РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ уровень В

часть 1

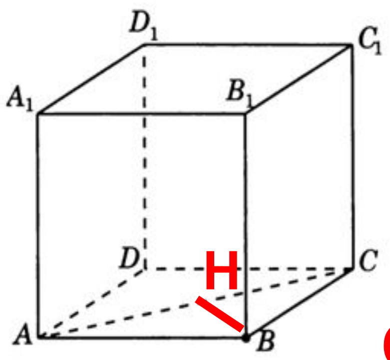
задачи			
№1,4.	№7.	№10.	№12.
№13.	№15.	№17.	№18.
№19.	№20.	№21.	№22.
№28.	№29.	№37.	

Основные приемы решения задач

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ
№№1,4

Уровень В

1. В кубе $A \ldots D_1$, все ребра которого равны $\sqrt{2}$, найдите расстояние от точки B до прямой AC.



№ 1

ΔABC (прямоугольный, равнобедренный)

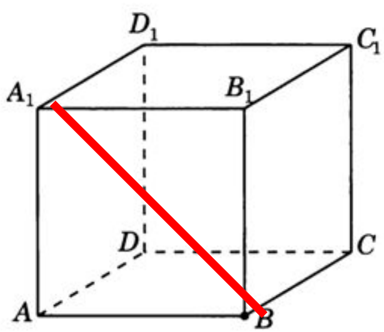
1) $AC=2$ (по теореме Пифагора)

2) $BH=1$ (по формуле высоты в прямоугольном треугольнике, проведенной к гипотенузе, $h=ab/c$)

ОТВЕТ. 1

Из выступления Игнатченко Снежаны (выпуск 2011)

4. В кубе $A \ldots D_1$, все ребра которого равны $\sqrt{2}$, найдите расстояние от точки B до прямой A_1D_1.



№ 4

BA_1 - искомое расстояние

Так как A_1B_1 - проекция A_1B на плоскость $A_1B_1C_1$

$A_1D_1 \perp A_1B_1$ (по свойству квадрата)

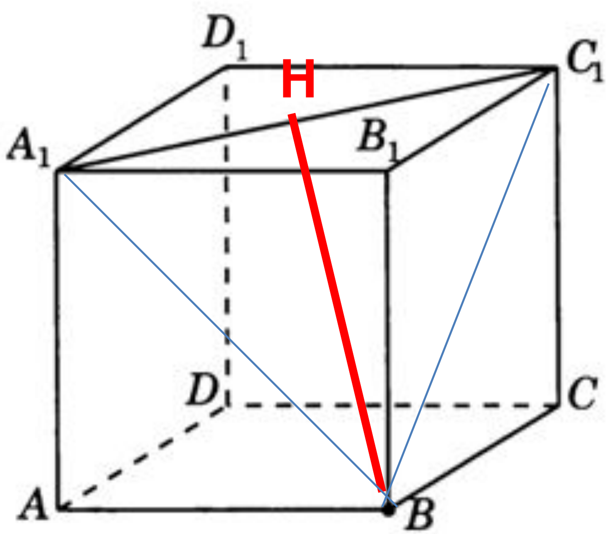
$\Rightarrow A_1B \perp A_1B_1$ (по теореме о 3 $\perp$-х)

$BA_1 = a\sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$ (по свойству квадрата)

ОТВЕТ. 2

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ
№7

7. В кубе $A \ldots D_1$, все ребра которого равны $\sqrt{6}$, найдите расстояние от точки B до прямой A_1C_1.



Точка ***B*** и прямая ***A_1C_1*** лежат в одной плоскости ***BA_1C_1*** , расстояние между ними - перпендикуляр, который является высотой правильного треугольника ***BA_1C_1*** .

