: $\ddot{x} = 0 \Rightarrow x = C_1 t + C_2.$

Начальные условия: $t = 0; x_0 = 0; \dot{x}_0 = 0. \Rightarrow C_1 = 0; C_2 = 0. \Rightarrow x = 0.$

Решение третьего уравнения дает: $\ddot{z} = -gt \Rightarrow z = -\frac{gt^2}{2} + C_3 t + C_4.$

Начальные условия: $t = 0; z_0 = H; \dot{z}_0 = 0. \Rightarrow C_3 = 0; C_4 = H. \Rightarrow \ddot{z} = -gt. \Rightarrow z = -\frac{gt^2}{2} + H.$

Третье уравнение принимает вид: $\ddot{y} = 2\omega_e \dot{z} \cos \varphi = 2\omega_e g t \cos \varphi.$

Его решение дает: $\dot{y} = \omega_e g t^2 \cos \varphi + C_5. \Rightarrow y = \omega_e \frac{gt^2}{3} \cos \varphi + C_5 t + C_6.$

Начальные условия: $t = 0; y_0 = 0; \dot{y}_0 = 0. \Rightarrow C_5 = 0; C_6 = 0. \Rightarrow y = \omega_e \frac{gt^2}{3} \cos \varphi.$

Полученное решение показывает, что тело при падении отклоняется к востоку.

Вычислим величину этого отклонения, например, при падении с высоты 100 м.

Время падения найдем

из решения второго уравнения:

$$z = -\frac{gt^2}{2} + H = 0; \quad t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100}{9.81}} = 4.515c.$$

$$y = 7.27 \cdot 10^{-5} \frac{9.81 \cdot 4.515^3}{3} \cdot 0.5 = 0.0109m$$

Таким образом, **влияние вращения Земли на движение тел чрезвычайно мало для практических высот и скоростей и в технических расчетах не учитывается.**

Из решения второго уравнения также следует существование скорости по оси y , которая также должна вызывать и вызывает соответствующее ускорение и силу инерции Кориолиса. Влияние этой скорости и силы инерции, связанной с ней, на изменение движения будет еще меньше, чем рассмотренная сила инерции Кориолиса, связанная с вертикальной скоростью.