

# Некоторые идеи теоретической физики

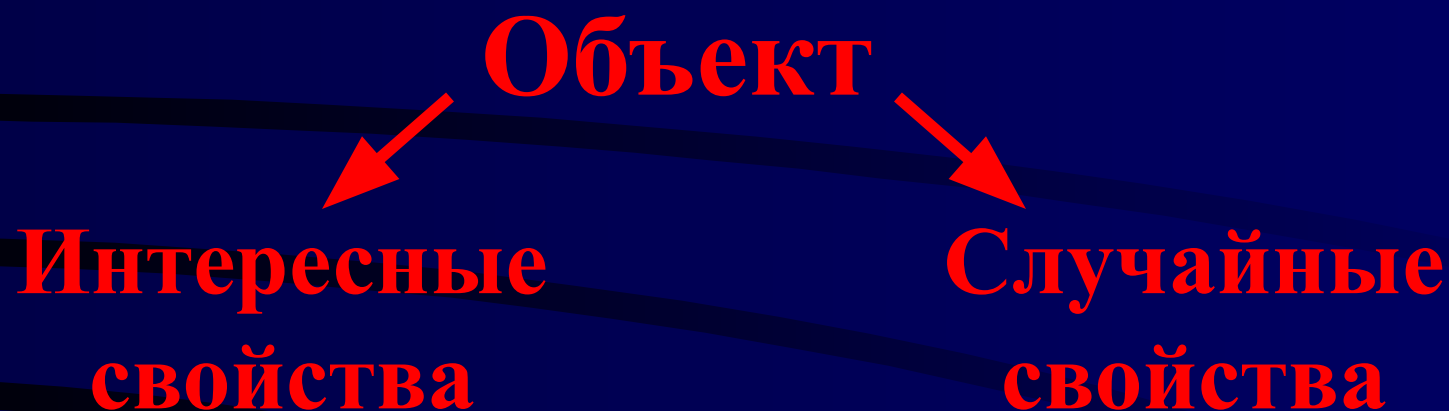
По мотивам семинаров А. С. Лосева (ИТЭФ)

# Теоретическая физика

**Задача теоретической физики:**  
понять фундаментальные законы  
устройства мира.

**Цель доклада:**  
немного рассказать о методах и идеях,  
использующихся в различных областях  
теоретической физики.

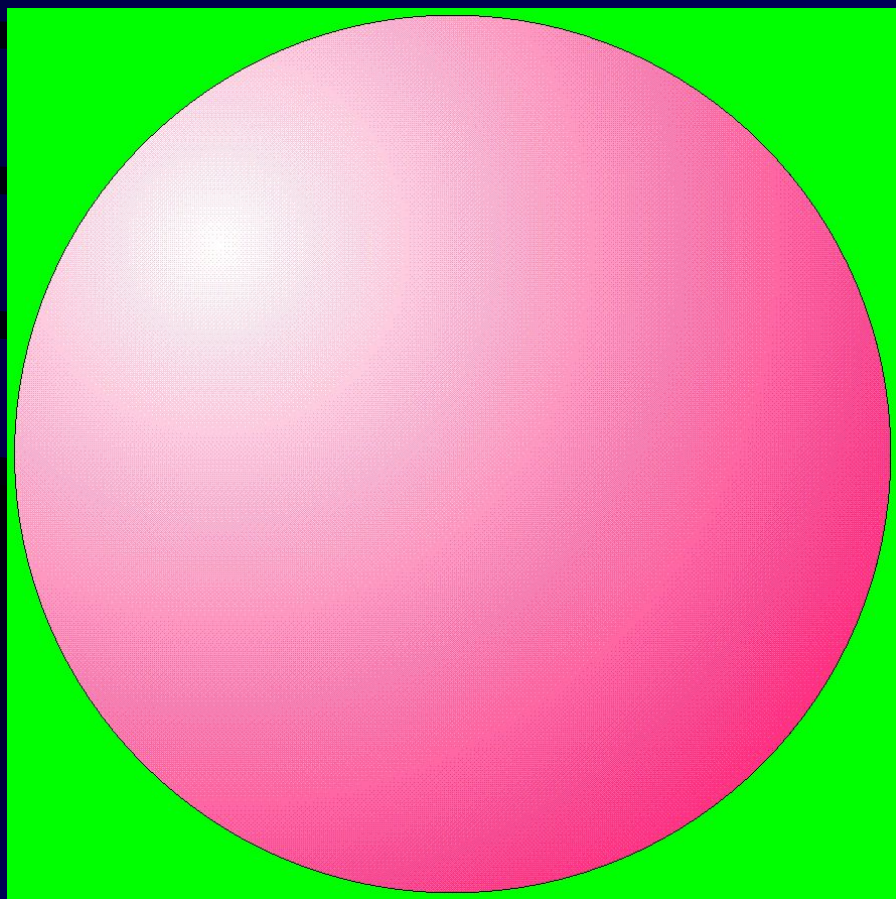
# Ключевое понятие: «обобщение»