По формуле высоты правильного треугольника со стороной

$$BA_1 = a\sqrt{2} = \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{12}$$

(по свойству квадрата ***BAA_1B_1***)

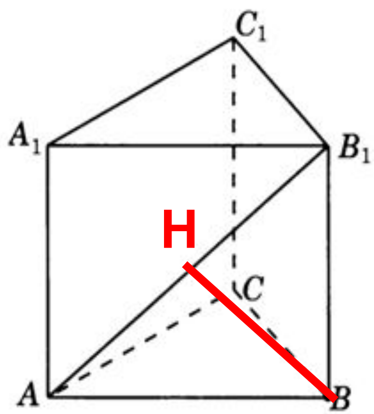
$$BH = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{12}\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{36}}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

ОТВЕТ. **3**

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ

№10

10. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны $\sqrt{2}$, найдите расстояние от точки B до прямой AB_1.



№10

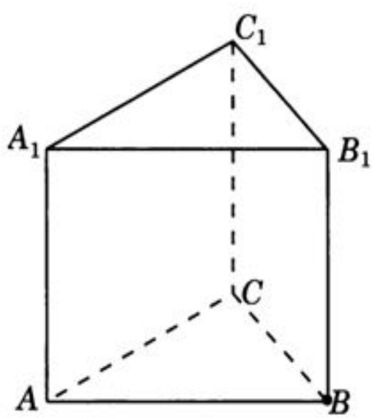
ΔABB_1 (прямоугольный, равнобедренны

1) $AB_1=2$ (по теореме Пифагора)

2) $BH=1$ (по формуле высоты в прямоугольном треугольнике, проведенной к гипотенузе, $h=ab/c$)

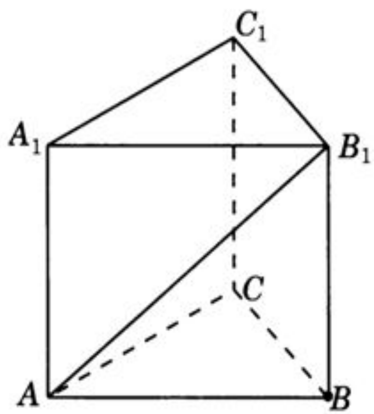
ОТВЕТ. 1

12. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны $\sqrt{7}$, найдите расстояние от точки B до прямой A_1C_1.

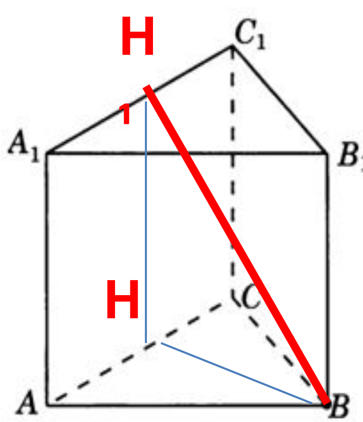


РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ
№12

10. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны $\sqrt{2}$, найдите расстояние от точки B до прямой AB_1.



12. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны $\sqrt{7}$, найдите расстояние от точки B до прямой A_1C_1.



№1 2

1) ΔABC - р/с

$$BH = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{7}\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{21}}{2}$$

2) ΔBHH_1 - прямоугольный

$$BH_1 = \sqrt{BH^2 + HH_1^{\ 2}}$$

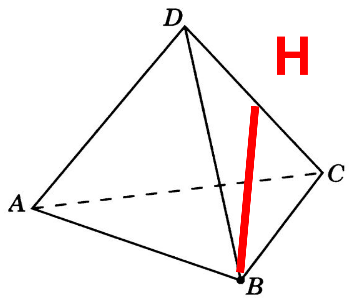
$$BH_1 = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{21}}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{7}\right)^2} = \sqrt{\frac{21}{4} + 7} = \sqrt{\frac{21}{4} + \frac{28}{4}} = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2}$$

ОТВЕ Т **3,5**

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ

№13

13. В тетраэдре $ABCD$, все ребра которого равны $\sqrt{3}$, найдите расстояние от точки B до прямой CD.



