

Асылбекова С.Н., НИШ ФМН, г.Астана, 2010-2011 гг.

ВЕКТОРНЫЕ ДИАГРАММЫ.

Метод и применение

Заполните таблицу

Механические величины

Электромагнитные
величины

Добавьте соответствие



- X макс

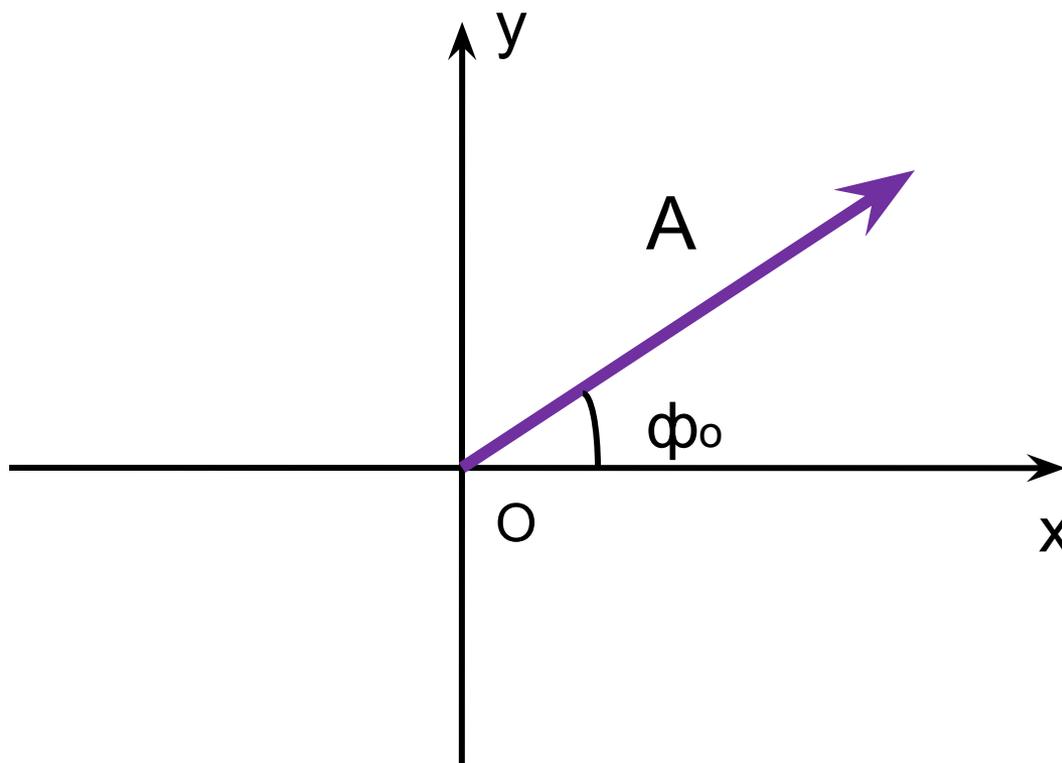
- I макс

- -X макс

Сделайте вывод

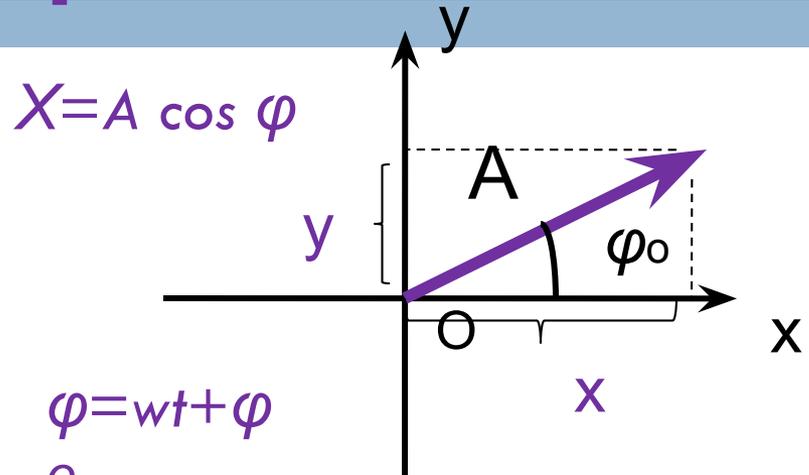
- Что общего в механических и электромагнитных колебаниях:
А) природа;
В) законы, по которым они происходят.

