A Cosmic Microwave Background (CMB) fluctuation map showing temperature variations across the sky. The map is color-coded, with blue representing cooler regions and red/orange representing warmer regions. The fluctuations are most prominent in the lower half of the image.

Изотопическое представление Фолди-Ваутхайзена - ВОЗМОЖНЫЙ КЛЮЧ К ПОНИМАНИЮ темной материи

В.П.Незнамов



РФЯЦ-ВНИИЭФ, Институт Теоретической и Математической Физики

Содержание

Введение

1. Основные свойства представления Фолди - Ваутхайзена.
2. Изотопическое представление Фолди-Ваутхайзена и киральная симметрия.
3. Изотопическое представление Фолди-Ваутхайзена и темная материя.
4. Изотопическое представление Фолди-Ваутхайзена и перспективы эволюции Вселенной.

Заключение

Баланс энергий в современной Вселенной

Космологические данные конца XX века показывают следующий состав Вселенной:

- наш мир:
 - барionная Вселенная - 0.05;
- излучение - $5 \cdot 10^{-5}$
- «темная» материя - 0.25
- «темная» энергия - 0.7



Свойства темной материи и темной энергии

Характеристики «темной» материи

- Не излучает и не поглощает свет;
- Очень слабо взаимодействует с окружающим миром;
- Движение носит нерелятивистский характер.

Характеристики «темной» энергии

- Не кластеризуется – «разлита» по всей Вселенной;
- Плотность «темной» энергии постоянна по времени в отличие от плотности барионной материи, падающей с разлётом Вселенной;
- «Темная» энергия приводит к ускорению разлёта Вселенной

Кандидаты в частицы темной материи и темной энергии

Кандидат	Масса
Гравитоны	10^{-21} эВ
Аксионы	10^{-5} эВ
“Стерильное” нейтрино	10 кэВ
Зеркальное вещество	1 ГэВ
Массивные частицы	100 ГэВ
Сверхмассивные частицы	10^{13} ГэВ
Монополи и дефекты	10^{19} ГэВ
Первичные черные дыры	$(10^{-16} - 10^{-7}) M_{\odot}$

1. Основные свойства представления Фолди-Ваутхайзена

Как известно, преобразование Фолди-Ваутхайзена осуществляется унитарным оператором U_{FW} .

При этом дираковский оператор поля и гамильтониан уравнения Дирака преобразуются следующим образом

$$\Psi_{FW} = U_{FW} \Psi_D$$

$$H_{FW} = U_{FW} H_D U_{FW}^\dagger - i U_{FW} \frac{dU_{FW}^\dagger}{dt}$$

Для свободного случая $(H_0)_D = \alpha p + \beta m$

$$(H_0)_{FW} = (U_{FW})_{FW} (H_0)_D (U_0)^\dagger ; (U_0) = R(1+L) = \sqrt{\frac{E+m}{2E}} \left(1 + \frac{\beta \alpha p}{E+m} \right);$$

$$E = \sqrt{m^2 + p^2};$$

Уравнение Фолди-Ваутхайзена -

$$p_0 \Psi_{FW}(x) = (H_0)_{FW} \Psi_{FW}(x) = \beta E \Psi_{FW}(x)$$

В уравнении Фолди-Ваутхайзена видна явная несимметрия пространственных координат и времени, хотя само по себе оно лоренц-инвариантно.

Решениями свободного уравнения Фолди-Ваутхайзена являются плоские волны с положительной и отрицательной энергиями

$$\Psi_{FW}^{(+)}(x, s) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} U_s e^{-ipx}; \Psi_{FW}^{(-)}(x, s) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} V_s e^{ipx}; p_0 \equiv E$$
$$U_s = \begin{pmatrix} \chi_s \\ 0 \end{pmatrix}; V_s = \begin{pmatrix} 0 \\ \chi_s \end{pmatrix};$$

χ_s - двухкомпонентные нормированные спиновые функции Паули.

Основные особенности преобразования и представления Фолди-Ваутхайзена:

1. В представлении Фолди-Ваутхайзена гамильтониан H_{FW} является блок-диагональным относительно верхних и нижних компонент оператора поля.
2. Вторым обязательным условием перехода к FW -представлению для свободного движения и движения в статических внешних полях является условие обнуления либо верхних, либо нижних компонент Ψ_{FW} .
3. Из – за вида базисных волновых функций (операторов поля) в FW -представлении преобразование Фолди-Ваутхайзена при переходе от представления Дирака сужает пространство возможных состояний дираковской частицы. Необходимы специальные меры (модификация FW -преобразования) для возвращения в дираковское пространство состояний.
4. При наличии общего бозонного поля замкнутого преобразования Фолди-Ваутхайзена не существует.

В работах автора предложен прямой способ получения преобразования Фолди-Ваутхайзена в случае взаимодействия фермионов с произвольными бозонными полями. Матрица преобразования и релятивистский гамильтониан получены в виде ряда по степеням константы связи

$$U_{FW} = U_{FW}^0 (1 + q\delta_1 + q^2\delta_2 + q^3\delta_3 + \dots)$$

$$H_{FW} = \beta E + qK_1 + q^2K_2 + q^3K_3 + \dots$$

Здесь q – константа связи, U_{FW}^0 – матрица FW -преобразования для свободных дираковских частиц,

$$E = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_f^2}.$$

С гамильтонианом в FW -представлении рассмотрены квантовая электродинамика и Стандартная модель, рассчитан ряд квантополевых эффектов, предложена $SU-2$ – инвариантная формулировка Стандартной модели с изначально массивными фермионами и без юкавского взаимодействия бозонов Хиггса с фермионами.