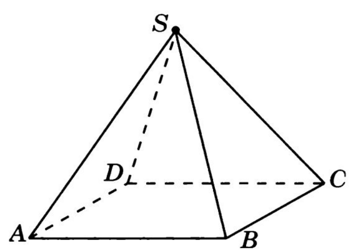
№13

Точка B и прямая CD лежат в одной плоскости BCD , расстояние между ними - перпендикуляр, который является высотой правильного треугольника BCD.
По формуле высоты правильного треугольника

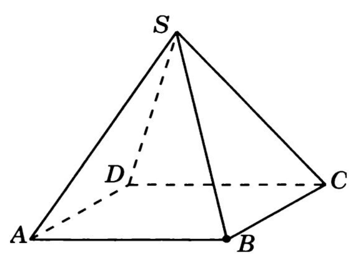
$$BH = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}$$

Из выступления Пошкаревой Анастасии (выпуск 2011)

14. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны $\sqrt{3}$, найдите расстояние от точки S до прямой BC.



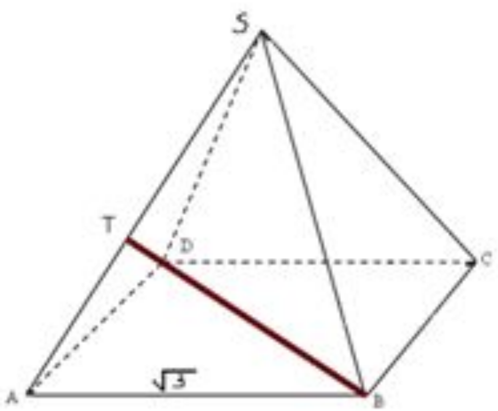
15. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны $\sqrt{3}$, найдите расстояние от точки B до прямой SA.



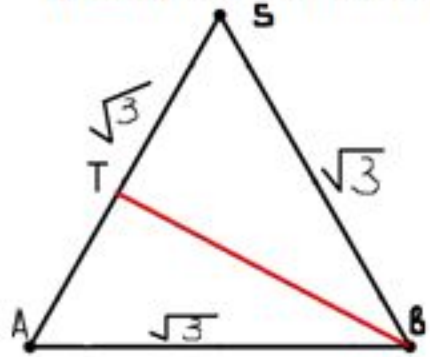
РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ №15

Задача 15.
В правильной четырёхугольной пирамиде SABCD , все рёбра которой равны √3 ,найдите расстояние от точки B до прямой SA.

Дано:
1.SABCD-правильная четырёхугольная пирамида
2.все рёбра √3
Найти:
Расстояние между (B;SA)



Решение:
1 СПОСОБ.
1. BT-расстояние между (B; SA)
2. рассмотрим ▲ASB
(▲ASB-равносторонний)



BT-медиана => $m = \sqrt{\frac{2a^2 + 2b^2 - c^2}{4}}$ где m - медиана , a
a , b , c –стороны треугольника
=>
BT=√((2·3+2·3-3)/4)= √(9/4)=3/2=1,5

2 СПОСОБ

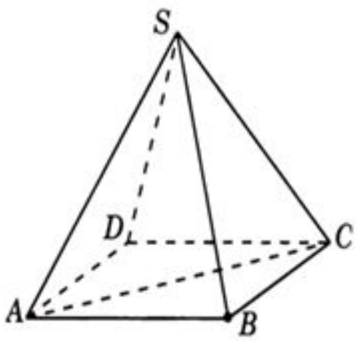
1.BT-высота в ▲ ASB => h=a*√3/2=>
√3*√3/2=3/2=1,5

Ответ: 1,5

Из выступления Павловой Юлии
(выпуск 2011)

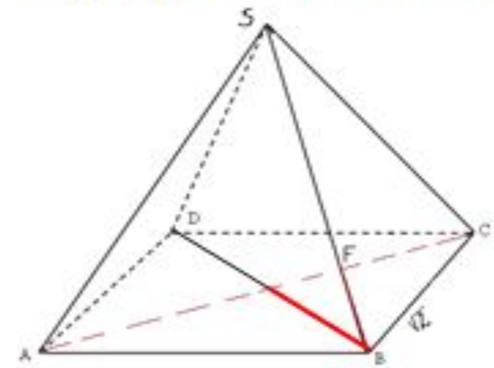
РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ
№17

17. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны $\sqrt{2}$, найдите расстояние от точки B до прямой AC.



