

Некоторые идеи теоретической физики

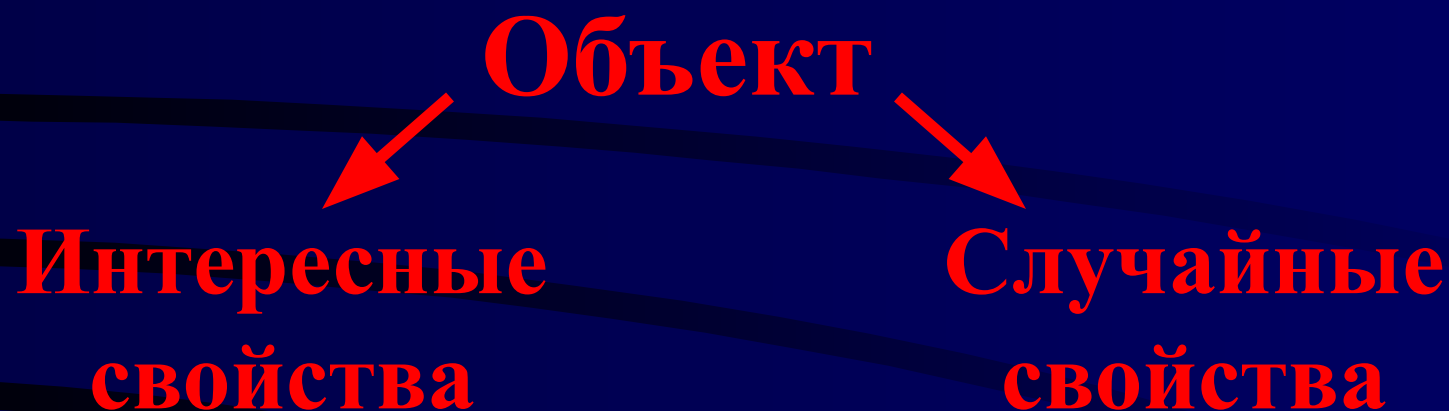
По мотивам семинаров А. С. Лосева (ИТЭФ)

Теоретическая физика

Задача теоретической физики:
понять фундаментальные законы
устройства мира.

Цель доклада:
немного рассказать о методах и идеях,
использующихся в различных областях
теоретической физики.

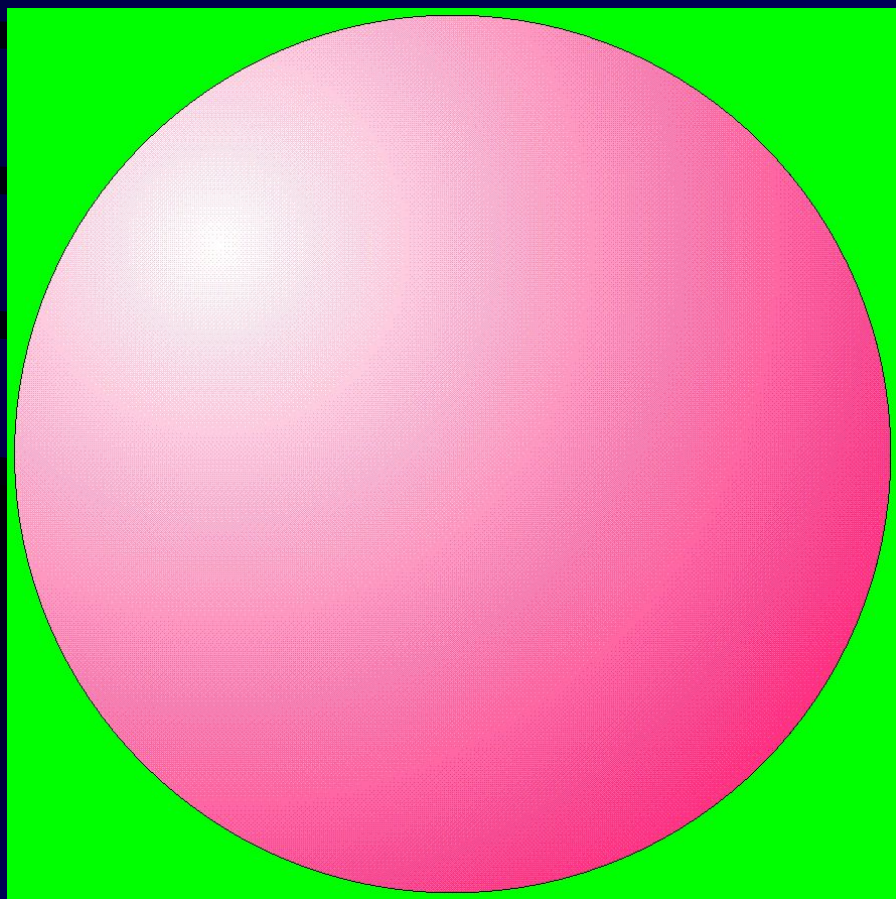
Ключевое понятие: «обобщение»



