# Некоторые идеи теоретической физики

По мотивам семинаров А. С. Лосева (ИТЭФ)

# Теоретическая физика

**Задача теоретической физики:**
понять фундаментальные законы устройства мира.

**Цель доклада:**
немного рассказать о методах и идеях, использующихся в различных областях теоретической физики.

# Ключевое понятие: «обобщение»

**Объект**

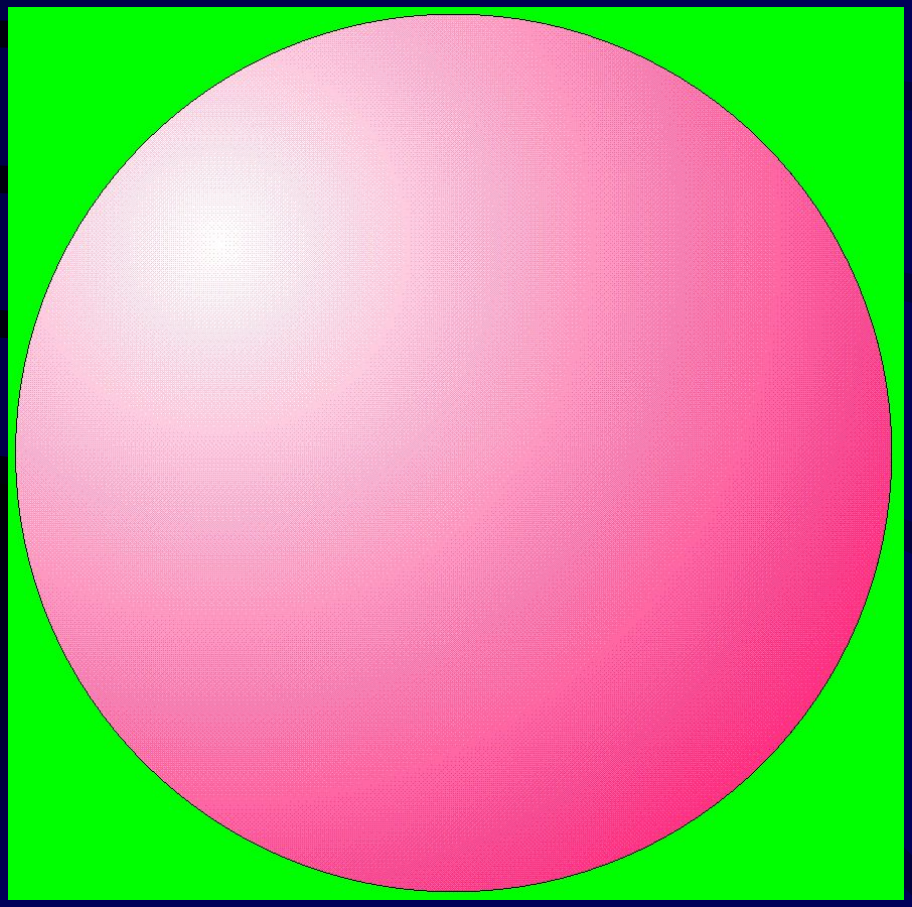
**Интересные свойства**

**Случайные свойства**

Изучать можно не сам объект, а только общие свойства ряда объектов. Главное – выбрать правильный ряд.

# Пример: сфера

Как стать лучшим в мире специалистом по сферам?



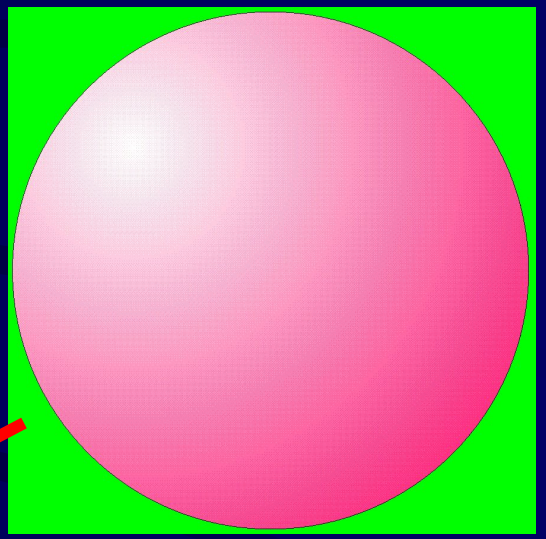
?