Уравнение Дирака для электрон-позитронного поля в FW -представлении записывается в виде

$$p_0 \Psi_{FW}(x) = H_{FW} \Psi_{FW}(x) = (\beta E + K_1 + K_2 + K_3 + \dots) \Psi_{FW}(x);$$
$$K_1 \sim e, K_2 \sim e^2, K_3 \sim e^3 \dots$$

Фейнмановский пропагатор уравнения Дирака в представлении Фолди-Ваутхайзена равен

$$S_{FW}(x-y) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4 p \frac{e^{-ip(x-y)}}{p_0 - \beta E} = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4 p e^{-ip(x-y)} \frac{p_0 + \beta E}{p^2 - m^2 + i\epsilon}$$

Интегральное уравнение для $\Psi_{FW}(x)$ имеет вид

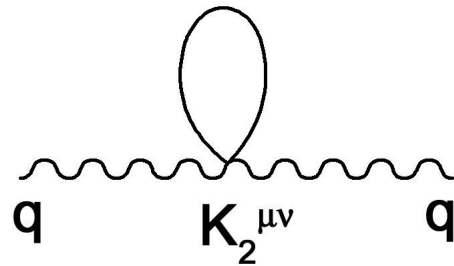
$$\Psi_{FW}(x) = \Psi_0(x) + \int d^4 y S_{FW}(x-y) (K_1 + K_2 + \dots) \Psi_{FW}(y)$$

$\Psi_0(x)$ - решение уравнения Дирака в FW -представлении при отсутствии электромагнитного поля ($A^\mu = 0$).

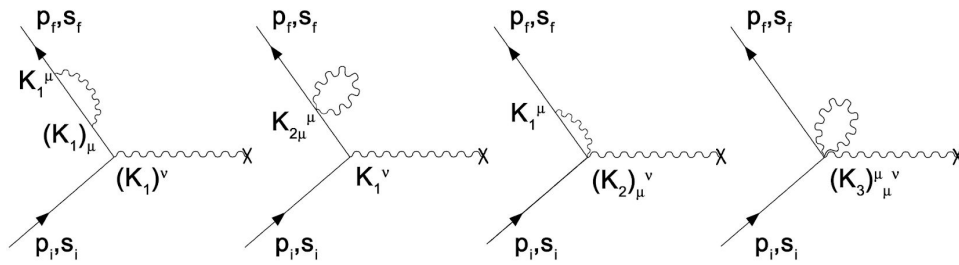
Приведённые выражения, позволяют сформулировать правила Фейнмана для записи элементов матрицы рассеяния S_f и расчетов процессов КЭД. В отличие от дираковского представления в FW – представлении существует бесконечное множество типов вершин взаимодействия с фотоном в зависимости от порядка теории возмущений: вершине взаимодействия с одним фотоном соответствует фактор $(-iK_{1\mu})$, вершине взаимодействия с двумя фотонами соответствует фактор $(-iK_{2\mu\nu})$ и так далее. Для удобства величинами $K_{1\mu}, K_{2\mu\nu}, \dots$ обозначены соответствующие части членов гамильтониана взаимодействия K_1, K_2, \dots без электромагнитных потенциалов $A^\mu, A^\mu A^\nu, \dots$

Каждой внешней фермионной линии соответствует одна из функций $\Psi_0(x)$. Как обычно, решения с положительной энергией соответствуют частицам, решения с отрицательной энергией – античастицам. Остальные правила Фейнмана остаются такими же, как в спинорной электродинамике в дираковском представлении.

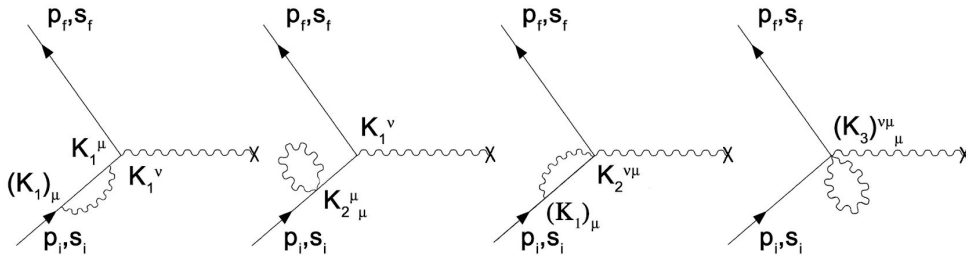
Собственная энергия электрона



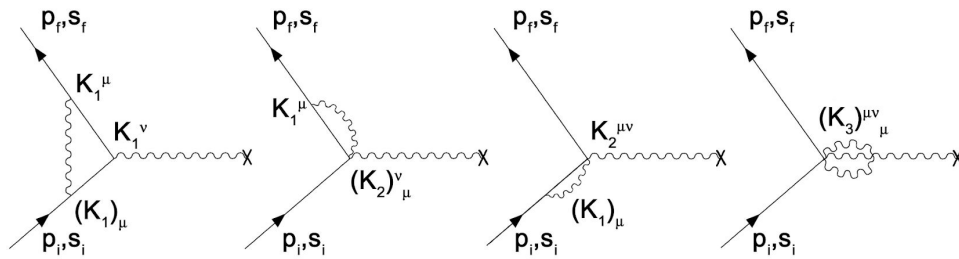
Поляризация вакуума



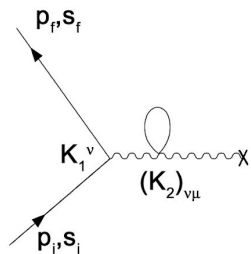
a) b) c) d)



e) f) g) h)



i) j) k) l)



m)

Радиационные поправки к рассеянию электронов во внешнем поле

Конечные результаты расчетов процессов КЭД, диаграммы которых приведены на рис., совпадают с аналогичными величинами, вычисленными в представлении Дирака. Радиационные поправки к рассеянию электронов во внешнем поле при проведении перенормировки массы и заряда дают правильное значение аномального магнитного электрона и лэмбовского сдвига энергетических уровней.

Особенностью теории является наличие в членах гамильтониана взаимодействия K_n (за исключением K_1) четного числа нечетных операторов N , позволяющих осуществлять связь начальных и конечных состояний с положительной энергией с промежуточными состояниями с отрицательной энергией и наоборот. Благодаря этому, например, появляется диаграмма рис., связанная с поляризацией электрон-позитронного вакуума. Привычная диаграмма для поляризации вакуума с двумя вершинами первого порядка по e в данной теории отсутствует из-за четности оператора K_1 .

2. Изотопическое представление Фолди-Ваутхайзена и киральная симметрия.

