ЭФФЕКТ КАЗИМИРА: ОТ НАНОТЕХНОЛОГИЙ ДО ФИЗИКИ ВСЕЛЕННОЙ

В. М. Мостепаненко

Астрофизический отдел ГАО РАН

Содержание

1. Введение

2. Две параллельные пластины из идеального металла

3. Космологические модели

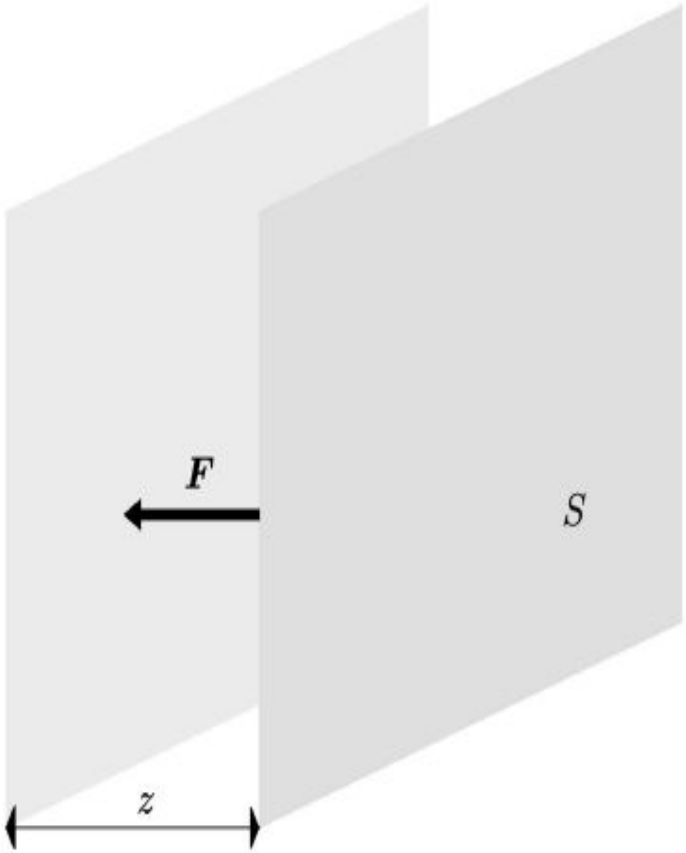
4. Теория Лифшица сил Ван-дер-Ваальса и Казимира

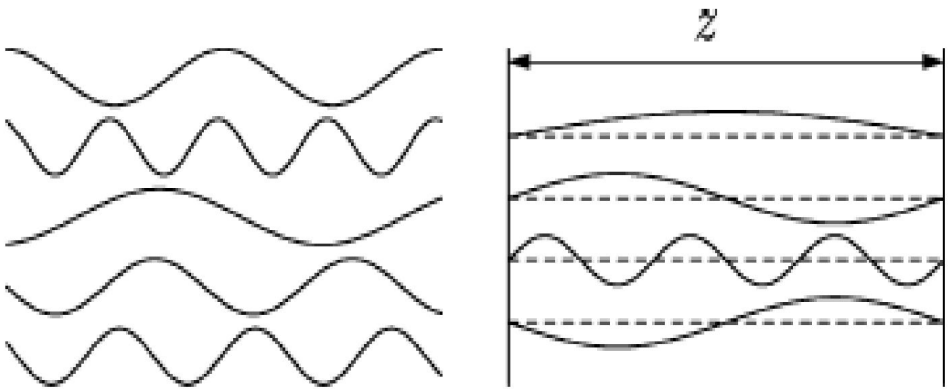
5. Сравнение теории Лифшица с экспериментальными данными

6. Ограничения на поправки к закону тяготения Ньютона и параметры темной материи из эффекта Казимира

7. Заключение

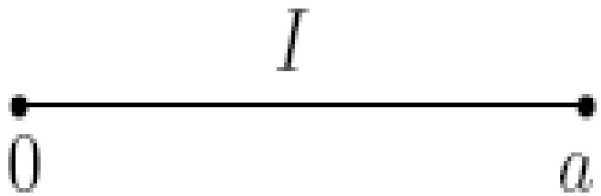
1. ВВЕДЕНИЕ





Сила Казимира возникает за счет изменения спектра нулевых колебаний электромагнитного поля материальными границами

Casimir, 1948

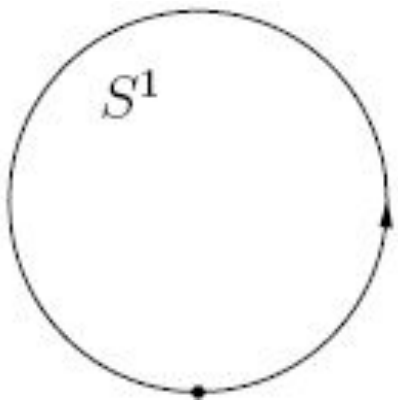


$$\varphi(t,0) = \varphi(t,a) = 0$$

$$\omega_n = \frac{\pi n}{a}, \quad n = 1,\, 2,\, \ldots$$

$$E = \frac{1}{2}\left(\sum_{n=1}^{\infty} \omega_n - a\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} k\right) = -\frac{\pi}{24a}$$

$$F = -\frac{\partial E}{\partial a} = -\frac{\pi}{24a^2}$$



$$\varphi(t,0) = \varphi(t,a)$$

$$\partial_x \varphi(t,x)\big|_{x=0} = \partial_x \varphi(t,a)\big|_{x=a}$$

$$\omega_n = \frac{2\pi n}{a}, \quad n = 0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \ldots$$

$$E = \frac{1}{2}\left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} \omega_n - a\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} k\right) = -\frac{\pi}{6a}$$

Нанотехнологии

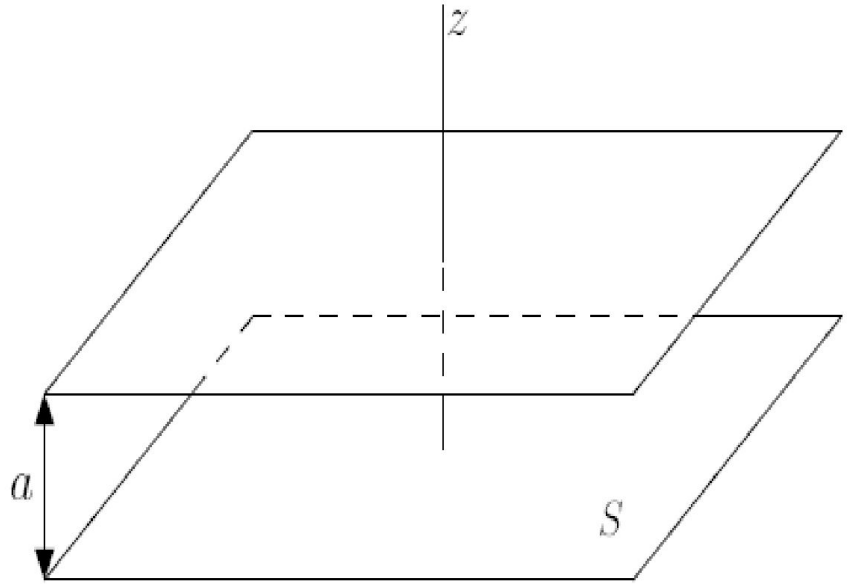
Микро- и наноэлектромеханические устройства:

--- слипание близко расположенных элементов;

--- сила Казимира как движущая сила на малых расстояниях.