# Специалист-экспериментатор

- Изготовление идеально сферических тел из разных материалов
- Изучение сил сопротивления при движении сферы в вязких жидкостях
- Изучение воздействия на сферу фемтосекундных лазерных импульсов

# Специалист-теоретик

Как обобщать сферу?



$S^2$ □ $S^3$, $S^4$, …

изучаем уравнение $\Sigma x_i^2 = 1$

$S^3$ – плоская!

$S^2$ □ все кривые пространства

изучаем кривизну

В двумерии $\int R$ – топологический инвариант

$S^2$ □ «сферы с ручками»

изучаем топологию

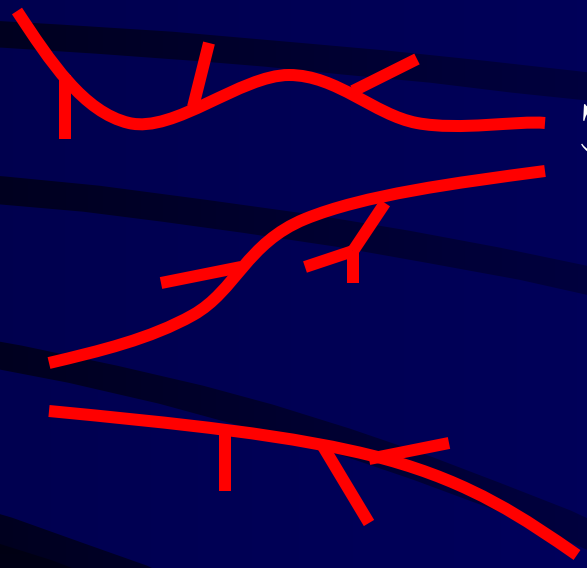
# Вывод

Чтобы понять, как устроен наш мир, нужно изучать другие миры, похожие на наш.

А теперь перейдем к физике…

# План маршрута

Векторное произведение



Электромагнетизм

Струны

Суперструны, перспективы и т. д.

# Векторное произведение

Что это такое на самом деле?

Магнитное поле: $\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}]$

Вращение: $\vec{v} = [\vec{\omega}, \vec{r}]$

Сколько параметров в d-мерии?

| d = 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| n = 0 | 0 | 1 | 3 | 6 | 10 |

$$n = \frac{d(d-1)}{2}$$

**Случайность!**

# Удивление

Магнитное поле – не вектор!

Правильный взгляд:

$$F = \begin{pmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & -B_z & B_y \\ -E_y & B_z & 0 & -B_x \\ -E_z & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}$$

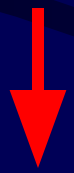
Вопрос: что такое правильные уравнения Максвелла?

# Уравнения Максвелла - 1

$$\operatorname{div} E = 4\pi\rho \qquad \operatorname{div} B = 0$$

$$\operatorname{rot} E = -\frac{1}{c}\frac{\partial B}{\partial t} \qquad \operatorname{rot} B = \frac{1}{c}\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} j$$