Изучать можно не сам объект, а только общие свойства ряда объектов. Главное – выбрать правильный ряд.

Пример: сфера

Как стать лучшим в мире специалистом по сферам?



Специалист-экспериментатор

- Изготовление идеально сферических тел из разных материалов
- Изучение сил сопротивления при движении сферы в вязких жидкостях
- Изучение воздействия на сферу фемтосекундных лазерных импульсов

Специалист-теоретик

Как обобщать сферу?

$S^2 \square S^3, S^4, \dots$

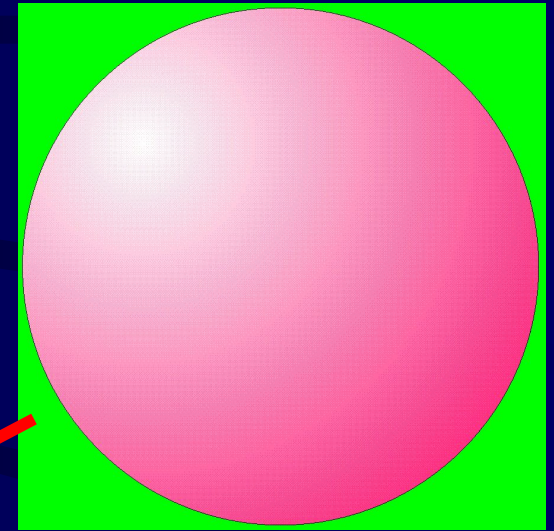
изучаем уравнение $\sum x_i^2 = 1$



S^3 – плоская!

$S^2 \square$ все кривые
пространства
изучаем кривизну

В двумерии $\int R$ – топо-
логический инвариант



$S^2 \square$ «сферы с ручками»
изучаем топологию

Вывод

Чтобы понять, как устроен наш мир, нужно изучать другие миры, похожие на наш.

А теперь перейдем к физике...

План маршрута

Векторное
произведение

Электромагнетизм

Струны

Суперструны,
перспективы и т. д.



Векторное произведение

Что это такое на самом деле?

Магнитное поле: $\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}]$

Вращение: $\vec{v} = [\vec{\omega}, \vec{r}]$

Сколько параметров в d-мерии?

d = 0 1 2 3 4 5

n = 0 0 1 3 6 10

$$\rightarrow n = \frac{d(d-1)}{2}$$

← Случайность!

Удивление

Магнитное поле – не вектор!

Правильный взгляд:

$$F = \begin{pmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & -B_z & B_y \\ -E_y & B_z & 0 & -B_x \\ -E_z & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}$$

Вопрос: что такое правильные уравнения Максвелла?

Уравнения Максвелла - 1

$$\operatorname{div} E = 4\pi\rho$$

$$\operatorname{rot} E = -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\operatorname{div} B = 0$$

$$\operatorname{rot} B = \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} j$$

Проблема спрятана здесь: $\operatorname{rot} v = [\overset{\boxtimes}{\nabla}, \overset{\boxtimes}{v}]$



Нужно понять, что такое div , rot , grad ...