Изучать можно не сам объект, а только общие свойства ряда объектов. Главное – выбрать правильный ряд.

# Пример: сфера

Как стать лучшим в мире специалистом по сферам?



# Специалист-экспериментатор

- Изготовление идеально сферических тел из разных материалов
- Изучение сил сопротивления при движении сферы в вязких жидкостях
- Изучение воздействия на сферу фемтосекундных лазерных импульсов

# Специалист-теоретик

Как обобщать сферу?

$S^2 \square S^3, S^4, \dots$

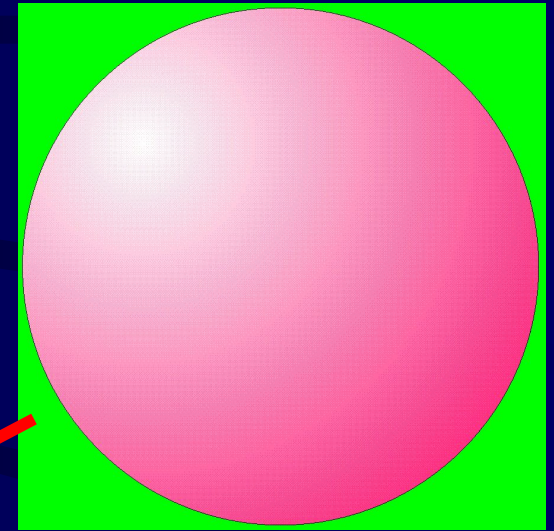
изучаем уравнение  $\sum x_i^2 = 1$



$S^3$  – плоская!

$S^2 \square$  все кривые  
пространства  
изучаем кривизну

В двумерии  $\int R$  – топо-  
логический инвариант



$S^2 \square$  «сферы с ручками»  
изучаем топологию

# Вывод

Чтобы понять, как устроен наш мир, нужно изучать другие миры, похожие на наш.

А теперь перейдем к физике...

# План маршрута

Векторное  
произведение

Электромагнетизм

Струны

Суперструны,  
перспективы и т. д.





# Векторное произведение

Что это такое на самом деле?

Магнитное поле:  $\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}]$

Вращение:  $\vec{v} = [\vec{\omega}, \vec{r}]$

Сколько параметров в d-мерии?

d = 0 1 2 3 4 5

n = 0 0 1 3 6 10

$$\rightarrow n = \frac{d(d-1)}{2}$$

← Случайность!

# Удивление

Магнитное поле – не вектор!

Правильный взгляд:

$$F = \begin{pmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & -B_z & B_y \\ -E_y & B_z & 0 & -B_x \\ -E_z & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}$$

Вопрос: что такое правильные уравнения Максвелла?

# Уравнения Максвелла - 1

$$\operatorname{div} E = 4\pi\rho$$

$$\operatorname{div} B = 0$$

$$\operatorname{rot} E = -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\operatorname{rot} B = \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} j$$

Проблема спрятана здесь:  $\operatorname{rot} v = [\overset{\boxtimes}{\nabla}, \overset{\boxtimes}{v}]$



Нужно понять, что такое  $\operatorname{div}$ ,  $\operatorname{rot}$ ,  $\operatorname{grad}$ ...