Задача 17.

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$, все рёбра которой равны $\sqrt{2}$, найдите расстояние от точки B до прямой AC.



Дано:

1. $SABCD$ - правильная четырёхугольная пирамида
2. все рёбра $\sqrt{2}$

Найти: расстояние между $(B;AC)$

Решение:

BF-расстояние между $(B;\ AC)$

1. рассмотрим ▲ACB-прямоугольный

BD -диагональ квадрата $ADCB$;

$BD = \sqrt{(\sqrt{2}^2)+(\sqrt{2}^2)} = \sqrt{4} = 2$

2. $BF = ab/c \Rightarrow BF = (\sqrt{2}\cdot\sqrt{2})/2 = 1$

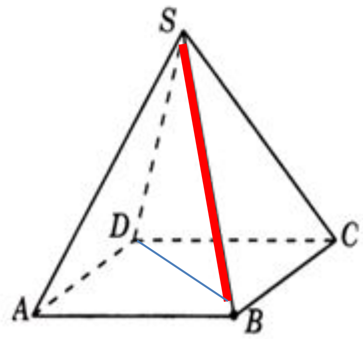
(*или* $BF = 1/2\cdot BD = 1/2\cdot 2 = 1$)

Ответ: 1

Из выступления Павловой Юлии (выпуск 2011)

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ
№18

18. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до прямой SD.



1) ABCD – квадрат

$$BD = a\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

2) ΔBDS ($SB=1$; $SD=1$; $DB=\sqrt{2}$)

является прямоугольным

так как $1^2+1^2=\sqrt{2}^2$

$\Rightarrow$ $SB \perp SD$

$\Rightarrow$ **SB – искомое расстояние**

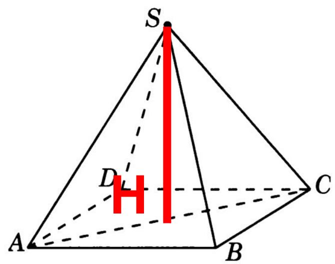
$SB = 1$

ОТВЕТ. 1

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ

№19

19. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны $\sqrt{2}$, найдите расстояние от точки S до прямой AC.



№1
9

1) Δ ASC :

AS = SC =>Δ ASC - р/б =>SH - медиана , высота и биссектриса

SH $\perp$ AC => **SH - искомое расстояние**

2) ABCD - квадрат => AC = 2

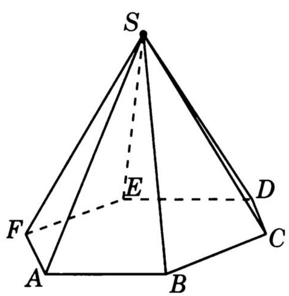
3) Δ ASH :

AS = $\sqrt{2}$, AH = 1 => SH = 1(по т. Пифагора)

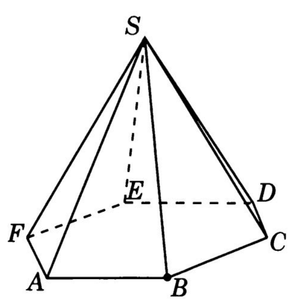
Из выступления Яшкина Андрея (выпуск 2011)

ОТВЕ Т. **1**

20. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$, стороны основания которой равны 10, а боковые ребра равны 13, найдите расстояние от точки S до прямой AB.