Div, rot, grad – 1

Свойства:

- $\operatorname{div} \operatorname{rot} = 0$

- $\operatorname{rot} \operatorname{grad} = 0$

- Разные формулы вроде $\int_V \operatorname{div} v dV = \int_S v ds$

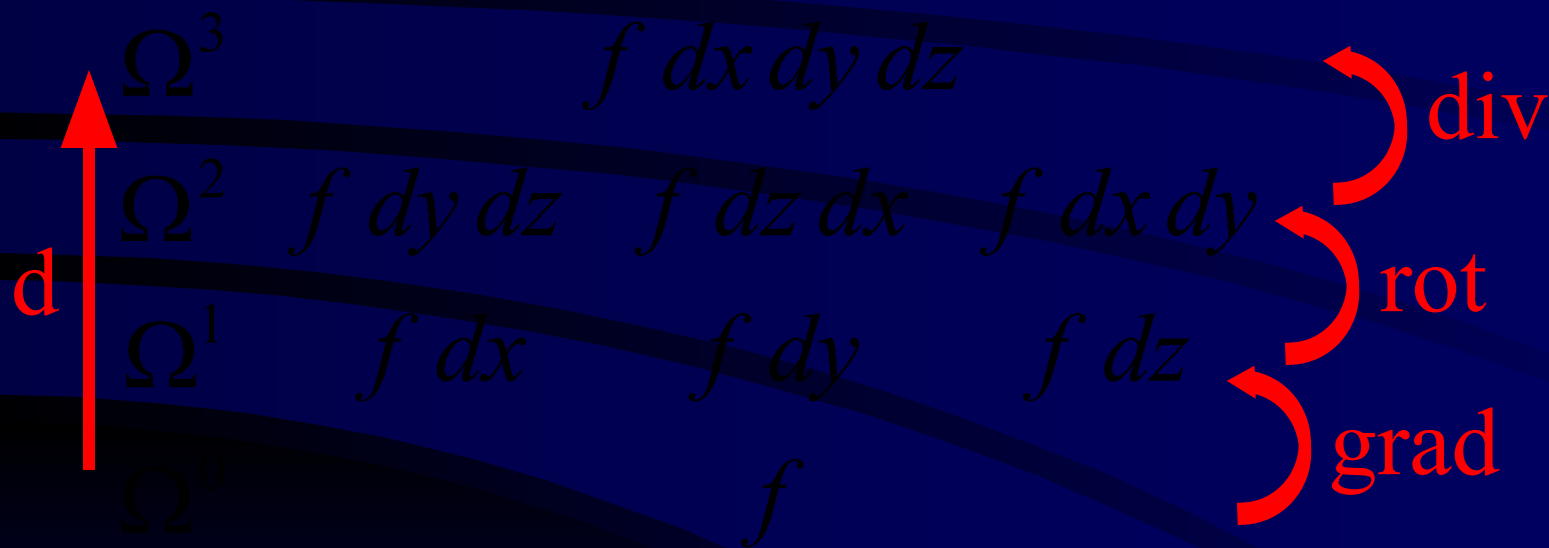
Какие из этих свойств – случайные?

Какие, наоборот, имеют глубокую природу?

Div, rot, grad – 2

«Правильный» взгляд:

$$(dx dy = -dy dx)$$



$$d f = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz$$

Свойства оператора d

d – «оператор де Рама»