# Div, rot, grad – 1

Свойства:

- $\operatorname{div} \operatorname{rot} = 0$

- $\operatorname{rot} \operatorname{grad} = 0$

- Разные формулы вроде  $\int_V \operatorname{div} v dV = \int_S v ds$

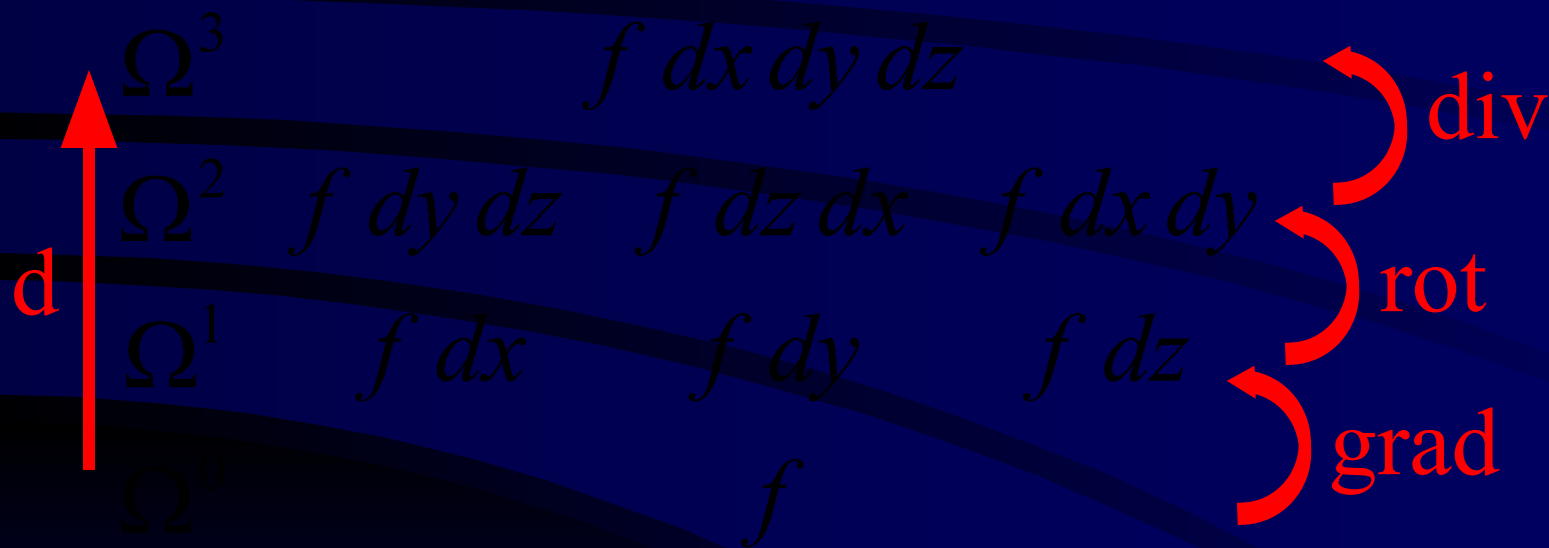
Какие из этих свойств – случайные?

Какие, наоборот, имеют глубокую природу?

# Div, rot, grad – 2

«Правильный» взгляд:

$$(dx dy = -dy dx)$$



$$d f = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz$$

# Свойства оператора $d$

$d$  – «оператор де Рама»