Chan, Aksyuk, Kleiman, Bishop, Capasso, Science, 2001;
Phys. Rev. Lett., 2001.

2. ДВЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПЛАСТИНЫ ИЗ ИДЕАЛЬНОГО МЕТАЛЛА



$$\boldsymbol{E}_{\mathrm{t}}(t,\boldsymbol{r})\big|_S = \boldsymbol{B}_{\mathrm{n}}(t,\boldsymbol{r})\big|_S = 0$$

ВАКУУМНАЯ ЭНЕРГИЯ ПРИ T=0

$$E_0 = \int_V d\boldsymbol{r}\, \langle 0|T_{00}^{(1)}(x)|0\rangle = \frac{1}{2}\sum_{\lambda=1}^{2}\sum_J \omega_J = \sum_J \omega_J$$

$$\omega_{k_\perp,n}^2 = k_\perp^2 + k_{zn}^2$$

$$\text{with} \;\; k_{zn} = \frac{\pi n}{a}, \;\; n = 0,\, 1,\, 2,\, \ldots$$

$$E_0(a) = \left(\frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{k_\perp dk_\perp}{2\pi} \omega_{k_\perp,0} + \int_0^\infty \frac{k_\perp dk_\perp}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \omega_{k_\perp,n} \right) S$$

После перенормировки, т.е. вычитания вклада пустого пространства, имеем:

$$E(a) \equiv E_{\mathrm{IM}}(a) = -\frac{\pi^2}{720a^3}$$

$$P(a) = -\frac{\partial E(a)}{\partial a} = -\frac{\pi^2}{240a^4}$$

Две идеально-металлические пластины

при ненулевой T:

$$\mathcal{F}_0(a,T) = \int_0^\infty \frac{k_\perp dk_\perp}{2\pi} \left\{ \frac{1}{2}\omega_{k_\perp,0} + k_\mathrm{B}T \ln\left(1 - \mathrm{e}^{-\omega_{k_\perp,0}/k_\mathrm{B}T}\right) \right.$$

$$\left. +2\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2}\omega_{k_\perp,n} + k_\mathrm{B}T \ln\left(1 - \mathrm{e}^{-\omega_{k_\perp,n}/k_\mathrm{B}T}\right) \right] \right\} S$$

После перенормировки:

$$\mathcal{F}(a,T) = \frac{k_{\mathrm{B}}T}{\pi}\sum_{l=0}^{\infty}{}' \int_0^{\infty} k_\perp dk_\perp \ln\left(1 - \mathrm{e}^{-2a\sqrt{k_\perp^2+\xi_l^2}}\right)$$

$$\xi_l = 2\pi k_B T l$$

$$P(a,T) = -\frac{\partial\mathcal{F}(a,T)}{\partial a} = -\frac{2k_{\mathrm{B}}T}{\pi}\sum_{l=0}^{\infty}{}' \int_0^{\infty} k_\perp dk_\perp \frac{\sqrt{k_\perp^2+\xi_l^2}}{\mathrm{e}^{2a\sqrt{k_\perp^2+\xi_l^2}}-1}$$

$$S(a,T) = -\frac{\partial\mathcal{F}(a,T)}{\partial T} = -\frac{1}{T}\mathcal{F}(a,T) + \frac{k_{\mathrm{B}}}{\pi}\sum_{l=1}^{\infty}\xi_l^2 \ln\left(1 - \mathrm{e}^{-2a\xi_l}\right)$$

Предел низких температур: $T \ll T_{\text{eff}} = \dfrac{1}{2ak_B}$

$$\mathcal{F}(a,T) = -\frac{\pi^2}{720a^3}\left[1 + \frac{45\zeta_{\text{R}}(3)}{\pi^3}\left(\frac{T}{T_{\text{eff}}}\right)^3 - \left(\frac{T}{T_{\text{eff}}}\right)^4\right]$$

$$P(a,T) = -\frac{\pi^2}{240a^4}\left[1 + \frac{1}{3}\left(\frac{T}{T_{\text{eff}}}\right)^4\right]$$

$$S(a,T) = \frac{3\zeta_{\text{R}}(3)k_{\text{B}}}{8\pi a^2}\left(\frac{T}{T_{\text{eff}}}\right)^2\left[1 - \frac{4\pi^3}{135\zeta_{\text{R}}(3)}\frac{T}{T_{\text{eff}}}\right]$$

Предел высоких температур: $T \gg T_{\mathrm{eff}}$

$$\mathcal{F}(a,T) = -\frac{k_{\mathrm{B}}T}{8\pi a^2}\zeta_{\mathrm{R}}(3)$$

$$P(a,T) = -\frac{k_{\mathrm{B}}T}{4\pi a^3}\zeta_{\mathrm{R}}(3)$$

$$S(a,T) = \frac{k_{\mathrm{B}}}{8\pi a^2}\zeta_{\mathrm{R}}(3)$$

3. КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Вселенная Эйнштейна и закрытая модель Фридмана

$$
\begin{aligned}
ds^2 &= dt^2 - a_0^2\left[dr^2 + \sin^2 r\,(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2)\right] \\
&= a_0^2\left[d\eta^2 - dr^2 - \sin^2 r\,(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2)\right]
\end{aligned}
$$

$\underline{T = 0}$

$$\langle 0|T_0{}^0|0\rangle = \frac{1}{4\pi^2 a_0^3}\sum_{k=1}^{\infty} k^2\omega_k, \qquad \omega_k^2 = m^2 + \frac{k^2}{a_0^2}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi^2 a_0^4}\int_{ma_0}^{\infty}\frac{\xi^2\, d\xi}{\exp(2\pi\xi)-1}\sqrt{\xi^2 - m^2 a_0^2}$$

Мамаев, Мостепаненко, Старобинский, ЖЭТФ, 1976

$$P = -\frac{\partial E}{\partial V}, \quad \text{where} \quad E = \varepsilon V, \quad V = 2\pi^2 a_0^3$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi^2 a_0^4} \int_0^\infty \frac{\xi^3 \, d\xi}{\exp(2\pi\xi) - 1} = \frac{1}{480\pi^2 a_0^4}$$

$$P = \frac{\varepsilon}{3} = \frac{1}{1440\pi^2 a_0^4}$$

Инфляция за счет эффекта Казимира

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2),$$

топология 3-тора: отождествлены точки

$$(x + lL, y + nL, z + pL), \quad l, n, p = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

$$\varepsilon(a) = -\frac{A}{a^4(t)L^4}, \quad A = 0.8375$$

Из уравнений Эйнштейна с космологической постоянной Λ

$$a(t) = \frac{1}{L}\left(\frac{8\pi G A}{\Lambda}\right)^{1/4}\left[cosh\left(2\sqrt{\frac{\Lambda}{3}}t\right)\right]^{1/2}$$

Зельдович, Старобинский, Письма в АЖ, 1984

$$\underline{T \neq 0}$$

$$F = V\varepsilon + k_B T \sum_{k=1}^{\infty} k^2 \ln\left(1 - e^{-\frac{\omega_k}{k_B T}}\right)$$

Dowker, Critchley, Phys. Rev. D, 1977

$$\underline{a_0 k_B T \ll 1}$$

$$F \approx V\varepsilon - k_B T\, e^{-\frac{1}{a_0 k_B T}}$$

$$U = -T^2 \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{F}{T}\right) \approx V\varepsilon + \frac{1}{a_0}\, e^{-\frac{1}{a_0 k_B T}}$$

$$\underline{a_0 k_B T \gg 1}$$

$$F \approx -\frac{\pi^2}{90} V (k_B T)^4, \qquad U \approx \frac{\pi^2}{30} V (k_B T)^4$$

Модифицированная перенормировка

$$F^{\mathrm{ren}} = F - F_M$$

$$F_M = -\frac{\pi^2}{90}(k_B T)^4 V$$

Bezerra, Klimchitskaya, Mostepanenko, Romero, Phys. Rev. D, 2011

Тепловой эффект Казимира для спинорного и электромагнитного полей в закрытой модели Фридмана

Новые аспекты:

--- спинорный эффект Казимира при высокой T не обладает классическим пределом;

--- электромагнитный эффект Казимира при высокой T имеет классический предел.