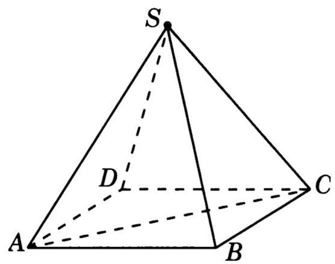
21. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$, стороны основания которой равны $\sqrt{3}$, найдите расстояние от точки B до прямой AF.



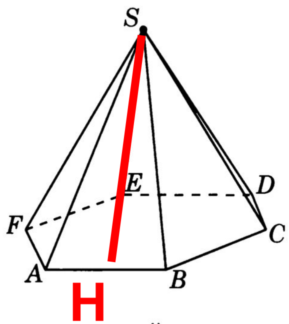
РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ

№20

19. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны $\sqrt{2}$, найдите расстояние от точки S до прямой AC.



20. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$, стороны основания которой равны 10, а боковые ребра равны 13, найдите расстояние от точки S до прямой AB.



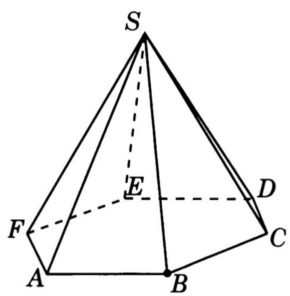
№20

1) Δ ASB :
AS = SB =>Δ ASB - р/б =>SH - медиана , высота и биссектриса
SH $\perp$ AB => **SH - искомое расстояние**

2) Δ ASH :
AS = 13 , AH = 5 => SH = 12(по т. Пифагора)

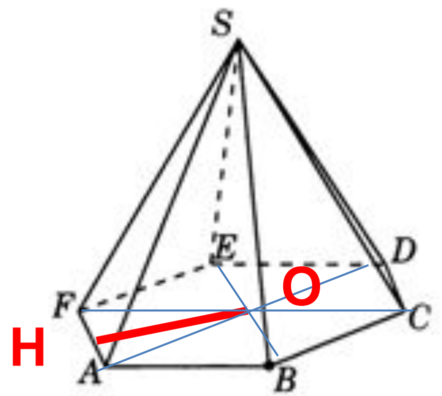
ОТВЕТ. 12

21. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$, стороны основания которой равны $\sqrt{3}$, найдите расстояние от точки B до прямой AF.



РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ
№21

21. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$, стороны основания которой равны $\sqrt{3}$, найдите расстояние от точки B до прямой AF.



$$\rho(B;AF)=\rho(BE;AF)\quad \textit{так как}\ \ BE\parallel AF$$

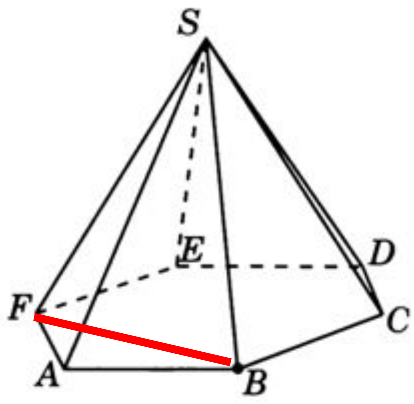
$$\rho(BE;AF)=OH - \textit{высота р/с}\ \Delta AOF$$

$$OH=\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{2}$$

ОТВЕТ. 1,5

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ
№22

22. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$, стороны основания которой равны $\sqrt{3}$, найдите расстояние от точки B до прямой EF.



BF - расстояние между B и FE

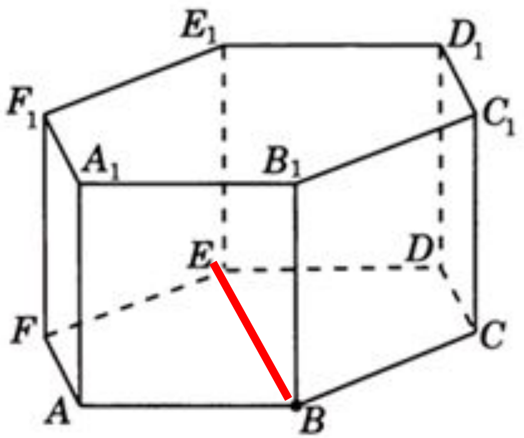
Так как BF $\perp$ FE (по свойству малой диагонали правильного шестиугольника)

$$BF = a\sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$$

ОТВЕТ. 3

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ
№28

28. В правильной шестиугольной призме $A \ldots F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до прямой EE_1.