- «Теорема семи авторов» : 
$$\int_W d f = \int_{\partial W} f$$

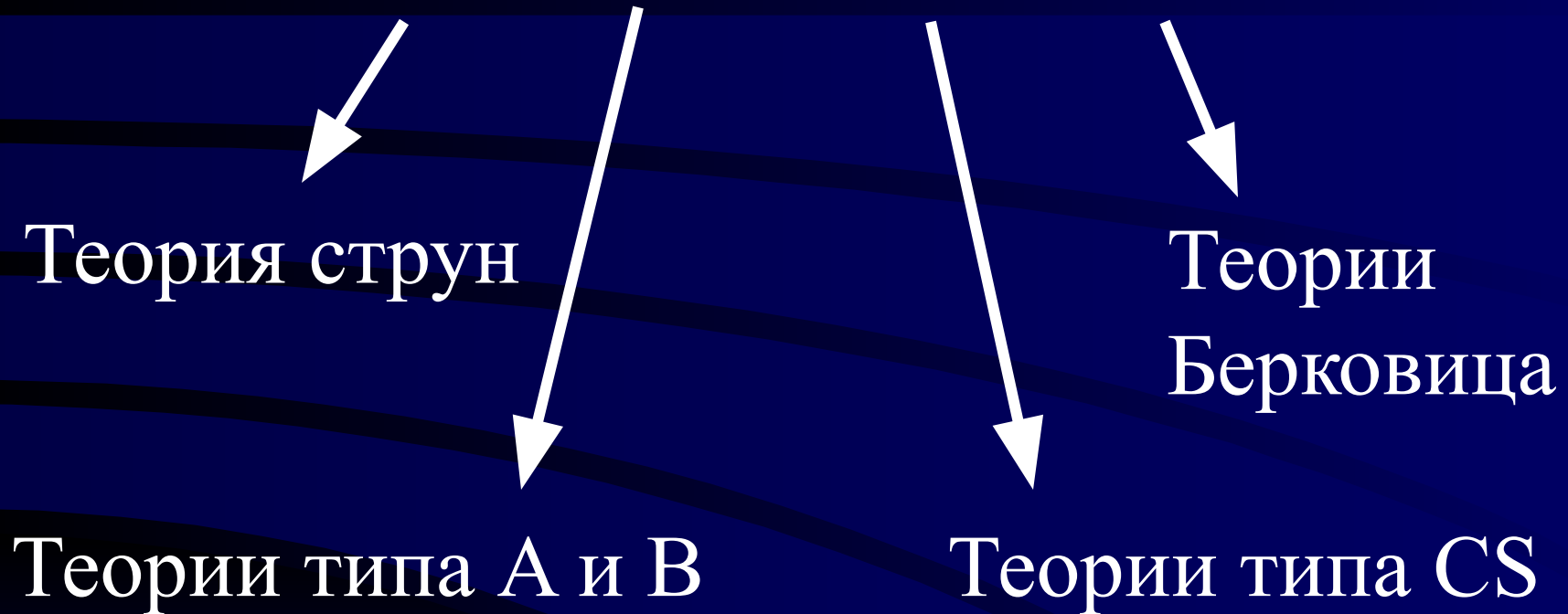
(Ньютона, Лейбница, Гаусса, Остроградского, Грина, Стокса, Пуанкаре)

- $d^2 = 0$



«Гомологическая алгебра»

# Гомологические теории



$d^2 = 0$  – одно из самых интересных уравнений!

# Оператор «\*»

У нас возникал оператор из  $\Omega^k$  в  $\Omega^{n-k}$ .  
Это – «звездочка Ходжа».

$$\Omega^k \xrightarrow{d} \Omega^{k+1}$$

$$\Omega^k \xrightarrow{*} \Omega^{n-k}$$

$$\Omega^k \xrightarrow{* d *} \Omega^{k-1}$$

Введем еще

оператор:  $d^* = * d *$

(это действительно  
оператор, сопряженный к  $d$ )



# Уравнения Максвелла – 2

$F_{\mu\nu}$  -- матрица электромагнитного поля

$$F = F_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

Уравнения Максвелла:

↓ легко обобщается

Теория  $k$ -тензорного поля в  $d$ -мерии

$$\begin{aligned} dF &= 0 \\ d^*F &= \frac{4\pi}{c} j \end{aligned}$$

# Дуальность

В пустом пространстве уравнения М.: 
$$\begin{cases} d F = 0 \\ d * F = 0 \end{cases}$$

Замена  $F \xrightarrow{*} *F$  переводит уравнения в себя!

В (3+1)-мерии это есть  $E \rightarrow B, B \rightarrow -E$ .



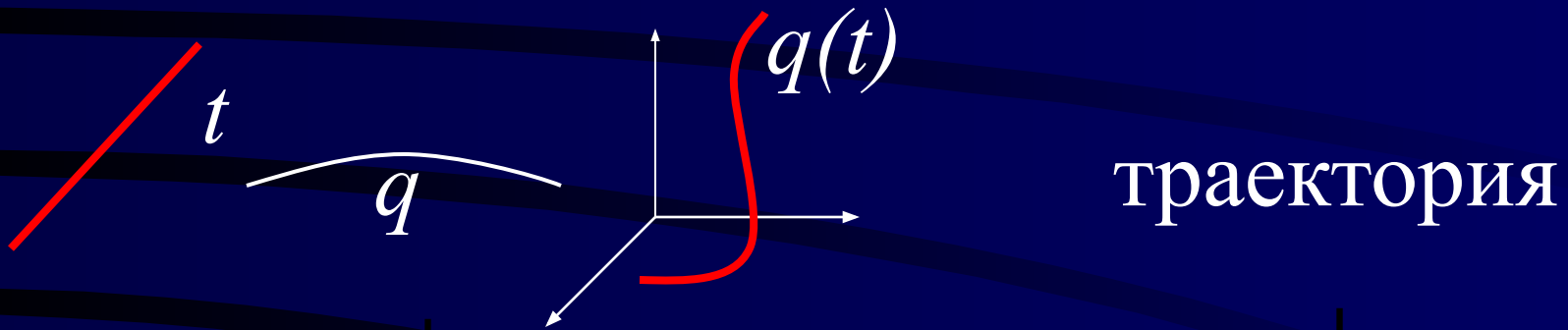
Вопрос: бывают ли магнитные заряды?