Bezerra, Mostepanenko, Mota, Romero, Phys. Rev. D, 2011.

4. ТЕОРИЯ ЛИФШИЦА СИЛ ВАН ДЕР ВААЛЬСА И КАЗИМИРА

Уравнения Максвелла

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D}(t,\boldsymbol{r}) = 0, \qquad \nabla \times \boldsymbol{E}(t,\boldsymbol{r}) + \frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{B}(t,\boldsymbol{r})}{\partial t} = 0$$

$$\nabla \times \boldsymbol{B}(t,\boldsymbol{r}) - \frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{D}(t,\boldsymbol{r})}{\partial t} = 0, \qquad \nabla \cdot \boldsymbol{B}(t,\boldsymbol{r}) = 0$$

Граничные условия

$$E_{1\mathrm{t}}(t,\boldsymbol{r}) = E_{2\mathrm{t}}(t,\boldsymbol{r}), \qquad D_{1\mathrm{n}}(t,\boldsymbol{r}) = D_{2\mathrm{n}}(t,\boldsymbol{r})$$

$$B_{1\mathrm{n}}(t,\boldsymbol{r}) = B_{2\mathrm{n}}(t,\boldsymbol{r}), \qquad B_{1\mathrm{t}}(t,\boldsymbol{r}) = B_{2\mathrm{t}}(t,\boldsymbol{r})$$

$$\boldsymbol{D}(t,\boldsymbol{r}) = \int_{-\infty}^{t} \varepsilon(t-t',\boldsymbol{r})\boldsymbol{E}(t',\boldsymbol{r})\,dt'$$

$$\boldsymbol{E}(t,\boldsymbol{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{E}(\omega,\boldsymbol{r})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\,d\omega, \quad \boldsymbol{D}(t,\boldsymbol{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{D}(\omega,\boldsymbol{r})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\,d\omega$$

$$\boldsymbol{D}(\omega,\boldsymbol{r}) = \varepsilon(\omega,\boldsymbol{r})\boldsymbol{E}(\omega,\boldsymbol{r})$$

$$\mathcal{F}(a,T) = \frac{k_B T}{2\pi} \sum_{l=0}^{\infty}{}' \Phi_E(\xi_l), \qquad P(a,T) = -\frac{\partial \mathcal{F}(a,T)}{\partial a},$$

$$\xi_l = 2\pi \frac{k_B T l}{\hbar}$$

мацубаровские частоты

$$\Phi_E(x) = \int_0^{\infty} k_\perp dk_\perp \sum_\alpha \ln\left[1 - r_\alpha^{(1)}(ix,k_\perp) r_\alpha^{(2)}(ix,k_\perp)\, e^{-2aq}\right]$$

$$q \equiv q(ix,k_\perp) = \sqrt{k_\perp^2 + x^2/c^2}$$

Лифшиц, ЖЭТФ, 1955

Коэффициенты отражения для двух независимых поляризаций:

$$r_{\mathrm{TM}}^{(n)}(ix, k_\perp) = \frac{\varepsilon^{(n)}(ix)q - k^{(n)}}{\varepsilon^{(n)}(ix)q + k^{(n)}}$$

$$r_{\mathrm{TE}}^{(n)}(ix, k_\perp) = \frac{\mu^{(n)}(ix)q - k^{(n)}}{\mu^{(n)}(ix)q + k^{(n)}}$$

$$k^{(n)} \equiv k^{(n)}(ix, k_\perp) = \sqrt{k_\perp^2 + \varepsilon^{(n)}(ix)\mu^{(n)}(ix)\frac{x^2}{c^2}}$$

Модели диэлектрической проницаемости, зависящей от частоты

$$\varepsilon_c(\omega) = 1 + \sum_{j=1}^{K} \frac{g_j}{\omega_j{}^2 - \omega^2 - i\gamma_j\omega}$$

Проницаемость диэлектриков, определяемая связанными электронами

$$\varepsilon_d(\omega) = \varepsilon_c(\omega) + i\frac{4\pi\sigma_0(T)}{\omega}$$

Проницаемость диэлектриков с учетом статической проводимости

$$\varepsilon_D(\omega) = \varepsilon_c(\omega) - \frac{\omega_p{}^2}{\omega[\omega + i\gamma(T)]}$$

Проницаемость модели Друде для металлов

$$\varepsilon_p(\omega) = \varepsilon_c(\omega) - \frac{\omega_p{}^2}{\omega^2}$$

Проницаемость плазма модели для металлов

Теория Лифшица с ε_d или ε_D нарушает теорему Нернста

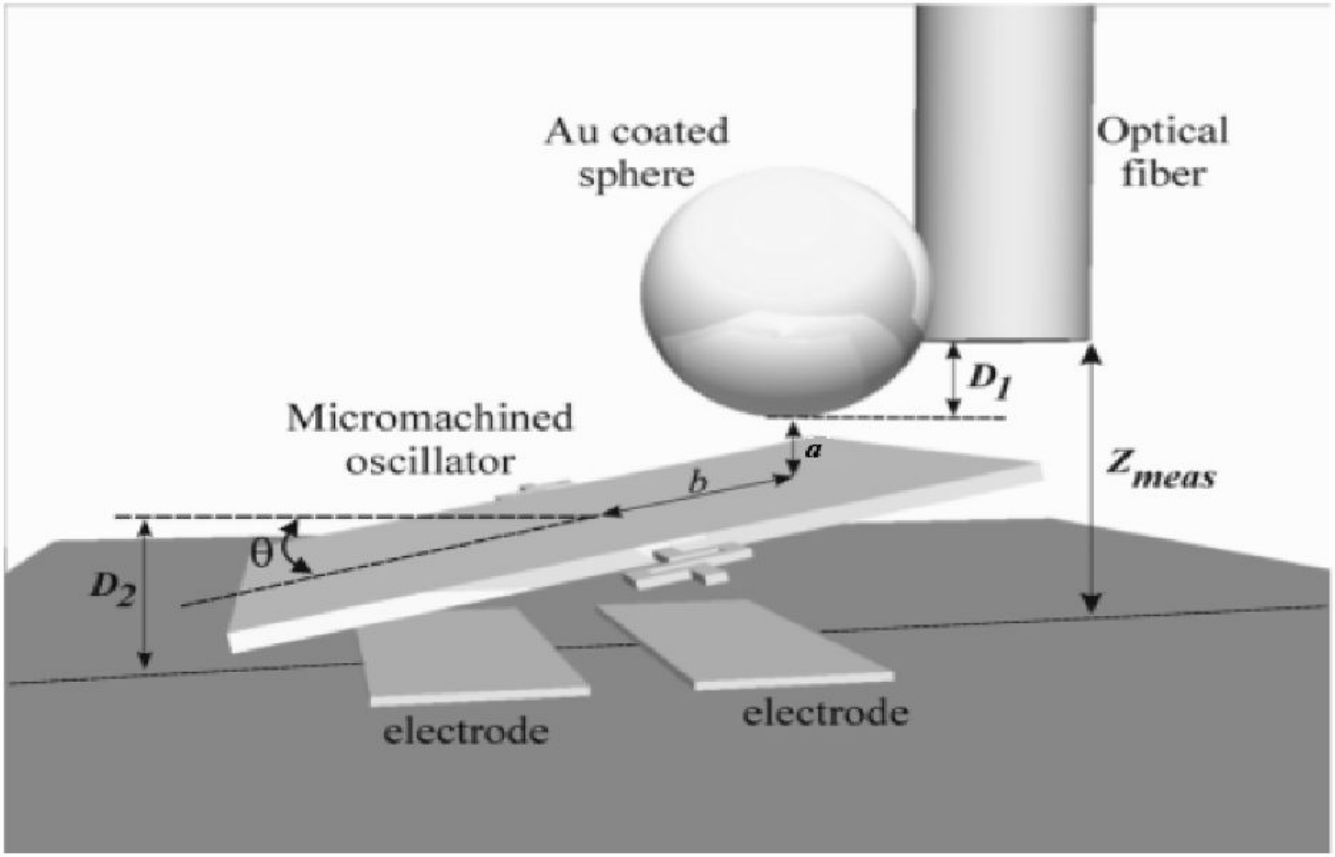
Klimchitskaya, Mohideen, Mostepanenko, Rev. Mod. Phys., 2009