Проекция вектора



Гармоническое колебание и проекция вектора

- **Проекция вектора**, вращающегося с постоянной скоростью, совершает **гармонические колебания с частотой, равной угловой скорости** вращения вектора.
- **Амплитуда** этих колебаний равна **модулю вектора**.
- **Начальная фаза** равна **углу**, образованному вектором OA с осью координат X в начальный момент.



$$\varphi = \omega t + \varphi_0$$

$$X = A \cos (\omega t + \varphi_0)$$

$$Y = A \sin (\omega t + \varphi_0)$$

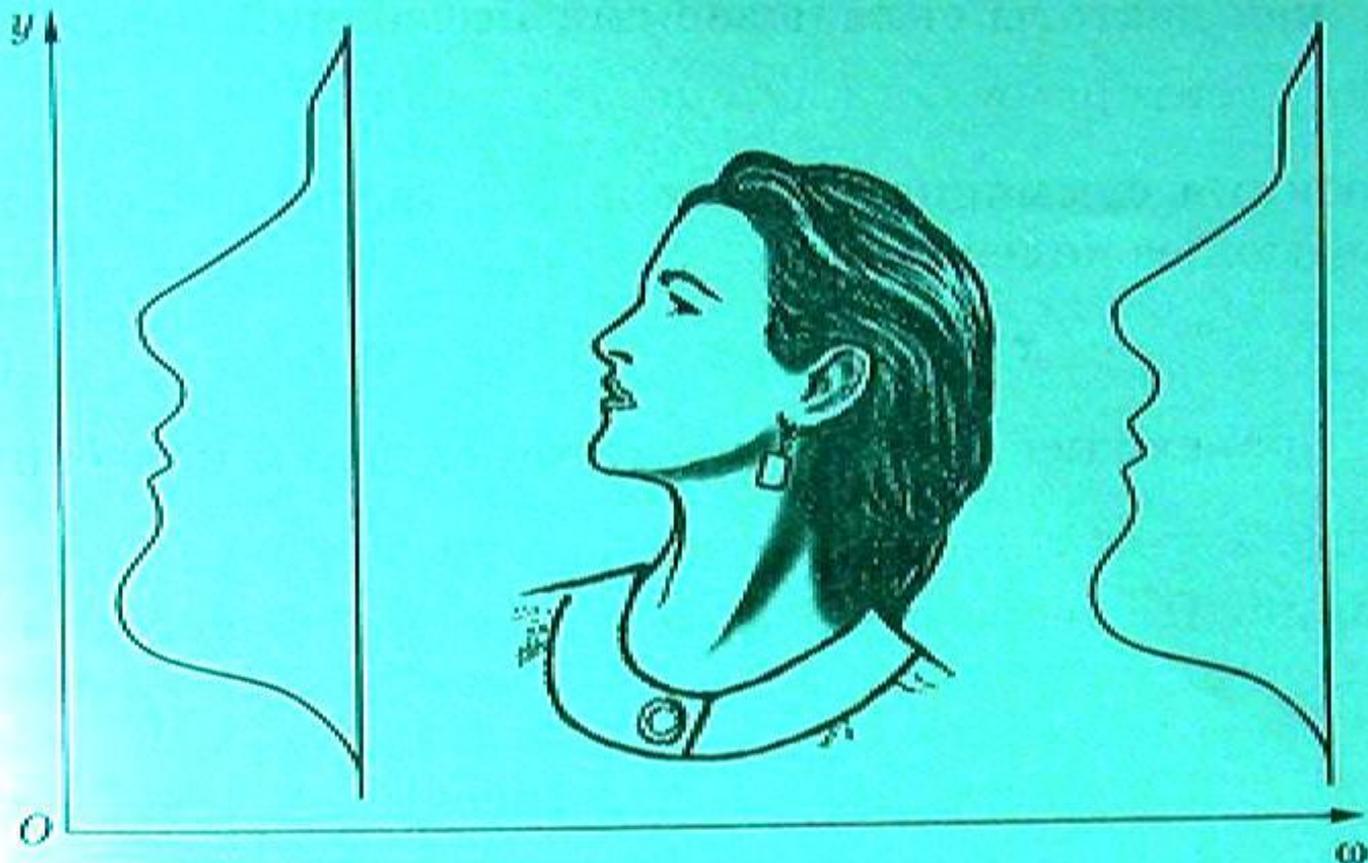
X, Y -смещения

A -амплитуда

φ - угол поворота

ω -угловая скорость
вращения

t - время вращения

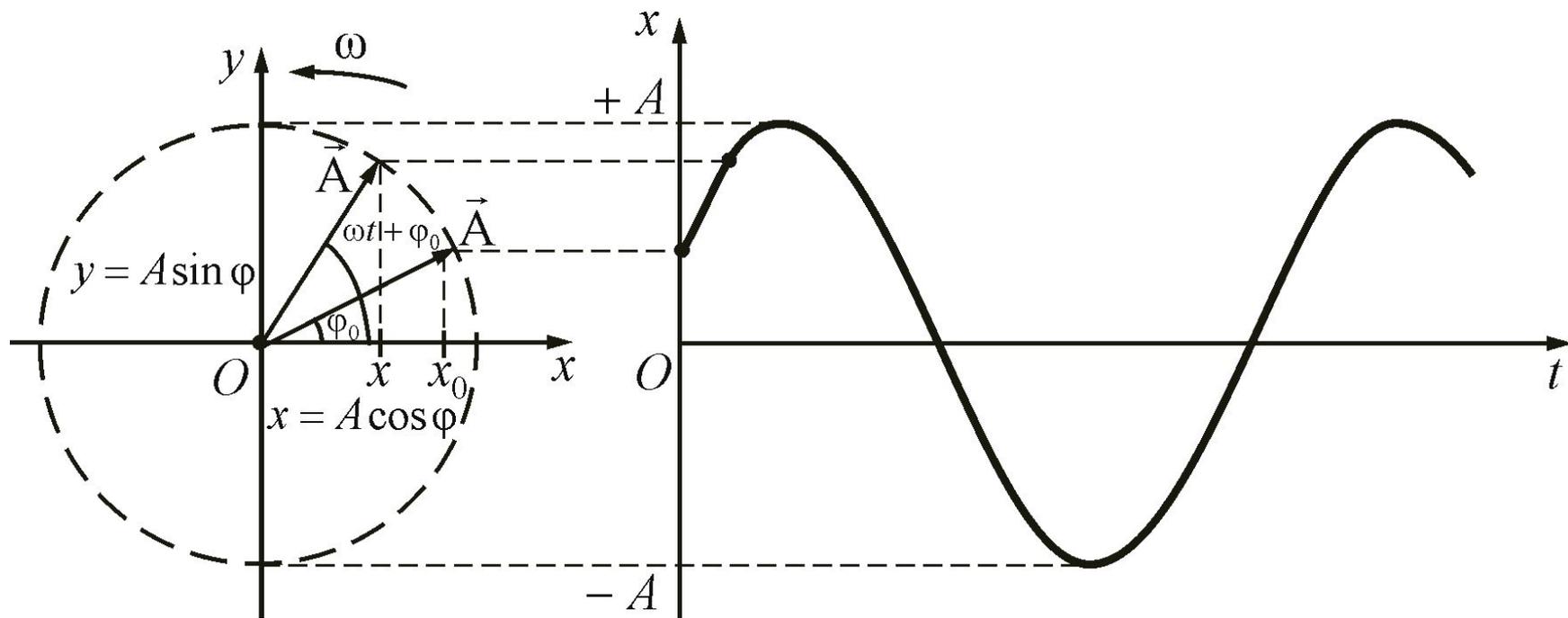


$$\begin{aligned}
 y = & 49,6 \sin(\omega + 302^\circ) + 17,4 \sin(2\omega + 298^\circ) + 13,8 \sin(3\omega + 195^\circ) + \\
 & + 7,1 \sin(4\omega + 215^\circ) + 4,5 \sin(5\omega + 80^\circ) + 0,6 \sin(6\omega + 171^\circ) + \\
 & + 2,7 \sin(7\omega + 34^\circ) + 0,6 \sin(8\omega + 242^\circ) + 1,6 \sin(9\omega + 331^\circ) + \\
 & + 1,3 \sin(10\omega + 208^\circ) + 0,3 \sin(11\omega + 89^\circ) + 0,5 \sin(12\omega + 229^\circ) + \\
 & + 0,7 \sin(13\omega + 103^\circ) + 0,3 \sin(14\omega + 305^\circ) + 0,4 \sin(15\omega + 169^\circ) + \\
 & + 0,5 \sin(16\omega + 230^\circ) + 0,5 \sin(17\omega + 207^\circ) + 0,4 \sin(18\omega + 64^\circ)
 \end{aligned}$$

Определение

- ▣ ***Векторной диаграммой*** называют графическое изображение гармонических колебаний и соотношений между гармонически колеблющимися величинами в помощью векторов.