Если бывают, то можно объяснить  
дискретность электрического заряда!

Дуальности в разных теориях – актуальная тема.

# Струны – 1. WS и TS.

Обобщим понятие траектории.

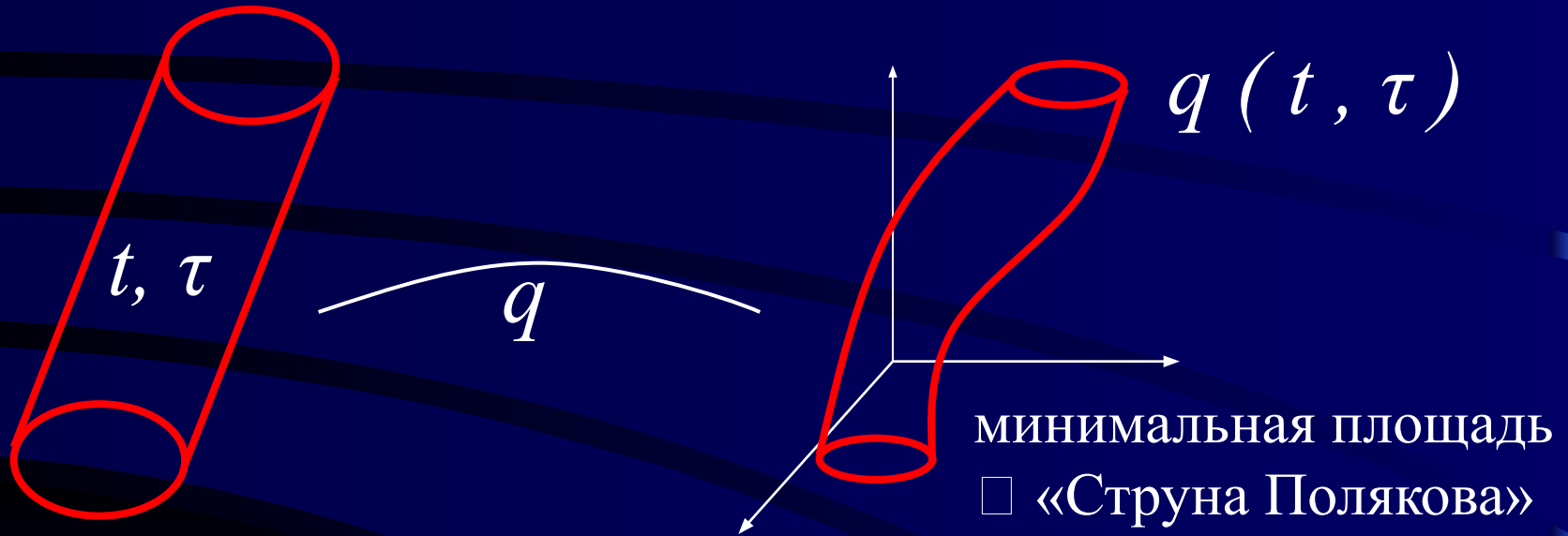


WS  $\longrightarrow$  TS  
WS = "World sheet"  
TS = "Target space"

отображение из  
одного пространства  
в другое

## Струны – 2. Обобщаем WS.

Пусть время двумерно:  $WS = \square^2$  или  $\square \times S^1$



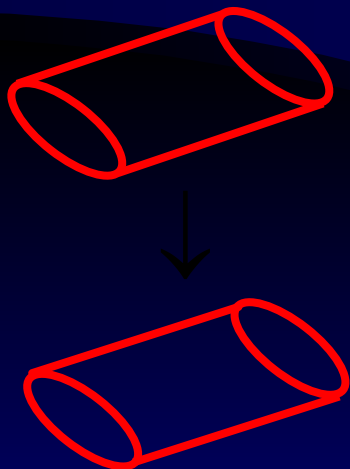
3-тензорные поля взаимодействуют со струнами.

$$\left( A_{\mu} X^{\mu} \rightarrow A_{\mu\nu} \frac{dx^{\mu}}{dt} \frac{dx^{\nu}}{d\tau} \right)$$

# Какие бывают TS?

Простейший вариант – «система со связями»  
(например, обычный маятник – это  $TS = S^1$ )

Более интересный случай: «эффективные теории». Простая теория на сложном пространстве выглядит, как много сложных на простом. Пример: «Калуца-Клейн».