Рассмотрим плотность гамильтониана дираковской частицы с массой m_f , взаимодействующей с произвольным бозонным полем B^μ

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_D &= \psi^\dagger (\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} + \beta m_f + q\alpha_\mu B^\mu) \psi = \psi^\dagger (P_L + P_R) (\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} + \beta m_f + q\alpha_\mu B^\mu) (P_L + P_R) \psi = \\ &= \psi_L^\dagger (\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} + q\alpha_\mu B^\mu) \psi_L + \psi_R^\dagger (\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} + q\alpha_\mu B^\mu) \psi_R + \psi_L^\dagger \beta m_f \psi_R + \psi_R^\dagger \beta m_f \psi_L\end{aligned}\quad (1)$$

В (1) q – константа взаимодействия; $P_L = \frac{1-\gamma_5}{2}$, $P_R = \frac{1+\gamma_5}{2}$ – левый и правый проекционные операторы; $\psi_L = P_L \psi$, $\psi_R = P_R \psi$ – левая и правая компоненты оператора дираковского поля ψ .

Абелев случай для поля B^μ рассматривается для простоты. При рассмотрении общего случая дираковской частицы, взаимодействующей с неабелевым бозонным полем, выводы и результаты, полученные ниже, не изменяются.

Плотность гамильтониана \mathcal{H}_D позволяет получить уравнения движения для ψ_L и ψ_R

$$\begin{aligned} p_0 \psi_L &= (\boldsymbol{\alpha} \mathbf{p} + q \boldsymbol{\alpha}_\mu B^\mu) \psi_L + \beta m_f \psi_R \\ p_0 \psi_R &= (\boldsymbol{\alpha} \mathbf{p} + q \boldsymbol{\alpha}_\mu B^\mu) \psi_R + \beta m_f \psi_L \end{aligned} \quad (2)$$

Видно, что и плотность гамильтониана \mathcal{H}_D , и уравнения движения имеют форму, при которой наличие массы у фермионов приводит к смешиванию правых и левых компонент оператора поля ψ .

Зададимся вопросом:

Можно ли записать кирально симметричные уравнения движения и их гамильтонианы для массивных фермионов?

Из уравнений (2) следует, что

$$\begin{aligned}\psi_L &= \left(p_0 - \alpha p - q \alpha_\mu B^\mu \right)^{-1} \beta m_f \psi_R \\ \psi_R &= \left(p_0 - \alpha p - q \alpha_\mu B^\mu \right)^{-1} \beta m_f \psi_L\end{aligned}\tag{3}$$

Подставляя (3) в правые части уравнений (2), пропорциональные βm_f , получаем интегро-дифференциальные уравнения для ψ_R и ψ_L

$$\begin{aligned}\left[\left(p_0 - \alpha p - q \left(\alpha_0 B^0 - \alpha \mathbf{B} \right) \right) - \beta m_f \left(p_0 - \alpha p - q \left(\alpha_0 B^0 - \alpha \mathbf{B} \right) \right)^{-1} \beta m_f \right] \psi_L &= 0 \\ \left[\left(p_0 - \alpha p - q \left(\alpha_0 B^0 - \alpha \mathbf{B} \right) \right) - \beta m_f \left(p_0 - \alpha p - q \left(\alpha_0 B^0 - \alpha \mathbf{B} \right) \right)^{-1} \beta m_f \right] \psi_R &= 0\end{aligned}\tag{4}$$

Видно, что уравнения для ψ_R и ψ_L имеют одинаковый вид и в отличие от (2) наличие массы m_f не приводит к смешиванию правых и левых компонент ψ .

Уравнения (4) можно записать в виде

$$\left[(p_0 - \boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} - q\alpha_\mu B^\mu) - (p_0 + \boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} - q\bar{\alpha}_\mu B^\mu)^{-1} m^2 \right] \psi_{L,R} = 0 \quad (5)$$

В выражении (5) обозначение $\psi_{L,R}$ указывает на одинаковый вид

$$\text{уравнений для } \psi_L \text{ и } \psi_R; \bar{\alpha}_\mu = \begin{cases} 1 \\ -\alpha^i \end{cases}.$$

Если умножить уравнения (5) слева на множитель $p_0 + \boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} - q\bar{\alpha}_\mu B^\mu$, то получим уравнения второго порядка по p^μ

$$\left[(p_0 + \boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} - q\bar{\alpha}_\mu B^\mu)(p_0 - \boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} - q\alpha_\mu B^\mu) - m^2 \right] \psi_{L,R} = 0 \quad (6)$$

Для случая квантовой электродинамики ($q = e, B^\mu = A^\mu$) уравнения (6)

имеют вид

$$\left[(p_0 - eA_0)^2 - (\mathbf{p}\mathbf{H} + e\mathbf{A}\mathbf{E})^2 - m^2 + e \quad + i \quad \right] \psi_{L,R} = 0 \quad (7)$$

В (7) $\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}$ – магнитное поле, $\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla A_0$ – электрическое

поле,

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma}' & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\sigma}' \end{pmatrix}, \quad \sigma'^i - \text{матрицы Паули}$$

Уравнения (7) совпадают с уравнением $2^{\text{го}}$ порядка, полученным Дираком в 20-е годы. Уравнения (7) не содержат «лишних» решений. Оператор γ_5 коммутирует с уравнениями (7). Следовательно, $\gamma_5\psi = \delta\psi$ ($\delta^2 = 1; \delta = \pm 1$). Случай $\delta = -1$ соответствует решению (7) для ψ_L , а $\delta = +1$ соответствует решению (7) для ψ_R .