Возьмем ось, которую обозначим буквой x . Из точки O , взятой на оси, под углом φ проводим вектор длины A . Будем вращать вектор амплитуды с частотой ω_0 против часовой стрелки. Если смотреть сверху, то видно, что движение происходит по окружности.



Уравнение колебаний

Но человек, который смотрит “в торец” стола, наблюдает колебательное движение туда и обратно, по существу, он наблюдает проекцию кругового движения на ось X .

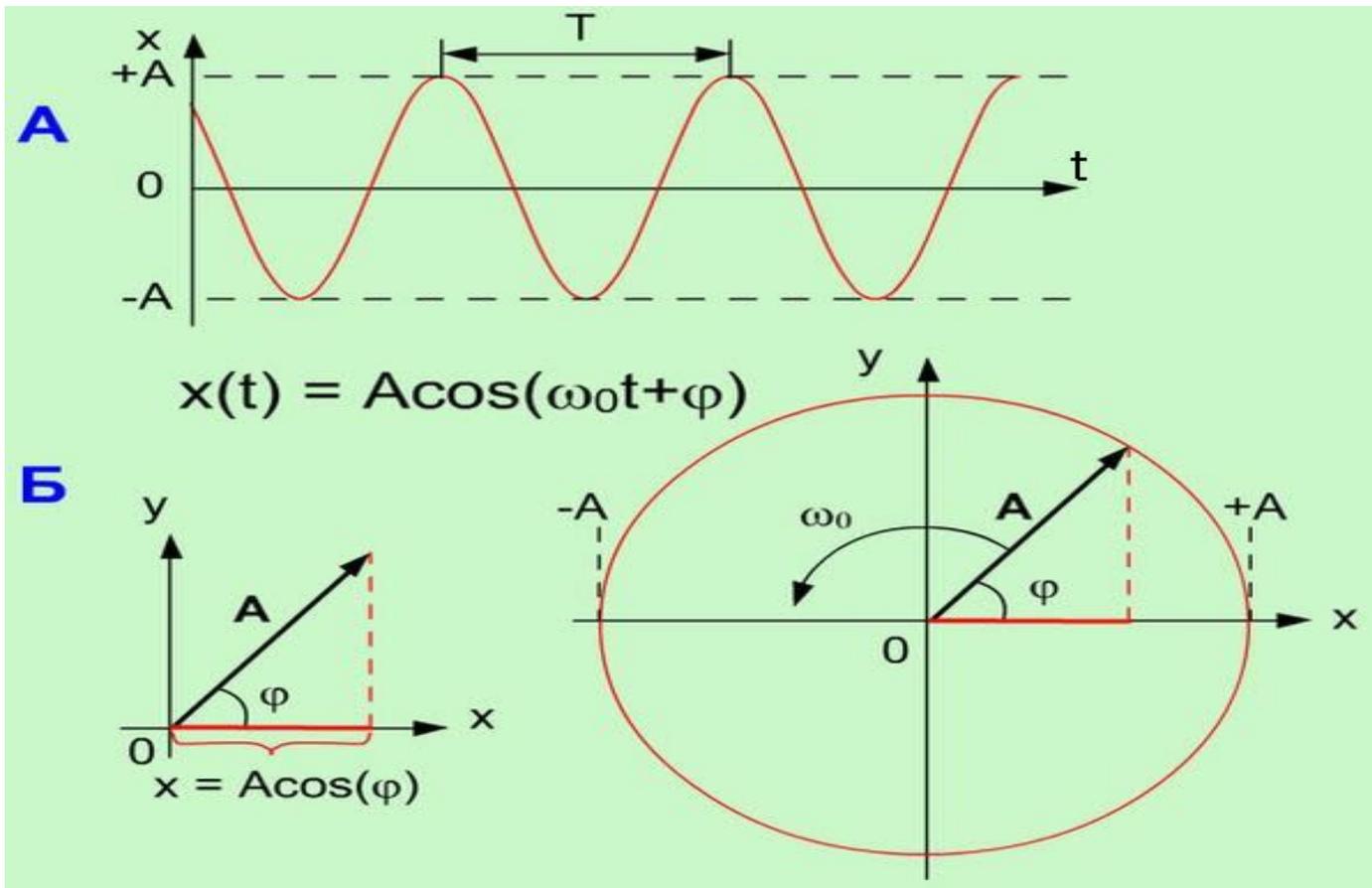
И это колебание проекции вектора амплитуды аналогично гармоническому колебанию.