- «Теорема семи авторов» :
$$\int_W d f = \int_{\partial W} f$$

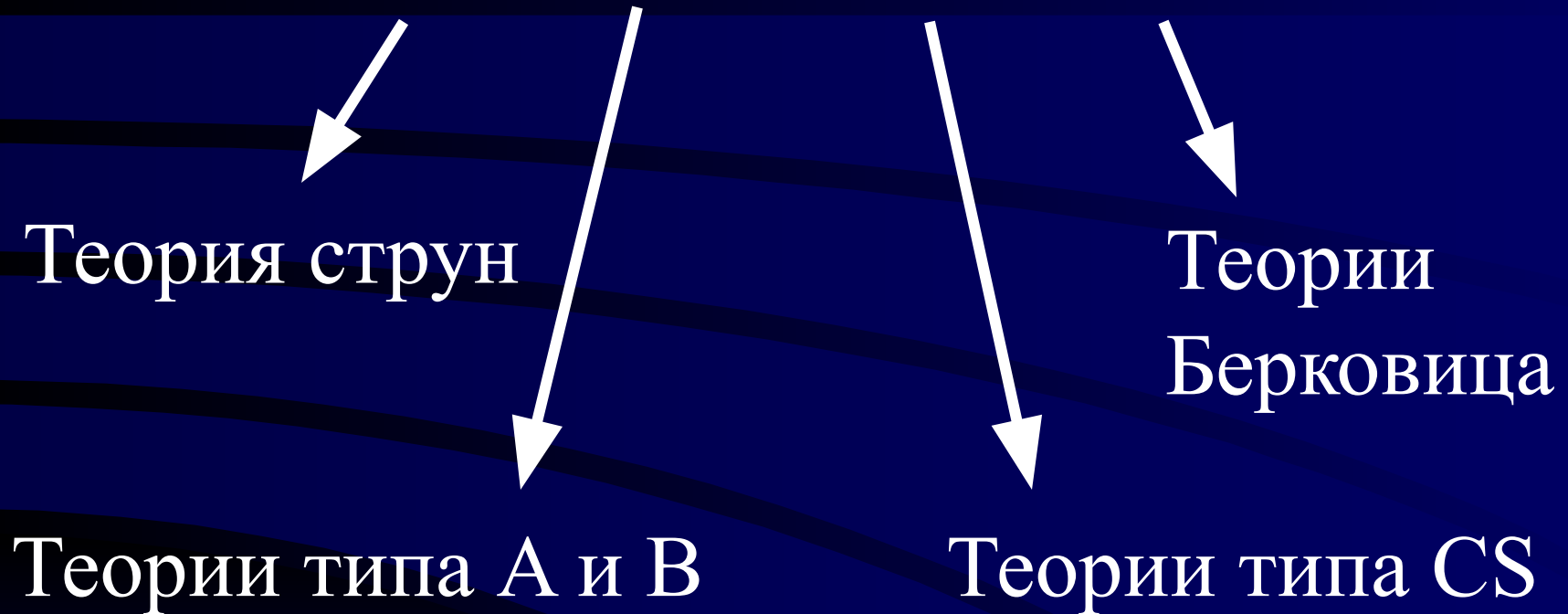
(Ньютона, Лейбница, Гаусса, Остроградского, Грина, Стокса, Пуанкаре)

- $d^2 = 0$



«Гомологическая алгебра»

Гомологические теории



$d^2 = 0$ – одно из самых интересных уравнений!

Оператор «*»

У нас возникал оператор из Ω^k в Ω^{n-k} .
Это – «звездочка Ходжа».

$$\Omega^k \xrightarrow{d} \Omega^{k+1}$$

$$\Omega^k \xrightarrow{*} \Omega^{n-k}$$

$$\Omega^k \xrightarrow{* d *} \Omega^{k-1}$$

Введем еще

оператор: $d^* = * d *$

(это действительно
оператор, сопряженный к d)

Уравнения Максвелла – 2

$F_{\mu\nu}$ -- матрица электромагнитного поля

$$F = F_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

Уравнения Максвелла:

↓ легко обобщается

Теория k -тензорного поля в d -мерии

$$\begin{aligned} dF &= 0 \\ d^*F &= \frac{4\pi}{c} j \end{aligned}$$

Дуальность

В пустом пространстве уравнения М.:
$$\begin{cases} d F = 0 \\ d * F = 0 \end{cases}$$

Замена $F \xrightarrow{*} *F$ переводит уравнения в себя!

В (3+1)-мерии это есть $E \rightarrow B, B \rightarrow -E$.



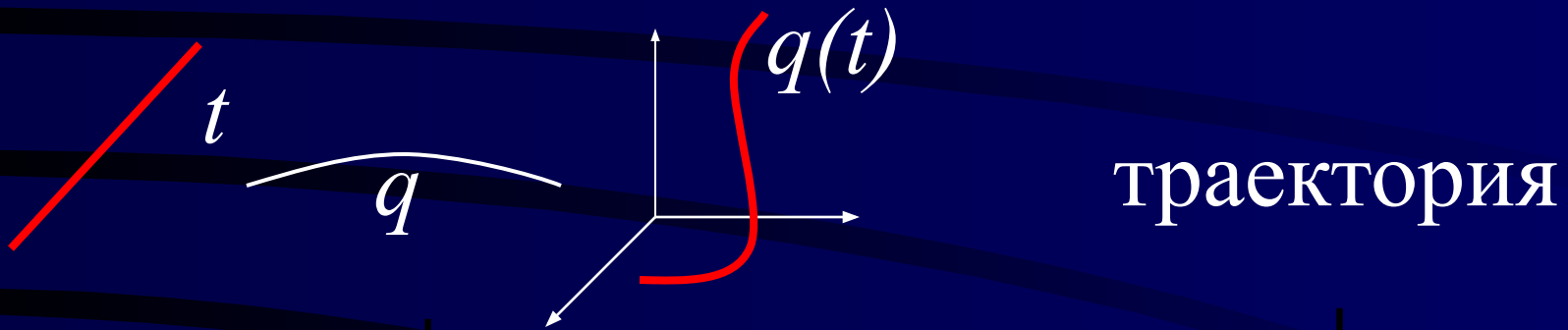
Вопрос: бывают ли магнитные заряды?