Уравнения (5), (6) имеют форму, инвариантную относительно $SU(2)$ -преобразований, однако они являются нелинейными относительно оператора $p_0 = i\frac{\partial}{\partial t}$. Линейную форму $SU(2)$ -инвариантных уравнений фермионных полей относительно p_0 можно получить, используя преобразование Фолди-Ваутхайзена в специально введенном изотопическом пространстве.

$$\begin{aligned}
p_0\psi_L &= (\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} + q\alpha_\mu B^\mu)\psi_L + \beta m_f\psi_R \\
p_0\psi_R &= (\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} + q\alpha_\mu B^\mu)\psi_R + \beta m_f\psi_L
\end{aligned}
\tag{2}$$

Введем восьмикомпонентный оператор поля $\Phi_1 = \begin{pmatrix} \psi_R \\ \psi_L \end{pmatrix}$ и изотопические матрицы $\tau_3 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}$, $\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}$, действующие на четыре

верхние и четыре нижние компоненты оператора Φ_1 . Теперь уравнения (2) можно записать в виде

$$p_0\Phi_1 = (\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} + \tau_1\beta m_f + q\alpha_\mu B^\mu)\Phi_1 \tag{3}$$

Поскольку τ_i коммутирует с правой частью (3), то поле $\Phi_2 = \tau_1\Phi_1 = \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix}$ также является решением уравнения (3).

$$p_0\Phi_2 = (\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} + \tau_1\beta m_f + q\alpha_\mu B^\mu)\Phi_2 \tag{4}$$

Наконец, используя равенство $\Phi_2 = \tau_1\Phi_1 = \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix}$ уравнения (3), (4) можно записать в виде

$$p_0\Phi_1 = \left(\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} + \tau_1\beta m_f + \frac{1}{2}q\alpha_\mu B^\mu \right)\Phi_1 + \frac{1}{2}q\tau_1\alpha_\mu B^\mu\Phi_2 \tag{5}$$

$$p_0\Phi_2 = \left(\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} + \tau_1\beta m_f + \frac{1}{2}q\alpha_\mu B^\mu \right)\Phi_2 + \frac{1}{2}q\tau_1\alpha_\mu B^\mu\Phi_1$$

Ниже будет показано, что фактически эквивалентные уравнения (3), (4), (5) в дираковском представлении приводят к различным физическим картинам состава и взаимодействия элементарных частиц в изотопическом представлении Фолди-Ваутхайзена.

Найдем преобразование Фолди-Ваутхайзена во введенном нами изотопическом пространстве для свободных уравнений Диарка (3), (4) без членов взаимодействия с бозонными полями, используя преобразование Эриксона.

$$U_{FW}^0 = U_{Er} = \frac{1}{2}(1 + \tau_3 \lambda) \left(\frac{1}{2} + \frac{\tau_3 \lambda + \lambda \tau_3}{4} \right)^{-1/2} \quad (6)$$

В выражении (6) $\lambda = \frac{\alpha \mathbf{p} + \tau_1 \beta m_f}{E}$; $E = (\mathbf{p}^2 + m^2)^{1/2}$. Поскольку $(\alpha \mathbf{p} + \tau_1 \beta m_f)^2 = E^2$, то $\lambda^2 = 1$.

Выражение (6) можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} U_{FW}^0 = U_{Er} &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\tau_3 \alpha \mathbf{p} + \tau_3 \tau_1 \beta m}{E} \right) \left(\frac{1}{2} + \frac{\tau_3 \alpha \mathbf{p}}{2E} \right)^{-1/2} = \\ &= \sqrt{\frac{E + \tau_3 \alpha \mathbf{p}}{2E}} \left(1 + \frac{1}{E + \tau_3 \alpha \mathbf{p}} \tau_3 \tau_1 \beta m \right) \end{aligned} \quad (7)$$

Преобразование (7) унитарно $\left(U_{FW}^0 (U_{FW}^0)^\dagger = 1 \right)$ и

$$H_{FW} = U_{FW}^0 (\alpha \mathbf{p} + \tau_1 \beta m_f) (U_{FW}^0)^\dagger = \tau_3 E \quad (8)$$

Таким образом, в представлении Фолди-Ваутхайзена уравнения (3), (4) имеют вид

$$p_0 (\Phi_{1,2})_{FW} = \tau_3 E (\Phi_{1,2})_{FW} \quad (9)$$

Базисные ортонормированные функции $\Phi_{1FW}(x)$, $\Phi_{2FW}(x)$ для свободного движения фермионов выражаются через левые и правые компоненты дираковского поля и имеют вид:

$$\Phi_{1FW}^{(+)}(\mathbf{x}, t) = U_{1FW}^0 \Phi_1^{(+)}(\mathbf{x}, t) = e^{-iEt} \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2E}{E + \sigma \mathbf{p}}} \psi_R^{(+)}(\mathbf{x}) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Phi_{1FW}^{(-)}(\mathbf{x}, t) = U_{1FW}^0 \Phi_1^{(-)}(\mathbf{x}, t) = e^{iEt} \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{2E}{E + \sigma \mathbf{p}}} \psi_L^{(-)}(\mathbf{x}) \end{pmatrix}$$

$$\Phi_{2FW}^{(+)}(\mathbf{x}, t) = U_{2FW}^0 \Phi_2^{(+)}(\mathbf{x}, t) = e^{-iEt} \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2E}{E - \sigma \mathbf{p}}} \psi_L^{(+)}(\mathbf{x}) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Phi_{2FW}^{(-)}(\mathbf{x}, t) = U_{2FW}^0 \Phi_2^{(-)}(\mathbf{x}, t) = e^{iEt} \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{2E}{E - \sigma \mathbf{p}}} \psi_R^{(-)}(\mathbf{x}) \end{pmatrix}$$

Уравнение непрерывности и ток частиц

$$\left\{ \begin{array}{ll} i \frac{\partial \Phi_{1FW}}{\partial t} = \tau_3 E \Phi_{1FW} & \text{Слева умножаем на } \Phi_{1FW}^\dagger \\ -i \frac{\partial \Phi_{1FW}^\dagger}{\partial t} = (E \Phi_{1FW}^\dagger) \tau_3 & \text{Справа умножаем на } \Phi_{1FW} \end{array} \right.$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\Phi_{1FW}^\dagger \Phi_{1FW}) = -i (\Phi_{1FW}^\dagger \tau_3 E \Phi_{1FW} - (E \Phi_{1FW}^\dagger) \tau_3 \Phi_{1FW})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\Phi_{1FW}^\dagger \Phi_{1FW}) = -div \overset{\boxtimes}{j}$$

$$\begin{aligned}
 j^i = & -\frac{1}{2m} (\Phi_{1FW}^\dagger p^i \tau_3 \Phi_{1FW} - (p^i \Phi_{1FW}^\dagger) \tau_3 \Phi_{1FW}) + \frac{1}{8m^3} p^2 (\Phi_{1FW}^\dagger p^i \tau_3 \Phi_{1FW} - (p^i \Phi_{1FW}^\dagger) \tau_3 \Phi_{1FW}) - \\
 & -\frac{1}{16m^5} p^2 (\Phi_{1FW}^\dagger p^i p^2 \tau_3 \Phi_{1FW} - (p^i p^2 \Phi_{1FW}^\dagger) \tau_3 \Phi_{1FW}) + \dots
 \end{aligned}$$