гравитация на  $M \times S^1$

гравитация + электромагнетизм на  $M$

# Супер-... ?

Это были просто струны («бозонные»).

А что такое «суперструны»?..

Наука о суперструнах – сложная. Мы обсудим лишь ее часть – приставку «супер».

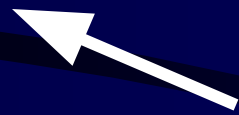
Оказывается, есть целая «супернаука»: про суперпространства, супергруппы и т. д.

# Суперпространство – 1

Еще одно обобщение пространства:

Добавим антикоммутирующие переменные  $\theta^\mu$ .

$\theta^\mu \theta^\nu = -\theta^\nu \theta^\mu$  – глупо? Нет (вспомним  $dx^i$ )!



«Алгебраическая геометрия»

«Нечетные» координаты “ $\theta$ ”  фермионы

«Четные» координаты “ $x$ ”  бозоны

# Суперпространство – 2

Дифференцирование:  $d = \frac{\partial}{\partial x^\mu} \theta^\mu$

Интегрирование:  $\int \theta^\mu d\theta^\mu = 1 \quad \int d\theta^\mu = 0$

«Нечетное преобразование Фурье»:

$$F(x, \tilde{\theta}) = \int \dots \int \exp\left(\sum_{\mu} \theta^\mu \tilde{\theta}^\mu\right) f(x, \theta) d\theta$$

**Это – звездочка Ходжа!**



# Континуальный интеграл: $\int \square x$

Еще одно обобщение интеграла – интеграл по всем траекториям из  $x$  в  $y$ .

Достоинств – полно.

(наглядность вычислений, компактная запись, аналогии со статистической физикой и т. д.)

Недостаток – один. Математически, такого интеграла не существует.

Два примера возможных путей развития.

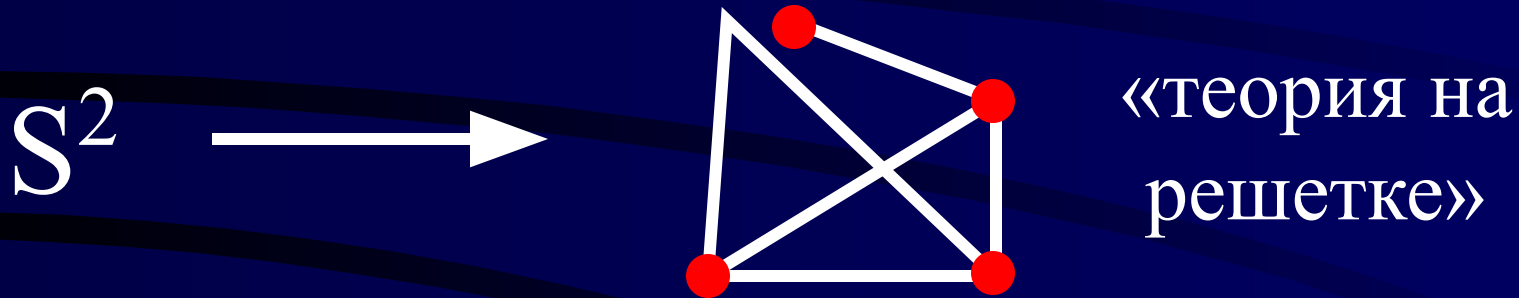
## «Перспективы» – 1: BV

BV-формализм – возможно, позволит построить «хорошую» теорию гравитации. Главный герой – оператор  $\Delta_{BV}$ .

Нечетное Фурье-преобразование (\*) переводит  $\Delta_{BV}$  в знакомый нам оператор де Рама  $d$ !

## «Перспективы» – 2: решетки

Мы говорили о том, как можно обобщать пространство. Есть совсем радикальный путь:



Через  $\int \square x$  легко построить квантовую теорию. В этом случае расходимости – главная проблема квантовых теорий – принципиально не могут возникнуть!

# Некоторые идеи теоретической физики

Спасибо за внимание!