Проблема спрятана здесь: $\operatorname{rot} v = [\vec{\nabla}, \vec{v}]$



Нужно понять, что такое div, rot, grad…

# Div, rot, grad – 1

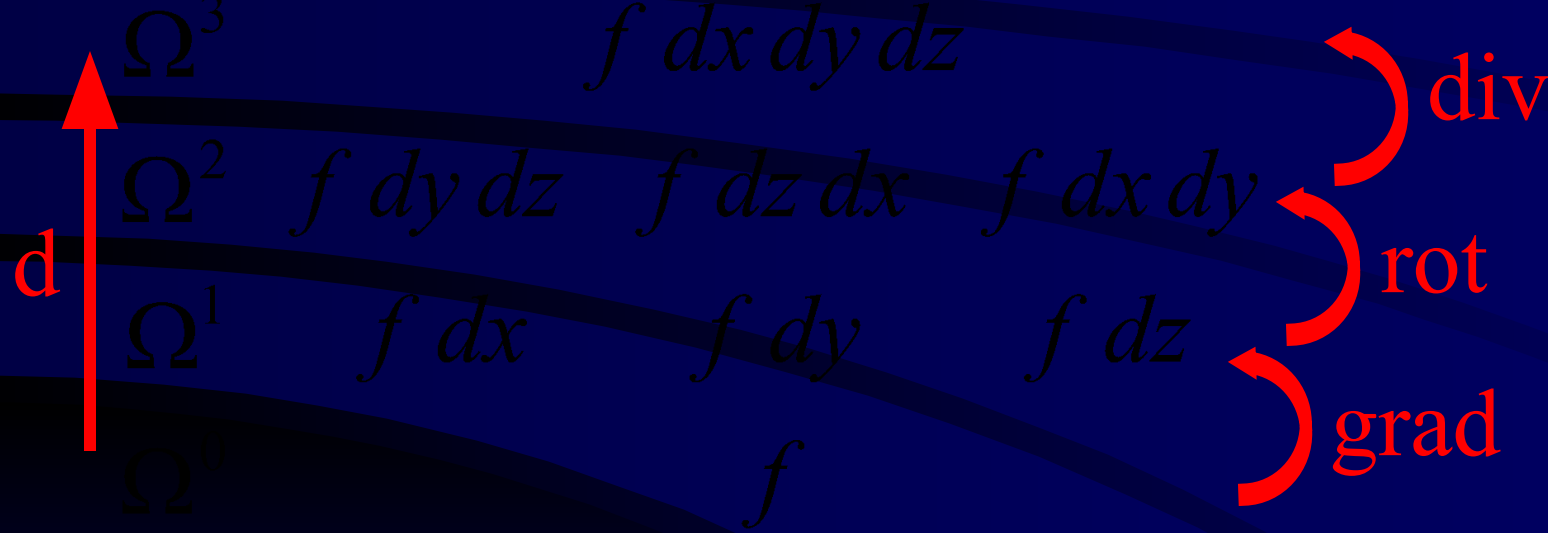
Свойства:

- div rot = 0
- rot grad = 0
- Разные формулы вроде $\int_{V} \operatorname{div} v \, dV = \int_{S} v \, ds$

Какие из этих свойств – случайные?
Какие, наоборот, имеют глубокую природу?

# Div, rot, grad – 2

«Правильный» взгляд: $(dx\,dy = -dy\,dx)$




$$\mathrm{d}\,f = \frac{\partial f}{\partial x}\,dx + \frac{\partial f}{\partial y}\,dy + \frac{\partial f}{\partial z}\,dz$$