В общем случае взаимодействия с произвольными бозонными полями можно использовать, развитый автором прямой способ перехода от изотопического представления уравнения Дирака к изотопическому представлению Фолди-Ваутхайзена. После применения одного и того же изотопического преобразования Фолди-Ваутхайзена к уравнениям (3), (4), (5), получаем

$$p_0 \Phi_{1FW} = (\tau_3 E + qK_1 + q^2 K_2 + q^3 K_3 + \dots) \Phi_{1FW} \quad (10)$$

$$H_{FW}^I = \Phi_{1FW}^\dagger (\tau_3 E + qK_1 + q^2 K_2 + q^3 K_3 + \dots) \Phi_{1FW}$$

$$p_0 \Phi_{2FW} = (\tau_3 E + qK_1 + q^2 K_2 + q^3 K_3 + \dots) \Phi_{2FW} \quad (11)$$

$$H_{FW}^{II} = \Phi_{2FW}^\dagger (\tau_3 E + qK_1 + q^2 K_2 + q^3 K_3 + \dots) \Phi_{2FW}$$

$$p_0 \Phi_{1FW} = \left(\tau_3 E + \frac{q}{2} K_1 + \left(\frac{q}{2}\right)^2 K_2 + \left(\frac{q}{2}\right)^3 K_3 + \dots \right) \Phi_{1FW} + \left(\frac{q}{2} K_{1\tau_1} + \left(\frac{q}{2}\right)^2 K_{2\tau_1} + \left(\frac{q}{2}\right)^3 K_{3\tau_1} + \dots \right) \Phi_{2FW}$$

$$p_0 \Phi_{2FW} = \left(\tau_3 E + \frac{q}{2} K_1 + \left(\frac{q}{2}\right)^2 K_2 + \left(\frac{q}{2}\right)^3 K_3 + \dots \right) \Phi_{2FW} + \left(\frac{q}{2} K_{1\tau_1} + \left(\frac{q}{2}\right)^2 K_{2\tau_1} + \left(\frac{q}{2}\right)^3 K_{3\tau_1} + \dots \right) \Phi_{1FW}$$

$$H_{FW}^{IV} = \Phi_{1FW}^\dagger \left(\tau_3 E + \frac{q}{2} K_1 + \left(\frac{q}{2}\right)^2 K_2 + \left(\frac{q}{2}\right)^3 K_3 + \dots \right) \Phi_{1FW} + \Phi_{1FW}^\dagger \left(\frac{q}{2} K_{1\tau_1} + \left(\frac{q}{2}\right)^2 K_{2\tau_1} + \left(\frac{q}{2}\right)^3 K_{3\tau_1} + \dots \right) \Phi_{2FW} +$$

$$+ \Phi_{2FW}^\dagger \left(\tau_3 E + \frac{q}{2} K_1 + \left(\frac{q}{2}\right)^2 K_2 + \left(\frac{q}{2}\right)^3 K_3 + \dots \right) \Phi_{2FW} + \Phi_{2FW}^\dagger \left(\frac{q}{2} K_{1\tau_1} + \left(\frac{q}{2}\right)^2 K_{2\tau_1} + \left(\frac{q}{2}\right)^3 K_{3\tau_1} + \dots \right) \Phi_{1FW} \quad (12)$$

Очевидно, что существует возможность построения гамильтониана H_{FW}^{III} с уравнениями для полей Φ_{1FW}, Φ_{2FW} из (10), (11)

$$H_{FW}^{III} = H_{FW}^I + H_{FW}^{II} \quad (13)$$

Выражения для операторов, составляющих основу при записи гамильтониана взаимодействия в изотопическом представлении Фолди-Ваутхайзена (т.е. членов $K_1, K_2, K_3, \dots, K_{1\tau_1}, K_{2\tau_1}, K_{3\tau_1}, \dots$) записываются следующим образом

$$C = \left[U_{FW}^0 q \alpha_\mu B^\mu \left(U_{FW}^0 \right)^\dagger \right]^{even} = qR \left(B^0 - L B^0 L \right) R - qR \left(\alpha B - L \alpha B L \right) R$$

$$N = \left[U_{FW}^0 q \alpha_\mu B^\mu \left(U_{FW}^0 \right)^\dagger \right]^{odd} = qR \left(L B^0 - B^0 L \right) R - qR \left(L \alpha B - \alpha B L \right) R$$

$$C_{\tau_1} = \left[U_{FW}^0 \tau_1 q \alpha_\mu B^\mu \left(U_{FW}^0 \right)^\dagger \right]^{odd} = qR \left(\tau_1 B^0 - L \tau_1 B^0 L \right) R - qR \left(\tau_1 \alpha B - L \tau_1 \alpha B L \right) R$$

$$N_{\tau_1} = \left[U_{FW}^0 \tau_1 q \alpha_\mu B^\mu \left(U_{FW}^0 \right)^\dagger \right]^{even} = qR \left(L \tau_1 B^0 - \tau_1 B^0 L \right) R - qR \left(L \tau_1 \alpha B - \tau_1 \alpha B L \right) R$$

$$R = \sqrt{\frac{E + \tau_3 \alpha p}{2E}}; L = \frac{1}{E + \tau_3 \alpha p} \tau_3 \tau_1 \beta m$$