Если бывают, то можно объяснить
дискретность электрического заряда!

Дуальности в разных теориях – актуальная тема.

Струны – 1. WS и TS.

Обобщим понятие траектории.

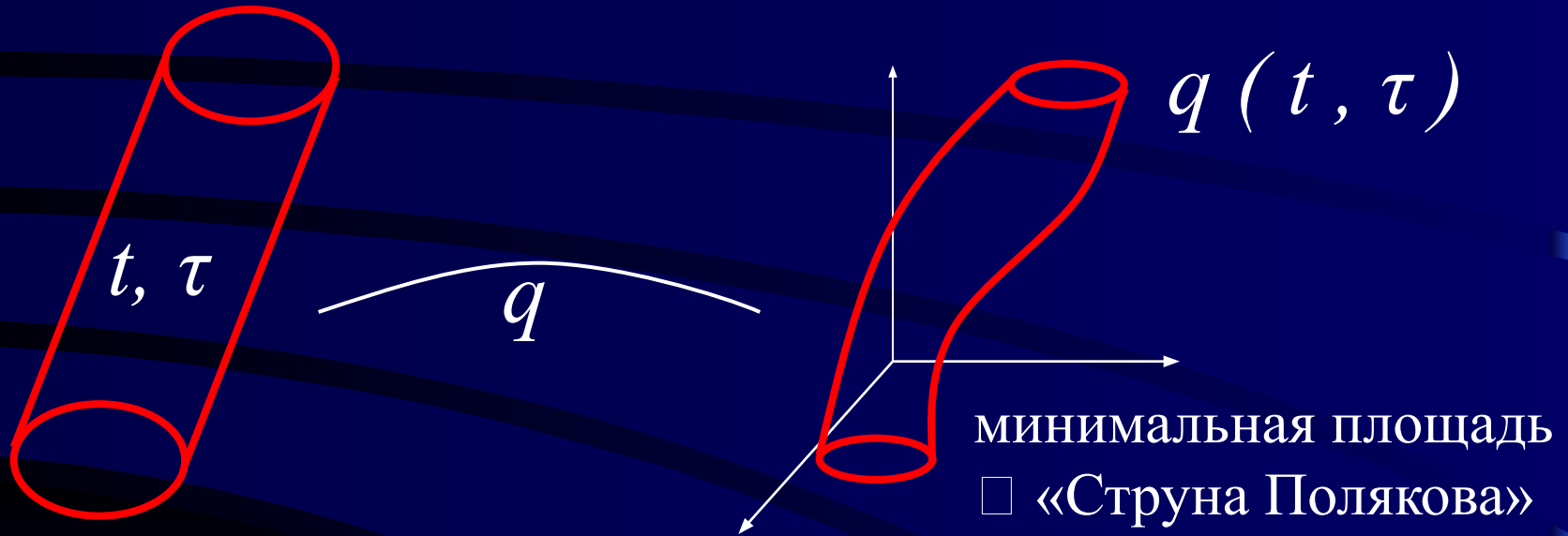


WS \longrightarrow TS
WS = "World sheet"
TS = "Target space"

отображение из
одного пространства
в другое

Струны – 2. Обобщаем WS.

Пусть время двумерно: $WS = \square^2$ или $\square \times S^1$



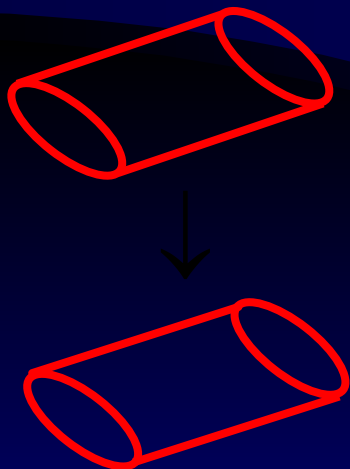
3-тензорные поля взаимодействуют со струнами.

$$\left(A_{\mu} X^{\mu} \rightarrow A_{\mu\nu} \frac{dx^{\mu}}{dt} \frac{dx^{\nu}}{d\tau} \right)$$

Какие бывают TS?