# Свойства оператора d

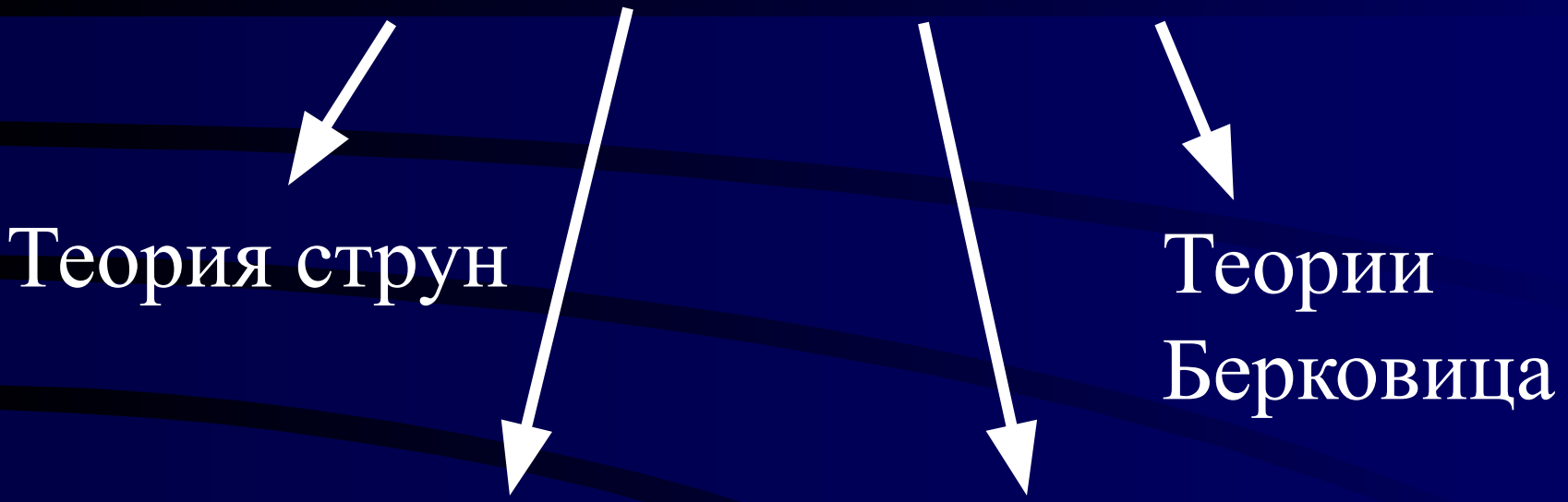
d – «оператор де Рама»

- «Теорема семи авторов» : $\int_{\mathbf{W}} \mathrm{d} f = \int_{\partial \mathbf{W}} f$

  (Ньютона, Лейбница, Гаусса, Остроградского, Грина, Стокса, Пуанкаре)

- $\mathrm{d}^2 = 0$ → «Гомологическая алгебра»

# Гомологические теории




$d^2 = 0$ – одно из самых интересных уравнений!

# Оператор «*»

У нас возникал оператор из $\Omega^k$ в $\Omega^{n-k}$. Это – «звездочка Ходжа».

$$\Omega^k \xrightarrow{d} \Omega^{k+1}$$

$$\Omega^k \xrightarrow{*} \Omega^{n-k}$$

$$\Omega^k \xrightarrow{*\,d\,*} \Omega^{k-1}$$

Введем еще оператор: $d^* = * d *$

(это действительно оператор, сопряженный к d)

# Уравнения Максвелла – 2

$F_{\mu\nu}$ -- матрица электромагнитного поля

$$F = F_{\mu\nu}\, dx^{\mu}\, dx^{\nu}$$

Уравнения Максвелла:

$$d\,F = 0$$

$$d^{*}\,F = \frac{4\pi}{c}\,j$$

легко обобщается

Теория k-тензорного поля в d-мерии

# Дуальность

В пустом пространстве уравнения М.: $\begin{cases} \mathrm{d}\, F = 0 \\ \mathrm{d}\, {}^{*}F = 0 \end{cases}$

Замена $F \xrightarrow{\ *\ } {}^{*}F$ переводит уравнения в себя!

В (3+1)-мерии это есть $E \to B,\ B \to -E.$

$\Downarrow$

Вопрос: бывают ли магнитные заряды?