Для свободного случая запишем плотность гамильтониана, например (13), с учетом базисных функций (16) H_{FW}^{III}

$$\begin{aligned}
 H_{FW} &= (\Phi_1)_{FW}^\dagger \tau_3 E (\Phi_1)_{FW} + (\Phi_2)_{FW}^\dagger \tau_3 E (\Phi_2)_{FW} = (\Phi_1^{(+)})_{FW}^\dagger E (\Phi_1^{(+)})_{FW} - (\Phi_1^{(-)})_{FW}^\dagger E (\Phi_1^{(-)})_{FW} + \\
 &+ (\Phi_2^{(+)})_{FW}^\dagger E (\Phi_2^{(+)})_{FW} - (\Phi_2^{(-)})_{FW}^\dagger E (\Phi_2^{(-)})_{FW} = (\psi_R^{(+)})^\dagger \frac{2E}{E + \sigma p} E \psi_R^{(+)} - (\psi_L^{(-)})^\dagger \frac{2E}{E + \sigma p} E \psi_L^{(-)} + \quad (17) \\
 &+ (\psi_L^{(+)})^\dagger \frac{2E}{E - \sigma p} E \psi_L^{(+)} - (\psi_R^{(-)})^\dagger \frac{2E}{E - \sigma p} E \psi_R^{(-)}
 \end{aligned}$$

С учетом (16) плотность гамильтониана (17) в обкладках двухкомпонентных спиноров $\varphi^{(+)}(\mathbf{x})$ и $\chi^{(-)}(\mathbf{x})$ имеет привычный для теории поля вид

$$H_{FW} = 2 \left(\varphi^{(+)\dagger} E \varphi^{(+)} - \chi^{(-)\dagger} E \chi^{(-)} \right)$$

Видно, что гамильтониан (17) кирально симметричен независимо от наличия или отсутствия массы у фермионов.

При наличии внешних статических и динамических бозонных полей базисные функции в представлении Фолди-Ваутхайзена по своей изотопической структуре имеют такой же вид, как и в (16). При решении практических задач в квантовой теории поля с использованием теории возмущений фермионные поля разлагаются по решениям уравнений Дирака для свободного движения или для движения в статистических внешних полях. В нашем случае в изотопическом представлении Фолди – Ваутхайзена мы также можем разлагать фермионные поля по базису решений (16) или по базису решений уравнений Фолди – Ваутхайзена в статистических внешних полях.

Поскольку ранее рассмотренные гамильтонианы в (10)÷(12) по определению диагональны относительно верхних и нижних изотопических компонент, с учетом вышесказанного они также являются кирально симметричными независимо от наличия или отсутствия массы у фермионов.

3.Изотопическое представление Фолди-Ваутхайзена и темная материя.

Рассмотрим гамильтонианы и уравнения (10)÷(12) с точки зрения состава и возможных взаимодействий элементарных частиц. Напомним, что уравнения (10)÷(12) получены фактически из одного уравнения Дирака, записанного в разной форме в выражениях (3)÷(5). Следовательно физические картины, соответствующие (10)÷(12), могут быть реализованы в нашей Вселенной.

Первоначально рассмотрим гамильтониан H_{FW}^{IV} и уравнения (12).

Символически соответствующая физическая картина изображена на рис. 1

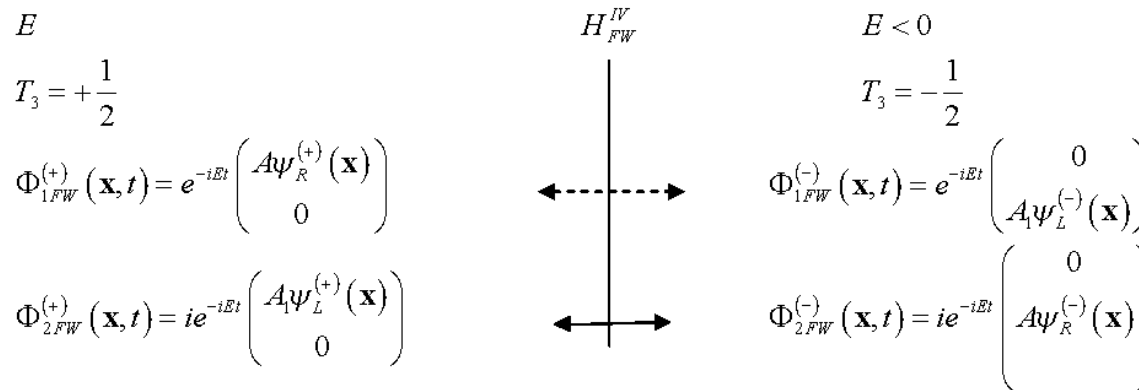


Рис. 1

Левая полуплоскость рис.1 представляет собой состояния базисных

функций (12) с изотопическим спином $T_3 = +\frac{1}{2}$ и с положительной энергией E

> 0 ; на правой полуплоскости изображены состояния с $T_3 = -\frac{1}{2}$ и с

отрицательной энергией $E < 0$. Гамильтониан содержит состояния левых и правых фермионов и левых и правых антифермионов; частицы и античастицы взаимодействуют между собой реальным (сплошная стрелка на рис.1) и виртуальным (прерывистая стрелка на рис.1) образом.

Физическая картина рис.1 соответствует миру, который непосредственно окружает нас.

Далее рассмотрим гамильтониан H_{FW}^{III} с уравнениями из (10), (11).

Символическая картина состава и взаимодействия элементарных частиц изображены на рис. 2.