5. СРАВНЕНИЕ ТЕОРИИ ЛИФШИЦА С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

5.1 Измерение давления Казимира с помощью микромеханического осциллятора

$$P(a,T) = -\frac{1}{2\pi R}\frac{\partial F_{sp}(a,T)}{\partial a}$$

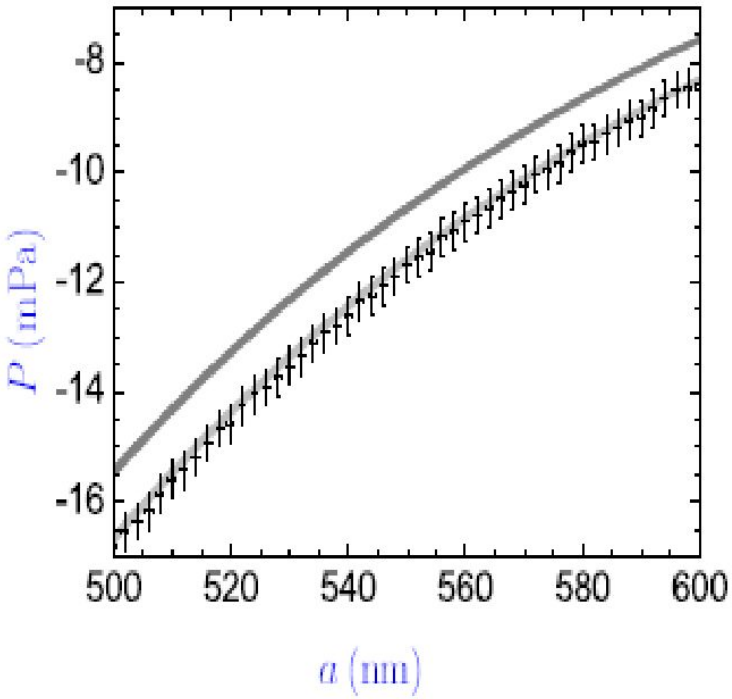
Decca, Lopez, Fischbach, Klimchitskaya, Krause, Mostepanenko, Phys. Rev. D (2003); Ann. Phys. (2005); Phys. Rev. D (2007); Eur. Phys. J. C (2007); Decca, Lopez, Osquiguil, IJMPA (2010).

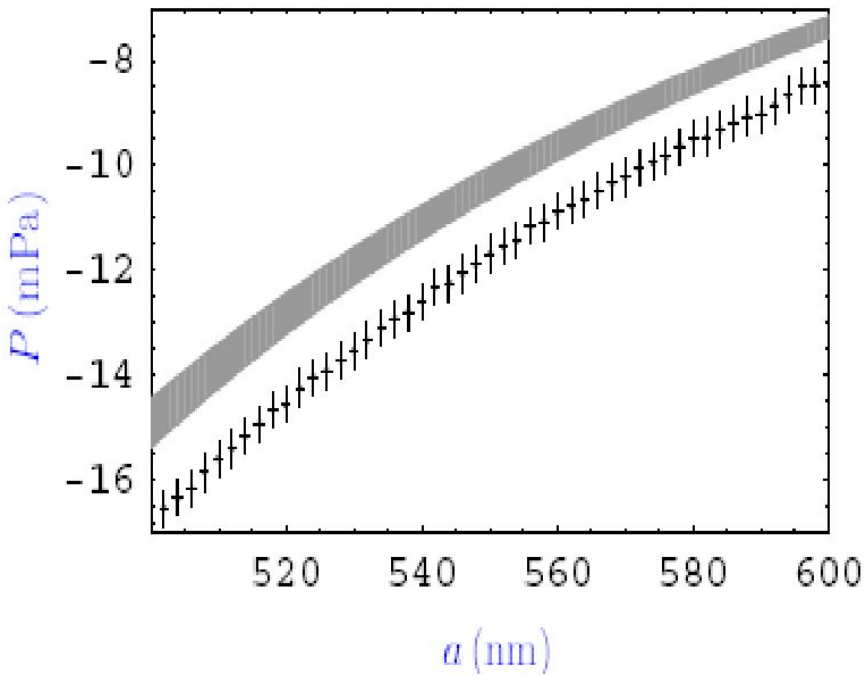


Схематическое изображение микромеханического осциллятора

Сравнение между теорией и экспериментом

(первый метод)

