

Тема урока:
**«Параллелограмм,
прямоугольник, ромб, квадрат
и их свойства, формулы для
вычисления их площадей».**

Цель: систематизация знаний
по теме “Четырехугольники”.

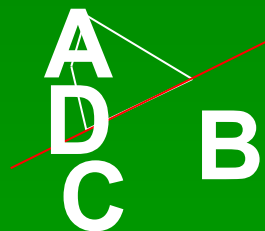
Много ль времени, аль мало
С той поры уж пробежало
За горами, за лесами,
За широкими морями,
Против неба – на земле
Жил старик в одном селе.
Четырехугольником он звался,
Род великий начинался
С старика того. Так вот.
У старинушки два сына
Все в отца, да вот причина:
Был один из них горбат,
А другой “пузоковат”.
Кто такие эти дети
Может знает кто на свете?

Четырёхугольник – это геометрическая фигура, которая состоит из четырёх точек и четырёх последовательно соединяющих их отрезков.

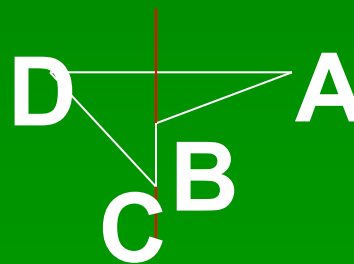


Четырёхугольник

Выпуклый -
все вершины лежат по одну сторону от прямой,
проходящей через две его соседние вершины



Невыпуклый -
вершины лежат по разные стороны от прямой



Сумма углов выпуклого четырёхугольника равна 360

Время катит чередом,
Час за часом, день за днём,-
Прибавляя с каждым годом,
Разрослась семья народом.



Справочник

Четырёхугольники

Параллелограмм

Трапеция

Прямоугольник

Ромб

Квадрат

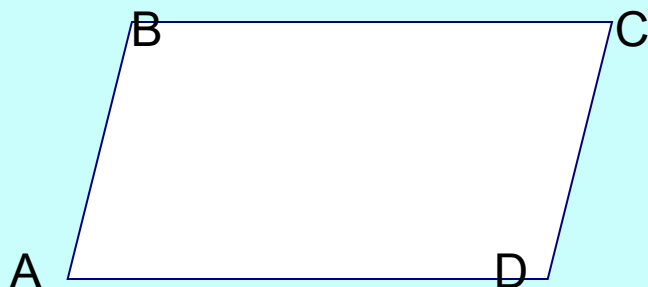
← Выход

Меню

Задачи →



Параллелограмм – четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны



$AB \parallel CD$

$BC \parallel AD$

- Свойства параллелограмма
- [Признаки параллелограмма](#)
- [Площадь параллелограмма](#)
- Частные виды параллелограмма: [прямоугольник](#) Частные виды параллелограмма: прямоугольник и [ромб](#)



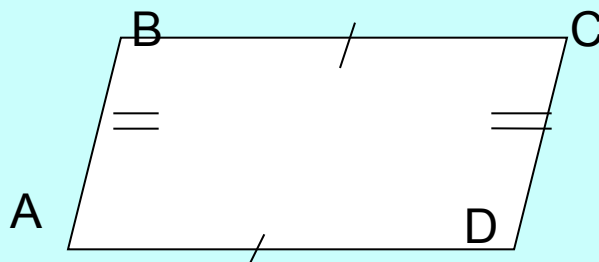
Справочник



Свойства параллелограмма

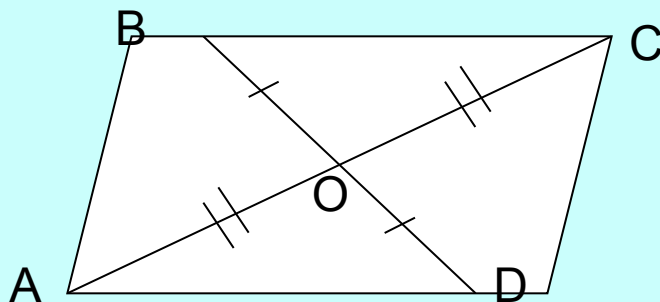


1. В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны.



$$AB = CD$$
$$BC = AD$$

2. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.