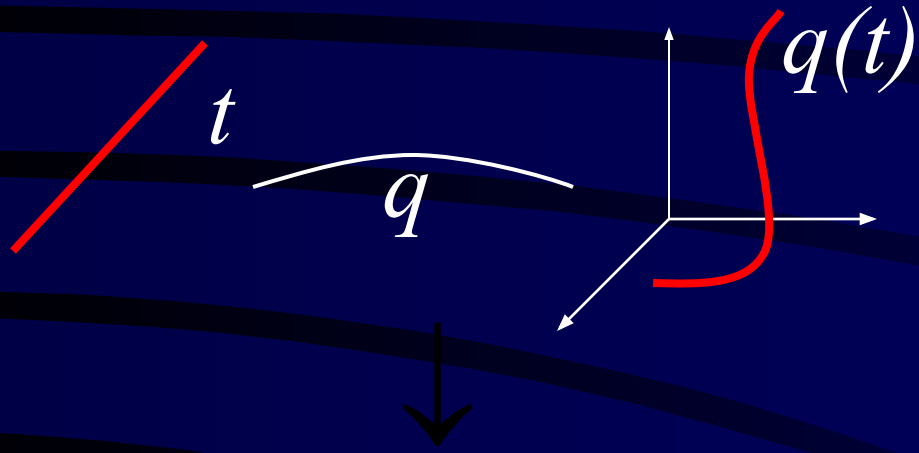
Если бывают, то можно объяснить дискретность электрического заряда!

Дуальности в разных теориях – актуальная тема.

Пример: «Д. в калибровочных теориях как теориях струн, первые результаты», 16 фев. 2006

# Струны – 1. WS и TS.

Обобщим понятие траектории.




траектория

WS → TS

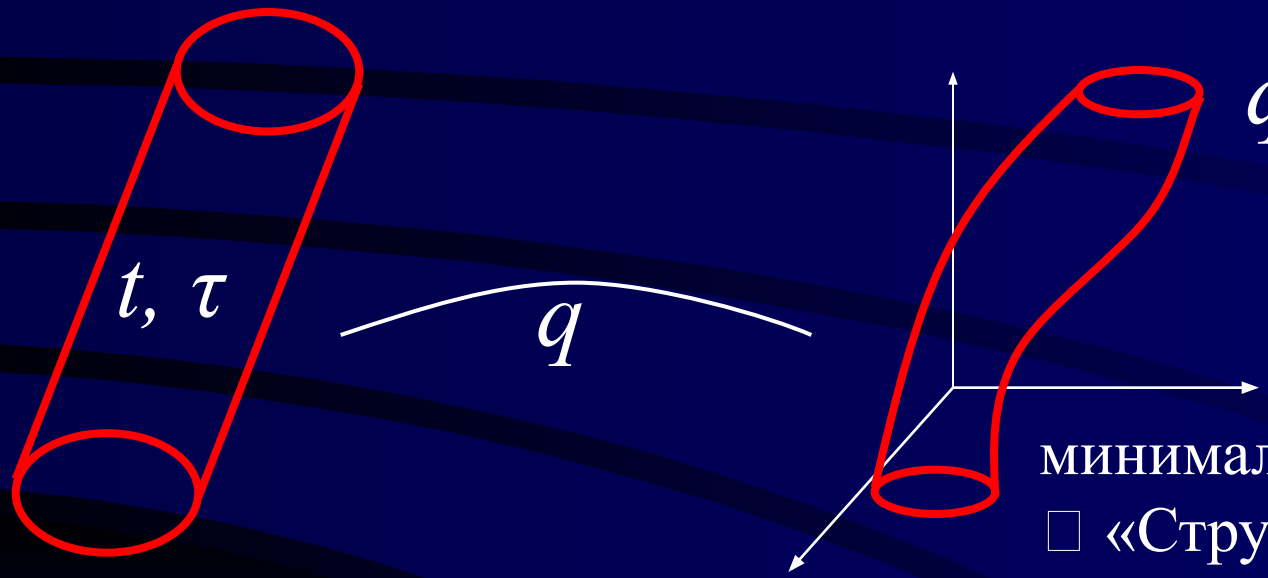
WS = “World sheet”

TS = “Target space”

отображение из одного пространства в другое

# Струны – 2. Обобщаем WS.

Пусть время двумерно: WS = $\square^2$ или $\square \times S^1$




минимальная площадь

$\square$ «Струна Полякова»