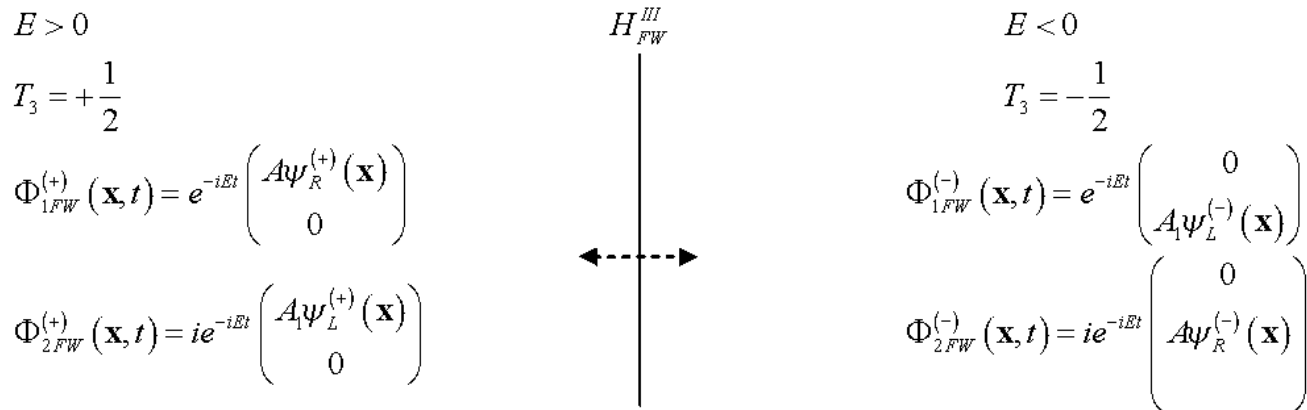


Рис.2

Мир рис.2 беднее мира рис.1. В физической картине рис.2 присутствует левые и правые фермионы и левые и правые антифермионы. Однако взаимодействие реальных фермионов и антифермионов отсутствует; существует лишь их виртуальное взаимодействие (прерывистая стрелка на рис.2). Картина рис.2 допускает сильное и электромагнитное взаимодействие частиц и античастиц без их реального взаимодействия друг с другом. В этом мире отсутствуют процессы рождения и поглощения реальных пар частица-античастица, отсутствуют связанные состояния реальных частиц с античастицами и т.д. Слабые взаимодействия также существенно обеднены, так как отсутствуют процессы с одновременным рождением и поглощением реальных частиц вместе с античастицами.

Перейдем к рассмотрению гамильтонианов H_{FW}^I , H_{FW}^{II} с соответствующими уравнениями из (10), (11). Символическая картина приведена на рис. 3, 4.

$$\begin{array}{ccc}
 E > 0 & H_{FW}^I & E < 0 \\
 T_3 = +\frac{1}{2} & | & T_3 = -\frac{1}{2} \\
 \Phi_{1FW}^{(+)}(\mathbf{x}, t) = e^{-iEt} \begin{pmatrix} A_1 \psi_R^{(+)}(\mathbf{x}) \\ 0 \end{pmatrix} & & \Phi_{1FW}^{(-)}(\mathbf{x}, t) = e^{-iEt} \begin{pmatrix} 0 \\ A_1 \psi_L^{(-)}(\mathbf{x}) \end{pmatrix}
 \end{array}$$

Рис. 3

$$\begin{array}{ccc}
 E > 0 & H_{FW}^{II} & E < 0 \\
 T_3 = +\frac{1}{2} & | & T_3 = -\frac{1}{2} \\
 \Phi_{2FW}^{(+)}(\mathbf{x}, t) = ie^{-iEt} \begin{pmatrix} A_1 \psi_L^{(+)}(\mathbf{x}) \\ 0 \end{pmatrix} & & \Phi_{2FW}^{(-)}(\mathbf{x}, t) = ie^{-iEt} \begin{pmatrix} 0 \\ A_1 \psi_R^{(-)}(\mathbf{x}) \end{pmatrix}
 \end{array}$$

Рис. 4

Из рис. 3, 4 следует, что гамильтонианы H_{FW}^I , H_{FW}^{II} обеспечивают существование либо правых фермионов и левых антифермионов (H_{FW}^I), либо левых фермионов и правых антифермионов (H_{FW}^{II}). В обоих случаях отсутствуют взаимодействия реальных частиц и античастиц.

В физическом мире, соответствующем рис.3 или рис.4, отсутствуют электромагнитные и сильные взаимодействия, поскольку из-за сохранения чётности этих взаимодействий требуется одновременное наличие левых и правых фермионов. Такого же наличия требуют процессы с нейтрально токовыми слабыми взаимодействиями, и по этой причине они также отсутствуют в картинах рис.3, 4. Процессы с участием заряженных слабых токов с участием левых фермионов (рис.4) или левых антифермионов (рис.3) также фактически подавлены из-за невозможности одновременного испускания или поглощения реальных частиц и античастиц. Состояние вакуума в картинах рис.3, 4 существенно отличается от вакуума, соответствующего рис. 1, 2. Из-за отсутствия всех взаимодействий (кроме гравитационного) в вакуумах рис.3, 4 отсутствует «бульон» виртуальных пар «частица-античастица» и виртуальных переносчиков взаимодействия.

Приведем краткие суммарные характеристики физических картин, соответствующих рис. 1, 2, 3, 4.

Мир, соответствующий рис.3, 4, из-за запрета сильных и электромагнитных взаимодействий и практического отсутствия слабых взаимодействий должен обладать следующими свойствами:

- не испускать и не поглощать свет;
- свободное движение фермионов носит нерелятивистский характер;
- слабо взаимодействовать с внешним миром.

Перечисленные свойства очень близки к свойствам темной материи. Таким образом, можно предположить, что «темная материя» является реализацией физической картины рис. 3, 4. Она состоит либо из правых фермионов и левых антифермионов, либо из левых фермионов и правых антифермионов. Набор фермионов и антифермионов не требует изменения состава частиц в Стандартной модели. В этой картине все частицы (в том числе кварки и антикварки) движутся свободно без взаимодействия друг с другом.

Физическая картина, соответствующая рис.1, как уже упоминалось выше, представляет окружающий нас мир нашей части Вселенной. По своему составу барионная материя («светлая материя») составляет ~ 4% всего состава Вселенной. Если допустить, что в прошлом в некоторой части Вселенной произошёл переход от нашей картины (рис.1) к физической картине рис.3, 4, то кроме образования «темной материи» произошла существенная перестройка вакуума, обязанная исчезновению кваркового, глюонного и электрослабого конденсатов. Это приводит к идее, что такая перестройка связана с проблемой «темной энергии», которая в настоящее время по наблюдательным данным составляет ~ 70% всего состава Вселенной.

Остаются, конечно, главные вопросы:

- каким образом и по какой причине, если это происходит, осуществляется во Вселенной переход к разным физическим картинам состава и взаимодействия элементарных частиц ?