$X = A \cos(\omega t + \varphi)$ для x -проекция вектора-амплитуды

.

Следовательно, *проекция конца вектора на ось будет совершать гармоническое колебание с амплитудой, равной длине вектора, с круговой частотой, равной угловой скорости вращения вектора, и с начальной фазой, равной углу.*

Графическое представление колебаний



Задание 1

- 1. Построить векторную диаграмму гармонических электромагнитного колебаний заряда, тока, если
- $q = q_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$.

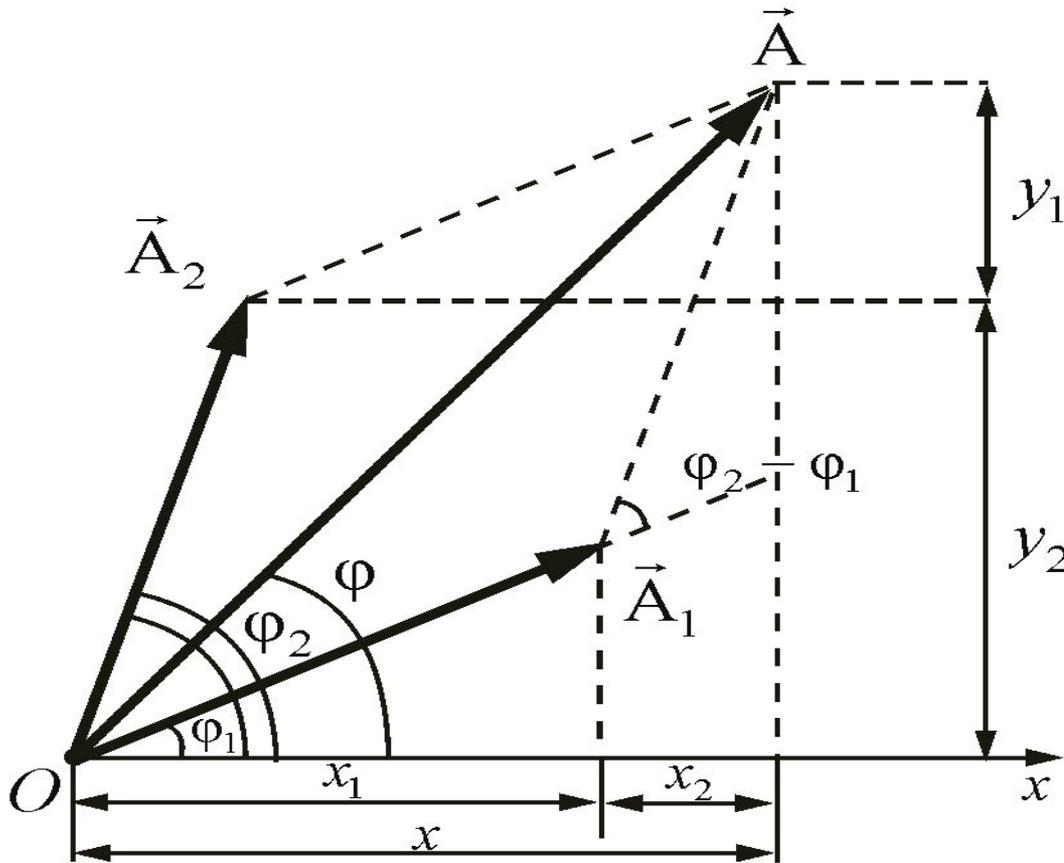
Сложение гармонических колебаний одинаковых частот

- Сложение колебаний одинаковых частот проще всего осуществить с помощью так называемой ***векторной диаграммы***.

Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты

- Колеблющееся тело может участвовать в нескольких колебательных процессах, тогда необходимо найти результирующее колебание, иными словами, колебания необходимо сложить.
- Сложим гармонические колебания одного направления и одинаковой частоты.
- Смещение X колеблющегося тела будет суммой смещений X_1 и X_2 , которые запишутся в следующем образом:
 - $X_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_{01})$
 - $X_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_{02})$
- Представим оба колебания с помощью векторов a_1 и a_2 . Построим по правилам сложения векторов результирующий вектор a

Построение векторных диаграмм



Так как векторы \mathbf{a}_1 и \mathbf{a}_2 вращаются с одинаковой круговой скоростью ω_0 , то разность фаз ($\varphi_2 - \varphi_1$) между ними остается постоянной. Очевидно, что уравнение результирующего колебания будет

$$X = X_2 + X_1 = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Сложение гармонических колебаний одинаковых частот

$$X_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_{01})$$

$$X_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_{02})$$

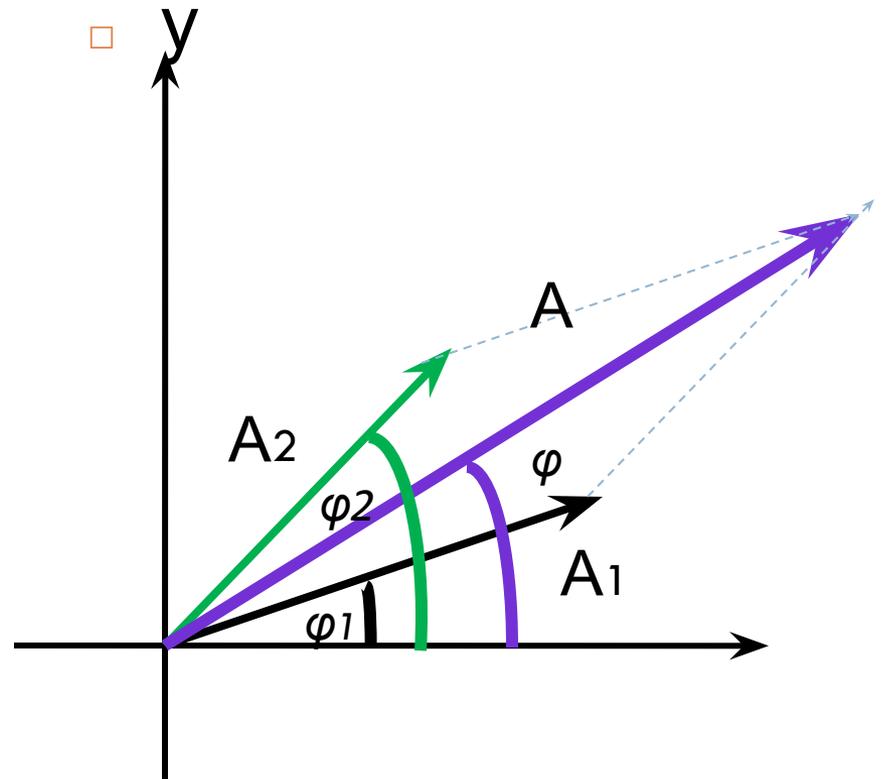
Сдвиг фаз между колебаниями

$$\varphi = \varphi_{02} - \varphi_{01}$$

$$X = X_1 + X_2$$

$$X = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

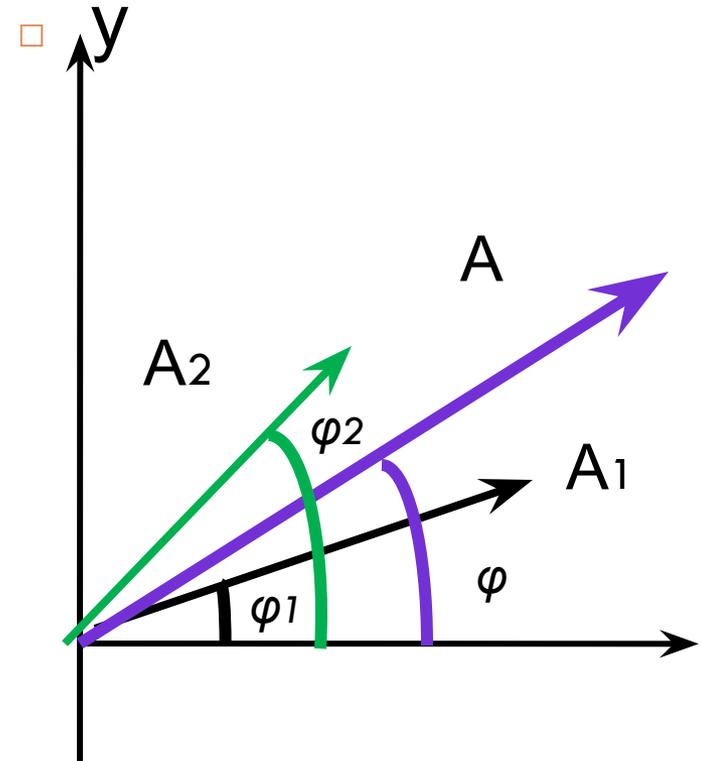
$$c^2 = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \varphi}$$