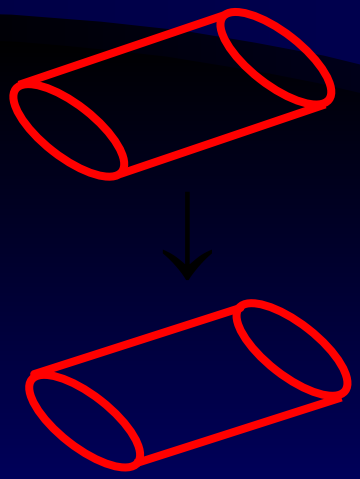
3-тензорные поля взаимодействуют со струнами.

$$\left( A_\mu \square^\mu \to A_{\mu\nu} \frac{dx^\mu}{dt} \frac{dx^\nu}{d\tau} \right)$$

# Какие бывают TS?

Простейший вариант – «система со связями» (например, обычный маятник – это $TS = S^1$)

Более интересный случай: «эффективные теории». Простая теория на сложном пространстве выглядит, как много сложных на простом. Пример: «Калуца-Клейн».



гравитация на $M \times S^1$

↓

гравитация + электромагнетизм на M

# Супер-… ?

Это были просто струны («бозонные»).
А что такое «суперструны»?..

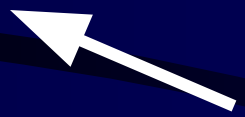
Наука о суперструнах – сложная. Мы обсудим лишь ее часть – приставку «супер».

Оказывается, есть целая «супернаука»: про суперпространства, супергруппы и т. д.

# Суперпространство – 1

Еще одно обобщение пространства:
Добавим антикоммутирующие переменные $\theta^{\mu}$.

$\theta^{\mu}\theta^{\nu} = -\theta^{\nu}\theta^{\mu}$ – глупо? Нет (вспомним $dx^i$)!



«Алгебраическая геометрия»

«Нечетные» координаты “θ” □ фермионы

«Четные» координаты “x” □ бозоны

# Суперпространство – 2

Дифференцирование: $\mathrm{d} = \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \theta^{\mu}$

Интегрирование: $\int \theta^{\mu} d\theta^{\mu} = 1 \quad \int d\theta^{\mu} = 0$

«Нечетное преобразование Фурье»:

$$F(x,\tilde{\theta}) = \int \ldots \int \exp\left( \sum_{\mu} \theta^{\mu} \tilde{\theta}^{\mu} \right) f(x,\theta)\, d\theta$$

**Это – звездочка Ходжа!**

# Континуальный интеграл: $\int \square x$

Еще одно обобщение интеграла – интеграл по всем траекториям из x в y.

Достоинств – полно.
(наглядность вычислений, компактная запись, аналогии со статистической физикой и т. д.)

Недостаток – один. Математически, такого интеграла не существует.

Два примера возможных путей развития.

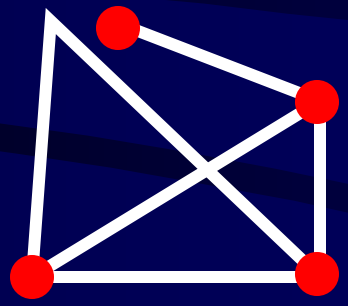
# «Перспективы» – 1: BV

BV-формализм – возможно, позволит построить «хорошую» теорию гравитации. Главный герой – оператор $\Delta_{BV}$.

Нечетное Фурье-преобразование (*) переводит $\Delta_{BV}$ в знакомый нам оператор де Рама d!

# «Перспективы» – 2: решетки

Мы говорили о том, как можно обобщать пространство. Есть совсем радикальный путь:

$S^2$ →  «теория на решетке»

Через $\int \square x$ легко построить квантовую теорию. В этом случае расходимости – главная проблема квантовых теорий – принципиально не могут возникнуть!

# Некоторые идеи теоретической физики

Спасибо за внимание!