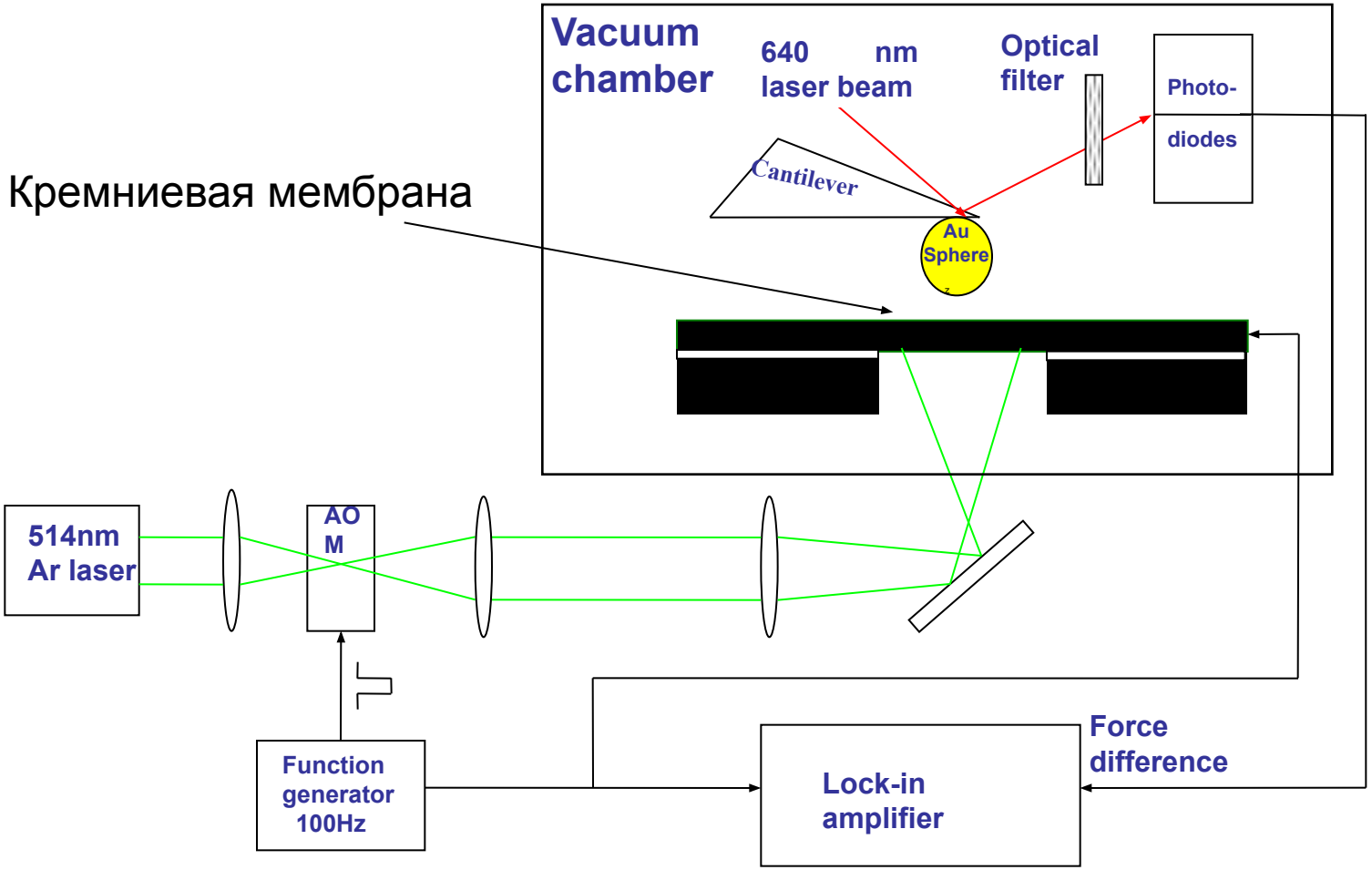




Относительная погрешность измерений (с 95% достоверностью) изменяется от 0.19% на 162 nm до 0.9% на 400 nm и 9% на 746 nm.

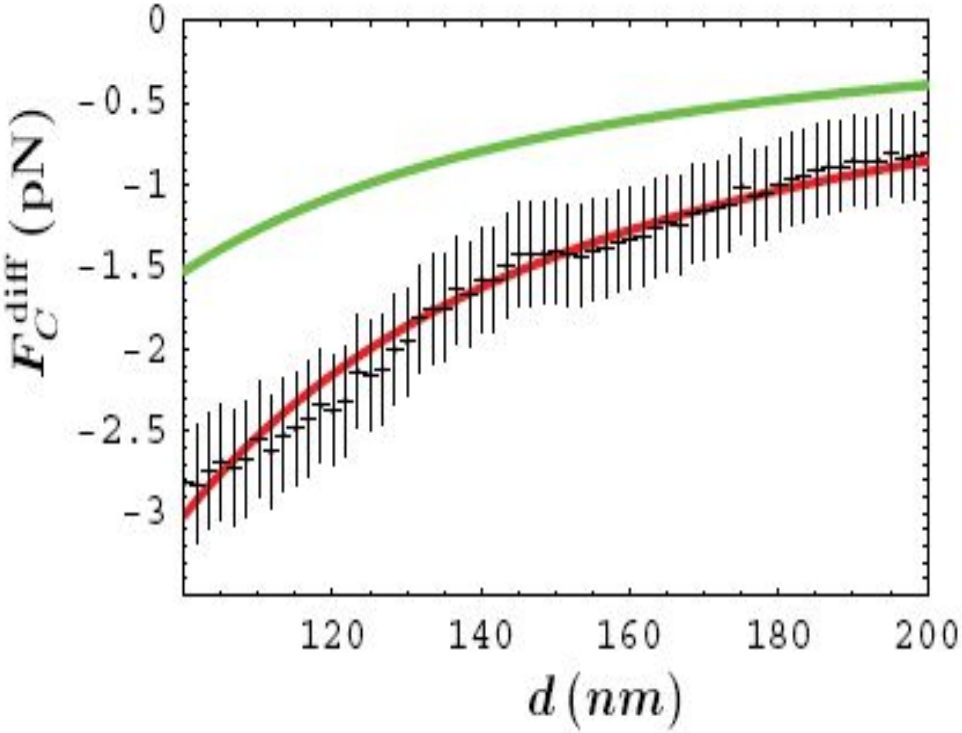
Модель Друде исключена данными измерений с 95% достоверностью.