Сложение гармонических колебаний одинаковых частот

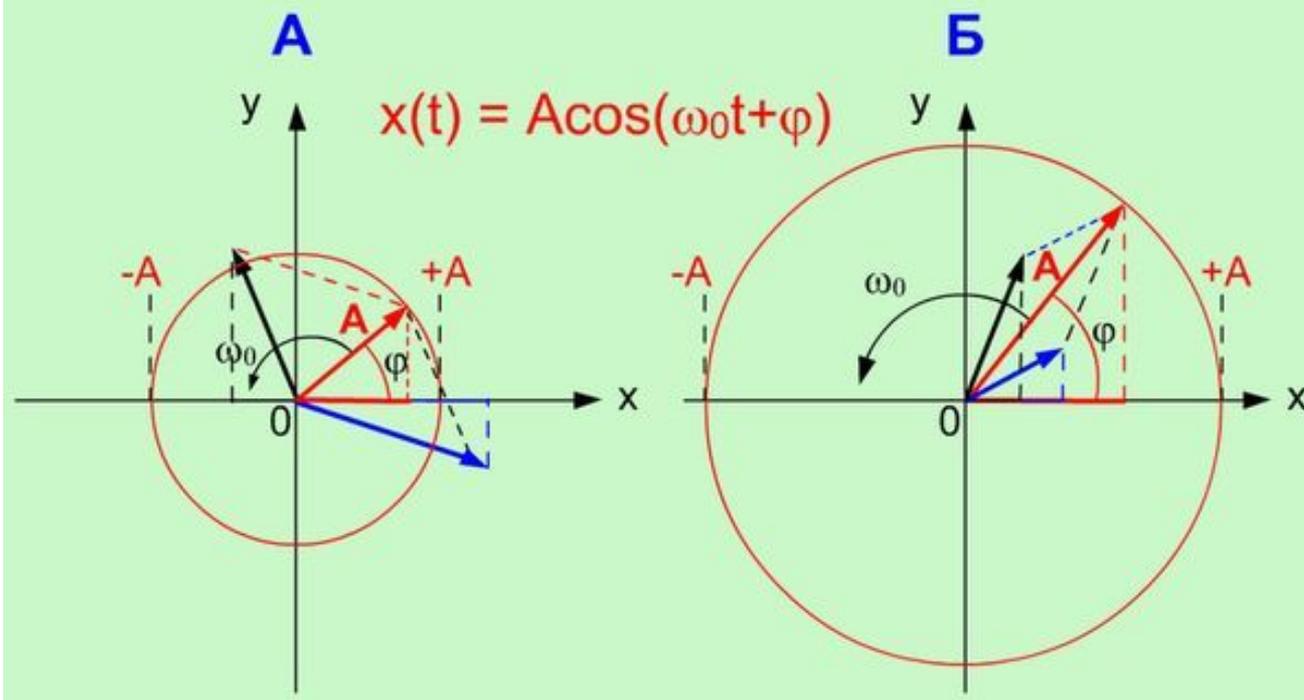
$$\begin{aligned} A^2 &= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos[\pi - (\varphi_2 - \varphi_1)] = \\ &= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$



Сложение двух колебаний

$$x = x_1 + x_2 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_2)$$



Задание 2

- Сложить колебания:
- $q = q_0 \sin \omega t$
- $q = -0.5 q_0 \cos \omega t$
- $q = -0.25 q_0 \sin \omega t$
- $q = 0.125 q_0 \cos \omega t$
- Определить амплитуду и начальную фазу результирующего колебания

Применение

- Векторная диаграмма широко применяются в электротехнике, акустике и оптике.

Домашнее задание

- Ф-11 ,§1.4, стр.17, стр 22 № 3-4
- решить методом векторных диаграмм