Ещё раз отметим, что разные физические картины состава и взаимодействия элементарных частиц получены из одного уравнения дираковского поля, взаимодействующего с бозонными полями (3)÷(5), применением изотопического преобразования Фолди-Ваутхайзена, позволяющего записать уравнения полей с массивными фермионами и их гамильтонианы в кирально симметричной форме, инвариантной относительно $SU-2$ - преобразований.

Состав элементарных частиц в приведенных физических картинах не выходит за пределы набора частиц Стандартной модели.

4. Изотопическое представление Фолди-Ваутхайзена и перспективы эволюции Вселенной



1. При переходе от картины 1 к картинам 2,3 должна происходить перестройка физического вакуума.

ПРИМЕР:

В картине 1 масса связанных лёгких кварков u, d с «шубой» из глюонов и кварк-антикварковых пар $\sim 300 \text{ Mev}$.

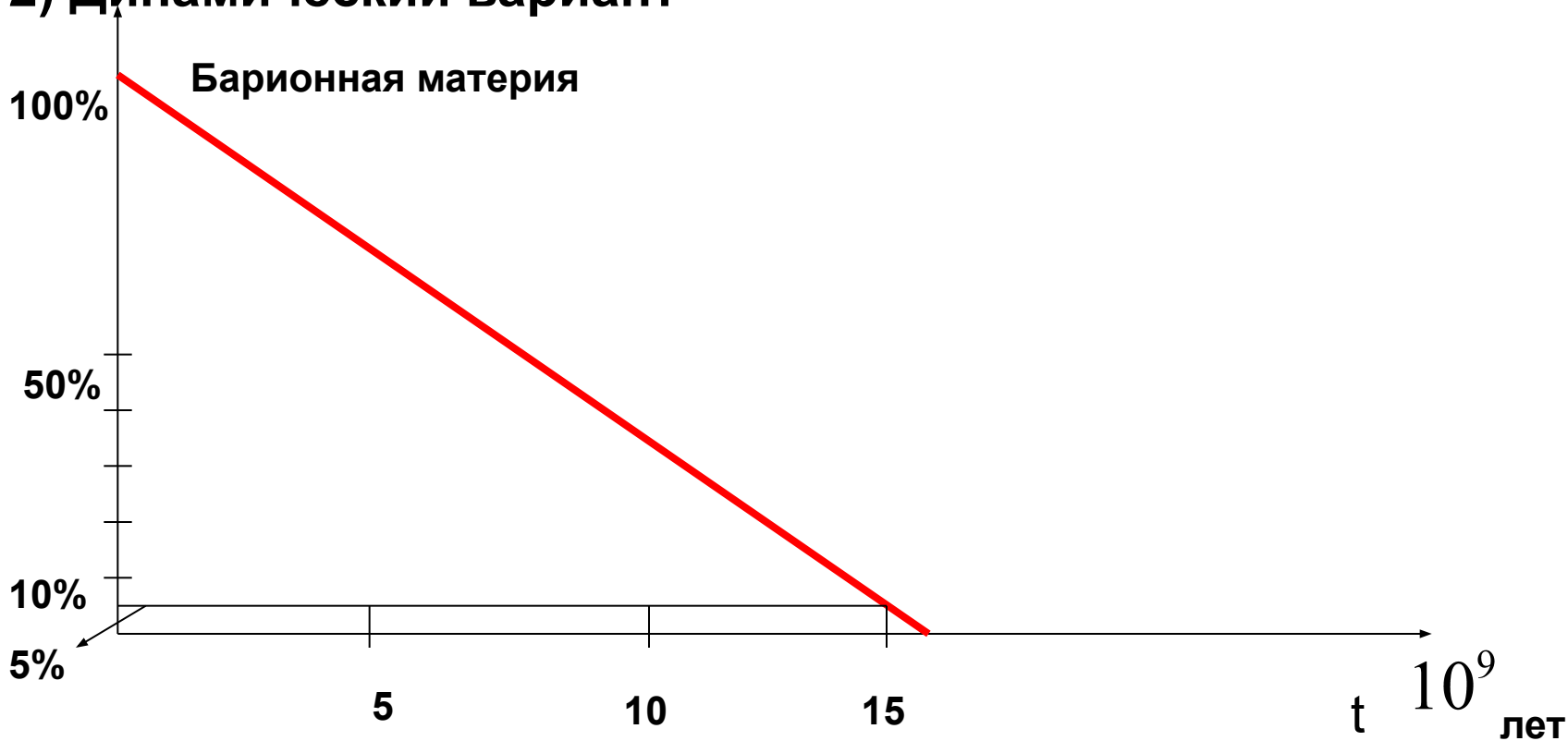
В картинах 2, 3 масса свободных лёгких кварков $u, d \sim 10 \text{ Mev}$.

2. ГИПОТЕЗА: появление «темной» энергии связана с перестройкой физического вакуума.

Перспективы эволюции Вселенной

1) Статический вариант

2) Динамический вариант



$$\Delta t \approx 15 \cdot 0.05 \cdot 10^9 \approx 0.8 \cdot 10^9 \text{ лет}$$

1. Полученные в изотопическом представлении Фолди-Ваутхайзена гамильтонианы и соответствующие им уравнения фермионных полей обладают киральной симметрией и инвариантны относительно $SU(2)_L \times U_{1L} \times SU(2)_R \times U_{1R}$ - преобразований независимо от наличия или отсутствия массы у фермионов.

2. Это позволяет построить Стандартную модель без бозонов Хиггса в фермионном секторе.

3. В этом случае отсутствуют многочисленные процессы со взаимодействием бозонов Хиггса с фермионами. Например, нет процессов распада скалярных бозонов на фермионы ($H \rightarrow f \bar{f}$), отсутствуют кваркониевые состояния ψ, Υ, θ , включающие бозоны Хиггса, нет взаимодействия бозонов с глюонами (ggH), фотонами ($\gamma\gamma H$) через фермионные петли и т.д.

4. Четыре полученных гамильтониана соответствуют разным физическим картинам состава и взаимодействия элементарных частиц в изотопическом представлении Фолди-Ваутхайзена. Две физические картины по своим свойствам близки к наблюдаемым характеристикам «темной материи». Во всех физических картинах состав элементарных частиц не выходит за пределы набора частиц Стандартной модели.



Спасибо за внимание