5.2 Оптическая модуляция сил Казимира

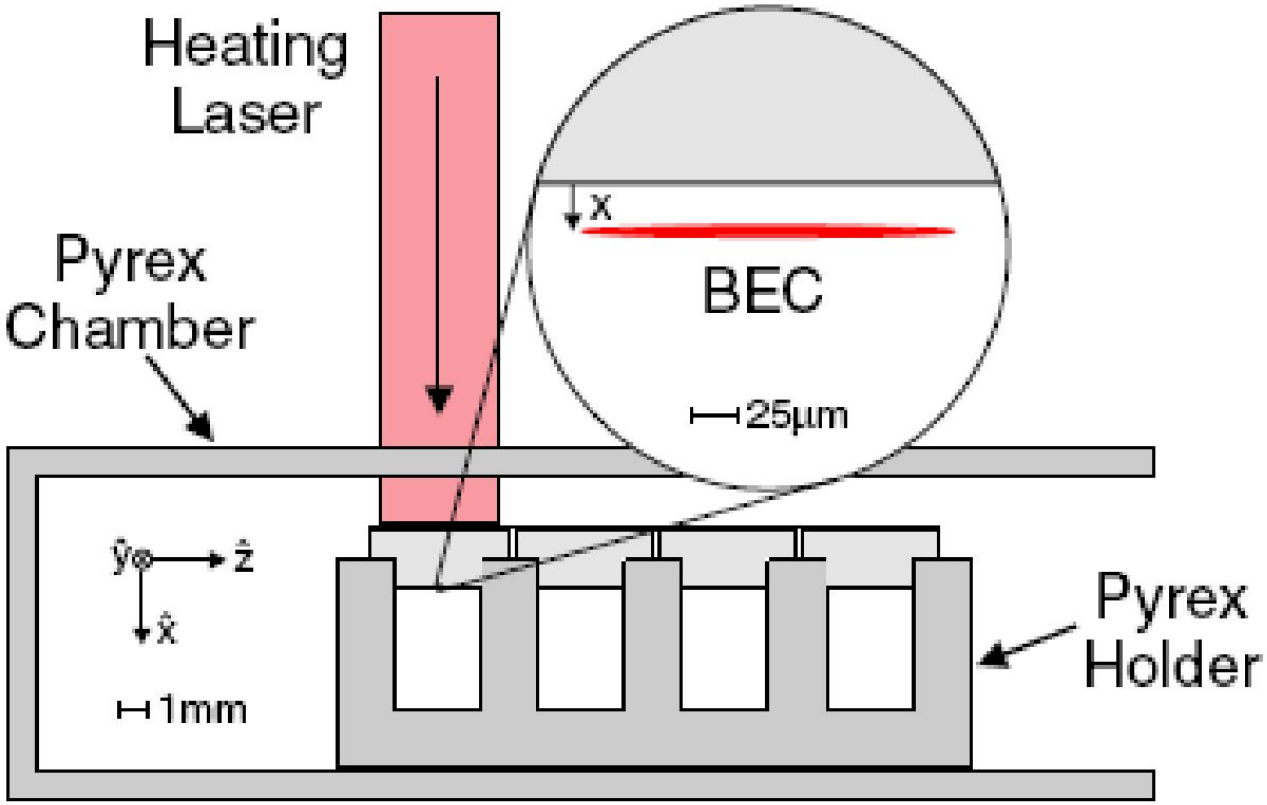


Chen, Klimchitskaya, Mostepanenko, Mohideen, Optics Express (2007); Phys. Rev. B (2007).

Разность между силами Казимира при освещенной и не освещенной лазерным светом мембране

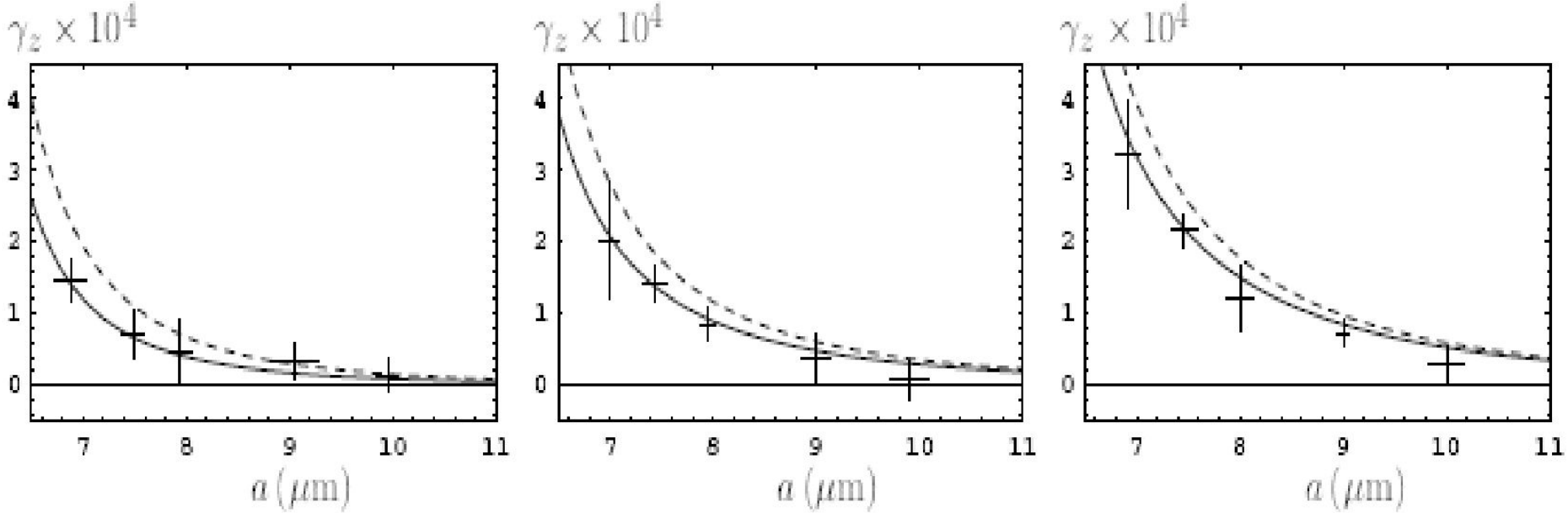


5.3. Измерение силы Казимира-Полдера



Obrecht, Wild, Antezza, Pitaevskii, Stringari, Cornell, Phys.Rev.Lett. (2007)

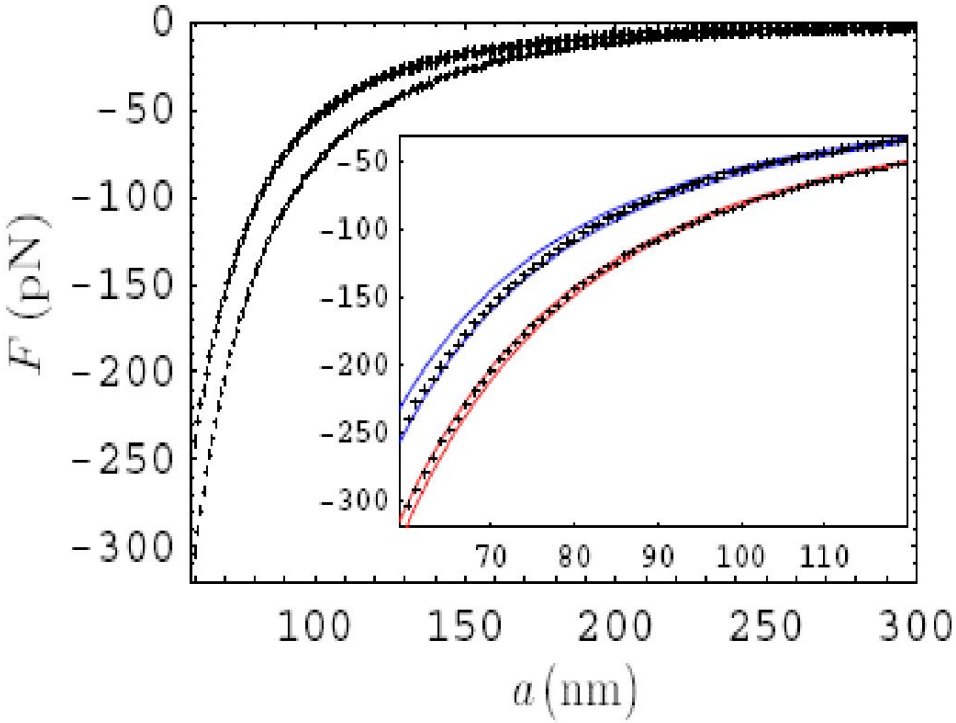
Сдвиг частоты колебаний центра масс конденсата Бозе-Эйнштейна атомов Rb