BE- расстояние между B и EE_1

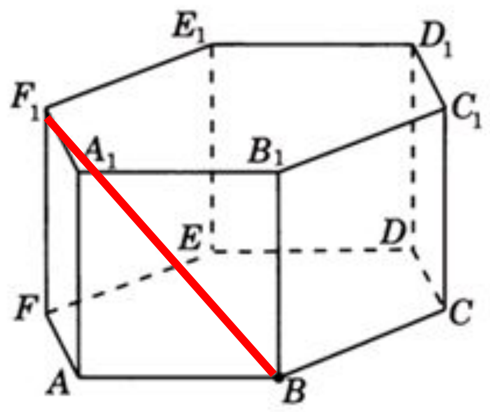
Так как $EE_1 \perp ABC \Rightarrow EE_1 \perp BE$

BE=2a=2·1=2 (по свойству большой диагонали правильного шестиугольника)

ОТВЕТ. 2

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ
№29

29. В правильной шестиугольной призме $A\ldots F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до прямой E_1F_1.



Из выступления Яшкина Андрея (выпуск 2011)

ОТВЕТ. 2

1) ΔFAB : $FA = AB = 1 \Rightarrow \Delta FAB$ - р/б , $FB = \sqrt{3}$ (FB - малая диагональ)
$AK \perp FB$ (высота) ; AK - медиана (св-во р/б) $\Rightarrow FK = KB$

2) ΔFKA : $\angle K = 90°$, $FA = 1$, $FK = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$;

$\cos \angle AFK = \dfrac{FK}{FA} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle AFK = 30°$; Все внутренние углы в правильном 6 - ти угольнике равны 120° $\Rightarrow \angle BFE = 120° - 30° = 90°$

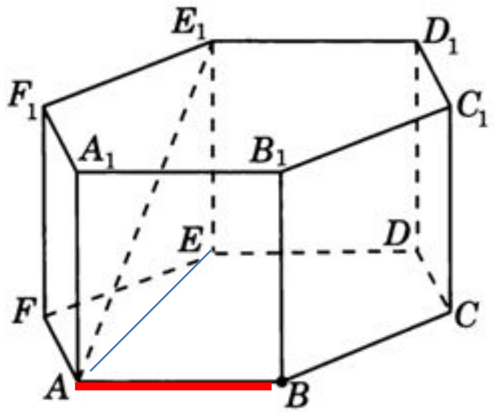
3) $BF \perp FE$; $FE \parallel F_1E_1 \Rightarrow BF_1 \perp F_1E_1$, BF_1 - искомое расстояние

4) ΔF_1FB :
$\angle F = 90°$, $FB = \sqrt{3}$, $F_1F = 1$, $F_1B = \sqrt{4} = 2$

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ

№37

37. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до прямой AE_1.



AB - расстояние между B и AE'

Так как AE - проекция AE'
AE ⊥ BD (по свойству малой диагонали правильного шестиугольника)
AE' ⊥ AB (по теореме о 3 ⊥⊥-х)

AB = 1 (по условию)

Из выступления Пошкаревой Анастасии (выпуск 2011)

ОТВЕТ. 1

Основные приемы решения задач

по теме

«Расстояние от точки до прямой»

1 способ. В плоскости, задаваемой прямой и не лежащей на ней точкой, непосредственно построить перпендикуляр из точки к прямой

2 способ. Найти высоту треугольника, определяемого данной точкой и двумя «удобными» точками прямой

3 способ. Вместо расстояния от точки до прямой искать расстояние между параллельными прямыми (одна из которых дана, а вторая проходит через данную точку)