Простейший вариант – «система со связями»
(например, обычный маятник – это $TS = S^1$)

Более интересный случай: «эффективные теории». Простая теория на сложном пространстве выглядит, как много сложных на простом. Пример: «Калуца-Клейн».



гравитация на $M \times S^1$

гравитация + электромагнетизм на M

Супер-... ?

Это были просто струны («бозонные»).

А что такое «суперструны»?..

Наука о суперструнах – сложная. Мы обсудим лишь ее часть – приставку «супер».

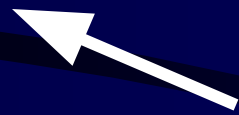
Оказывается, есть целая «супернаука»: про суперпространства, супергруппы и т. д.

Суперпространство – 1

Еще одно обобщение пространства:

Добавим антикоммутирующие переменные θ^μ .

$\theta^\mu \theta^\nu = -\theta^\nu \theta^\mu$ – глупо? Нет (вспомним dx^i)!



«Алгебраическая геометрия»

«Нечетные» координаты “ θ ” фермионы

«Четные» координаты “ x ” бозоны

Суперпространство – 2

Дифференцирование: $d = \frac{\partial}{\partial x^\mu} \theta^\mu$

Интегрирование: $\int \theta^\mu d\theta^\mu = 1 \quad \int d\theta^\mu = 0$

«Нечетное преобразование Фурье»:

$$F(x, \tilde{\theta}) = \int \dots \int \exp\left(\sum_{\mu} \theta^\mu \tilde{\theta}^\mu\right) f(x, \theta) d\theta$$

Это – звездочка Ходжа!

Континуальный интеграл: $\int \square x$

Еще одно обобщение интеграла – интеграл по всем траекториям из x в y .

Достоинств – полно.

(наглядность вычислений, компактная запись, аналогии со статистической физикой и т. д.)

Недостаток – один. Математически, такого интеграла не существует.

Два примера возможных путей развития.

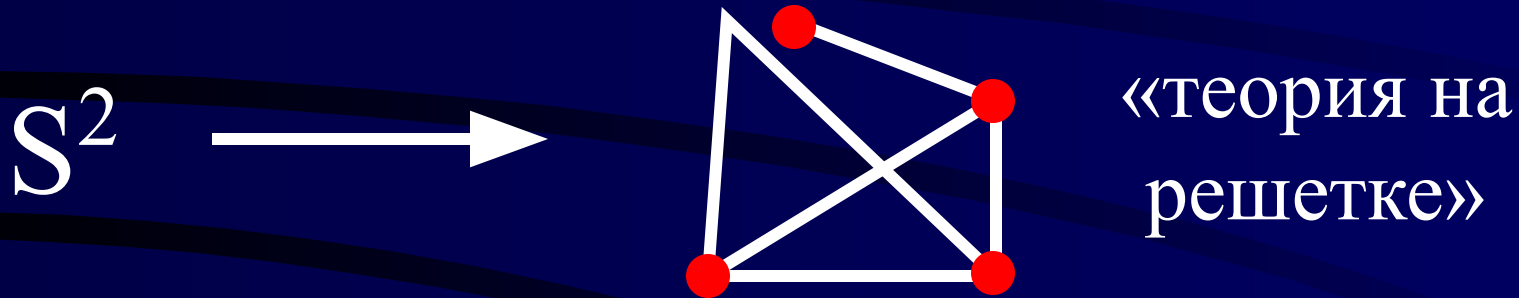
«Перспективы» – 1: BV

BV-формализм – возможно, позволит построить «хорошую» теорию гравитации. Главный герой – оператор Δ_{BV} .

Нечетное Фурье-преобразование (*) переводит Δ_{BV} в знакомый нам оператор де Рама d !

«Перспективы» – 2: решетки

Мы говорили о том, как можно обобщать пространство. Есть совсем радикальный путь:



Через $\int \square x$ легко построить квантовую теорию. В этом случае расходимости – главная проблема квантовых теорий – принципиально не могут возникнуть!

Некоторые идеи теоретической физики

Спасибо за внимание!