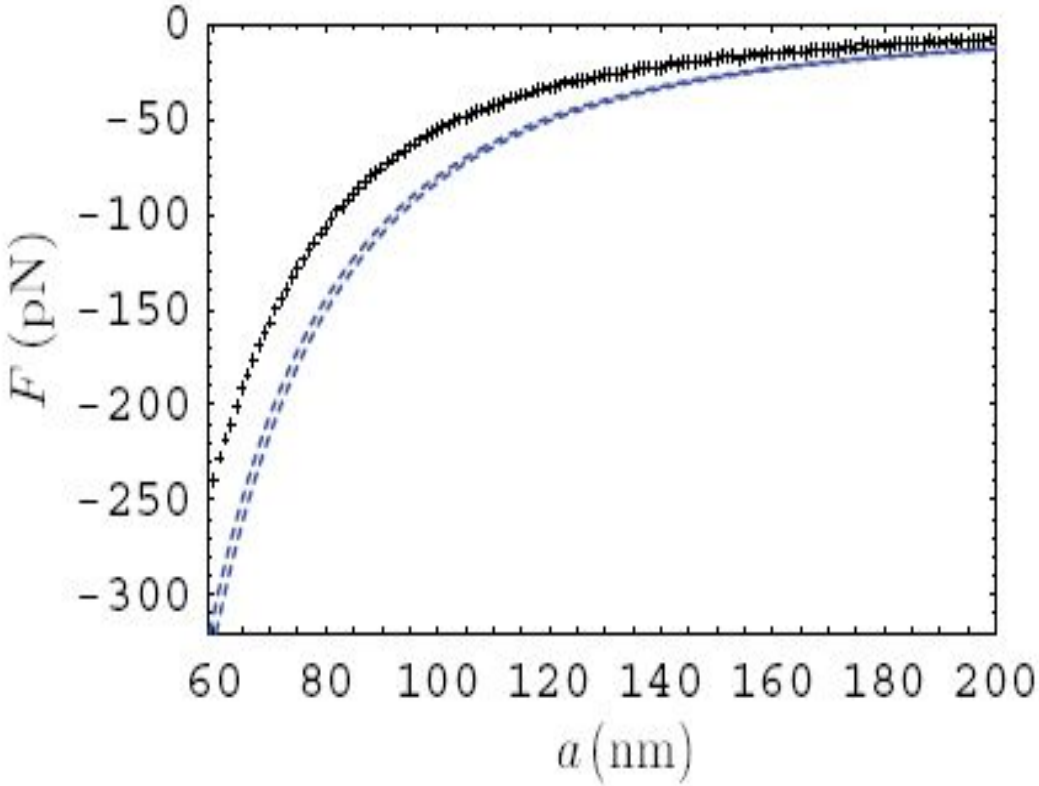
$T_p = T_e = 310\,\mathrm{K}$ $T_p = 479\,\mathrm{K}$ $T_p = 605\,\mathrm{K}$

Obrecht, Wild, Antezza, Pitaevskii, Stringari, Cornell, Phys.Rev.Lett. (2007);
Klimchitskaya, Mostepanenko, J. Phys. A (2008).

5.4 Сила Казимира между Au сферой и ITO пластиной



Chang, Banishev, Klimchitskaya, Mostepanenko, Mohideen, Phys. Rev. Lett., (2011);
Banishev, Chang, Castillo-Garza, Klimchitskaya, Mostepanenko, Mohideen, Phys. Rev. B (2012)


0
-50
-100
-150
-200
-250
-300
F (pN)
60
80
100
120
140
160
180
200
a (nm)

6. ОГРАНИЧЕНИЯ НА ПОПРАВКИ К ЗАКОНУ ТЯГОТЕНИЯ НЬЮТОНА И ПАРАМЕТРЫ ТЕМНОЙ МАТЕРИИ ИЗ ЭФФЕКТА КАЗИМИРА

Поправки типа Юкавы к закону Ньютона:

$$V(r) = -\frac{Gm_1m_2}{r}\left(1 + \alpha e^{-r/\lambda}\right)$$

Поправки степенного типа к закону Ньютона:

$$V_l(r) = -\frac{Gm_1m_2}{r}\left[1 + \Lambda_l\left(\frac{r_0}{r}\right)^{l-1}\right]$$

Степенные и юкавовские потенциалы происходят из:

1) **Обмен легкими и безмассовыми элементарными частицами**

--- арион;
--- скалярный аксион;
--- гравифотон;
--- дилатон;
--- голдстино;
--- модули.

Эти частицы могут давать вклад
в темную материю и энергию.

2) Многомерные теории с низкоэнергетическим масштабом компактификации

$$R_* \sim \frac{1}{E_{\rm Pl}^{(D)}} \left(\frac{E_{\rm Pl}}{E_{\rm Pl}^{(D)}} \right)^{2/N} \sim 10^{(32-17N)/N} \text{ cm}$$

$$D \equiv 4 + N, \qquad E_{\rm Pl} = G^{-1/2} \sim 10^{19}\,\text{GeV}$$

$$E_{\rm Pl}^{(D)} = G_D^{-1/(2+N)}, \qquad G_D = G\Omega_N \sim G R_*^N$$

For $N = 1$ $\quad R_* \sim 10^{15}\,\text{cm}$

$N = 2$ $\quad R_* \sim 1\,\text{mm}$

$N = 3$ $\quad R_* \sim 5\,\text{nm}$

Arkani-Hamed, Dimopoulos, Dvali, Phys. Rev. D, 1999

Сила типа Юкавы между двумя макротелами:

$$E_{\mathrm{Yu}}(a) = G\alpha\rho_1\rho_2 \int_{V_1}\int_{V_2} d\boldsymbol{r}_1 d\boldsymbol{r}_2 \frac{e^{-|\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2|/\lambda}}{|\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2|}$$

$$F_{\mathrm{Yu}} = -\frac{\partial E_{\mathrm{Yu}}(a)}{\partial a}$$

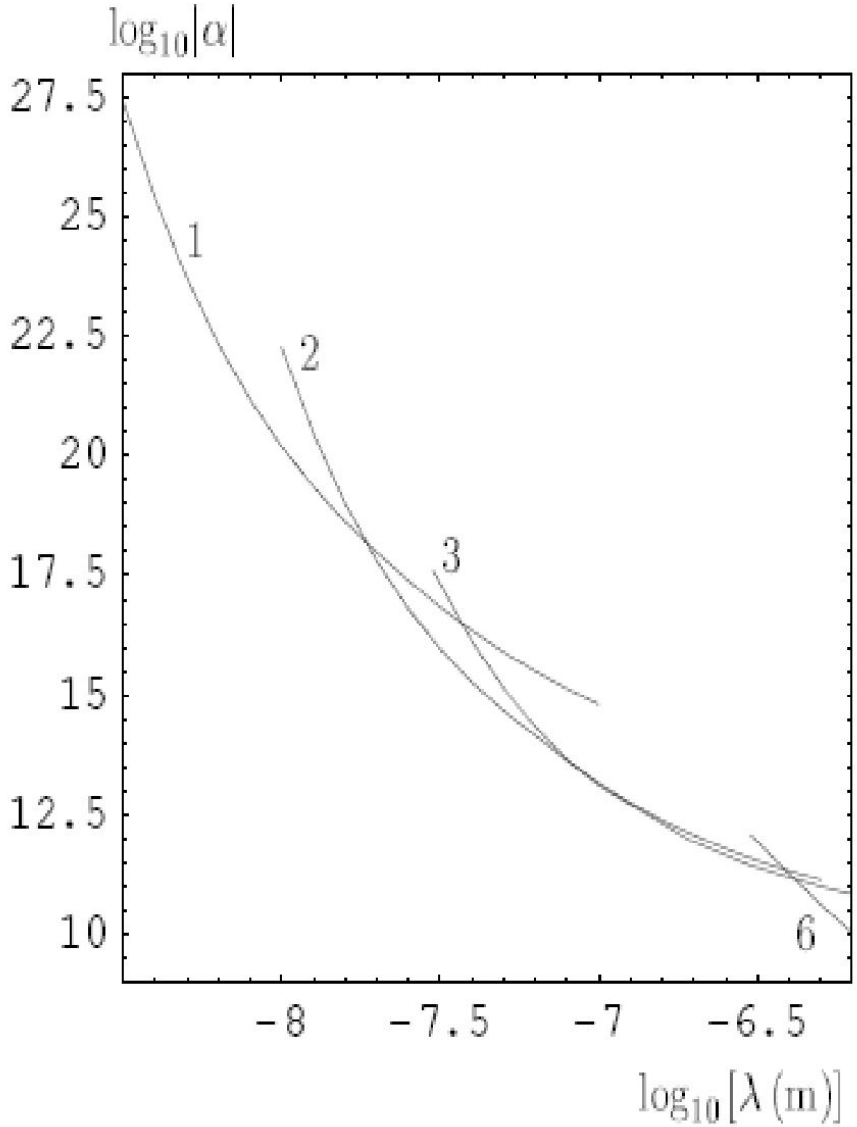
6.1 Ограничения из нормальной силы Казимира между пробными телами с гладкими поверхностями

Измеряется сила Казимира или ее градиент:

$$F_C(a,T) \quad \text{or} \quad F'_C(a,T) = \frac{\partial F_C(a,T)}{\partial a}$$

Ограничения на силу Юкавы следуют из неравенств:

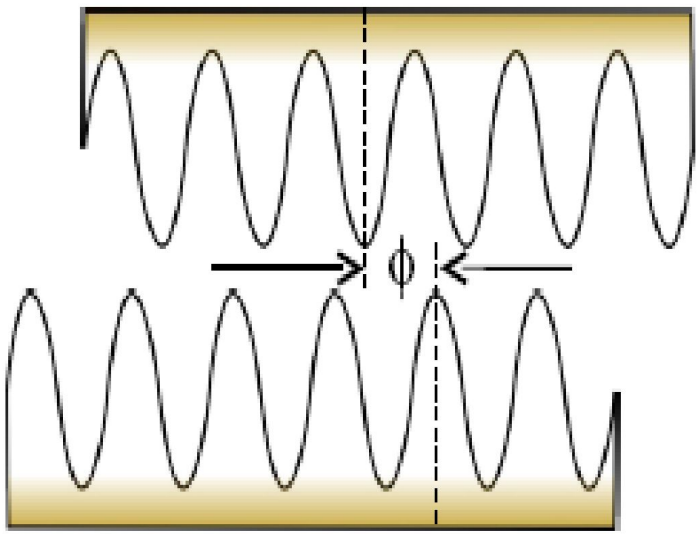
$$|F_{\rm Yu}(a)| \le \Delta^{\rm tot} F_C(a,T) \quad \text{or} \quad |F'_{\rm Yu}(a)| \le \Delta^{\rm tot} F'_C(a,T)$$



Сильнейшие ограничения на поправки типа Юкавы к закону тяготения Ньютона,

полученные из измерений сил Казимира с использованием АСМ (линия 1),
из измерений давления Казимира с помощью микромеханического осциллятора (линия 2),
и из эксперимента с нулевой силой Казимира (линия 3).
Линия 6 показывает ограничения из эксперимента с крутильным маятником.

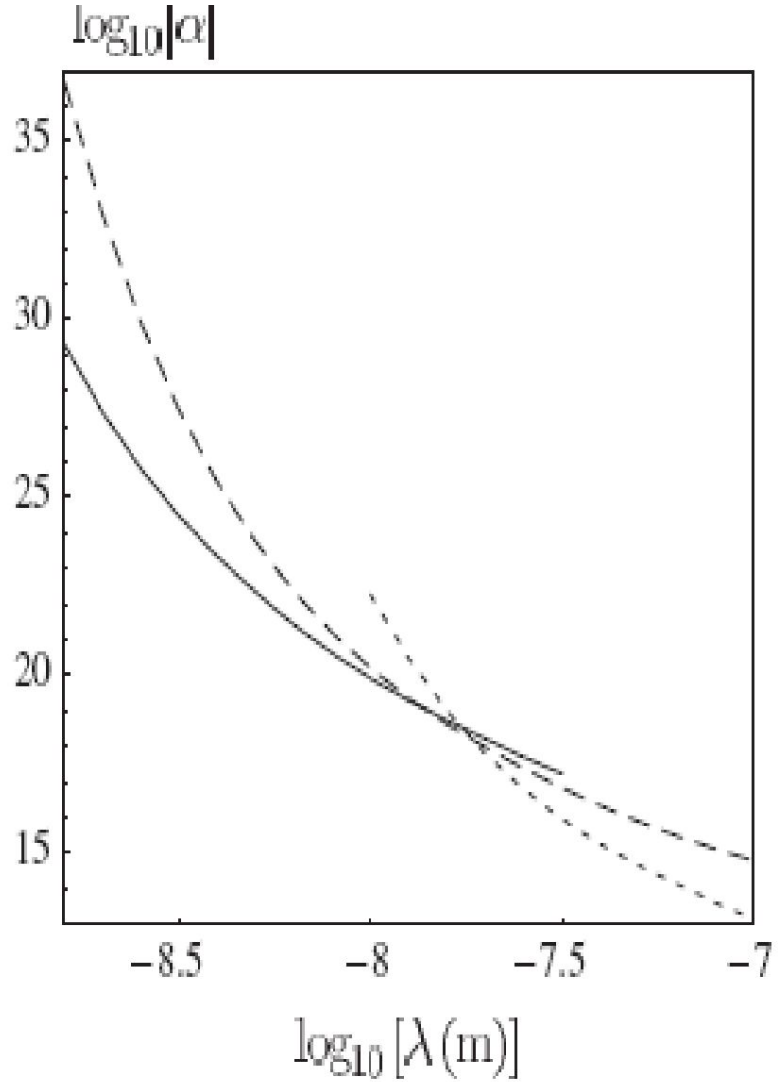
6.2 Ограничения из горизонтальной силы Казимира



$$F_{\mathrm{lat}}(a,T,\Phi) = -\frac{\partial \mathcal{F}(a,T,\Phi)}{\partial \Phi}$$

Golestanian, Kardar, Phys. Rev. Lett., 1997;
Chen, Mohideen, Klimchitskaya, Mostepanenko, Phys. Rev. Lett., 2002; Phys. Rev. A, 2002;

Chiu, Klimchitskaya, Marachevsky, Mostepanenko, Mohideen, Phys. Rev. B, 2009; Phys. Rev. B, 2010.



Ограничения на параметры взаимодействия Юкавы

из измерений горизонтальной силы Казимира между профилированными поверхностями (сплошная линия),

из измерений нормальной силы Казимира с помощью АСМ (прерывистая линия), и с помощью микромеханического осциллятора (точечная линия).

Bezerra, Klimchitskaya, Mostepanenko, Romero, Phys. Rev. D, 2010; Phys. Rev. D, 2011.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Эффект Казимира --- это междисциплинарное физическое явление. Помимо приложений к

--- нанотехнологиям

--- физике твердого тела

--- космологическим моделям Вселенной

--- физике темной материи,

которых мы коснулись,

он играет важную роль в

--- статистической физике

--- атомной спектроскопии

--- физике элементарных частиц

--- физике поверхности

--- математической физике.

Это позволяет предсказать большое будущее исследованиям в данном направлении.

INTERNATIONAL SERIES OF MONOGRAPHS ON PHYSICS • 145

Advances in the Casimir Effect

M. BORDAG
G. L. KLIMCHITSKAYA
U. MOHIDEEN
V. M. MOSTEPANENKO

OXFORD SCIENCE PUBLICATIONS