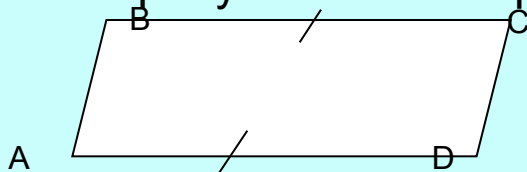
$$AO = OC$$
$$BO = OD$$



Признаки параллелограмма

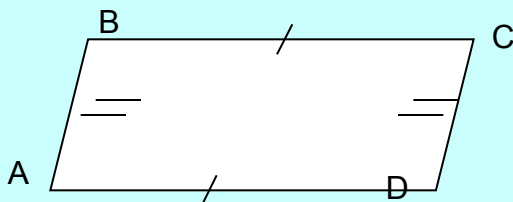


1. Если в четырёхугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырёхугольник – параллелограмм.



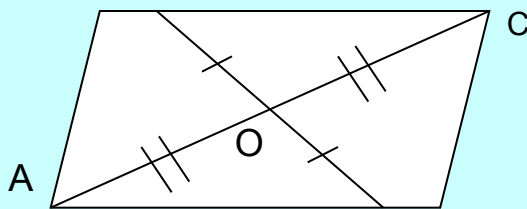
$$\begin{aligned}BC &\parallel AD \\ BC &= AD\end{aligned}$$

2. Если в четырёхугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырёхугольник – параллелограмм.



$$\begin{aligned}BC &= AD \\ AB &= CD\end{aligned}$$

3. Если в четырёхугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырёхугольник – параллелограмм.



$$\begin{aligned}AO &= OC \\ BO &= OD\end{aligned}$$

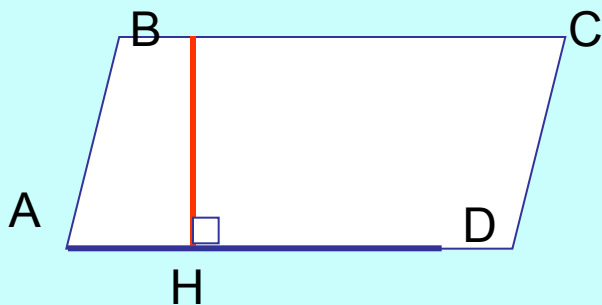
← **Выход**

Назад

Задачи →

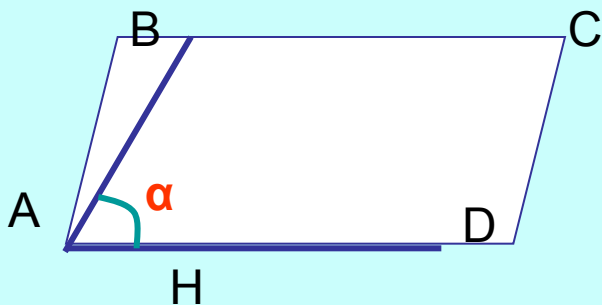


Площадь параллелограмма



BH – высота параллелограмма
AD - основание

$$S = BH \cdot AD$$



$$S = AB \cdot AD \cdot \sin \alpha$$





Справочник

Четырёхугольники

Параллелограмм

Трапеция

Прямоугольник

Ромб

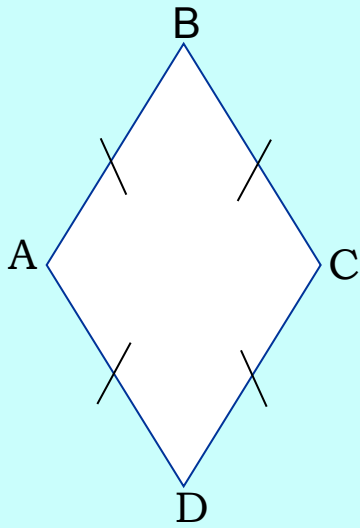
Квадрат

← Выход

Меню

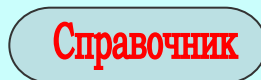
→ Задачи

Ромб – это параллелограмм, у которого все стороны равны



$BC \parallel AD, AB \parallel CD$
 $AB = BC = CD = AD$

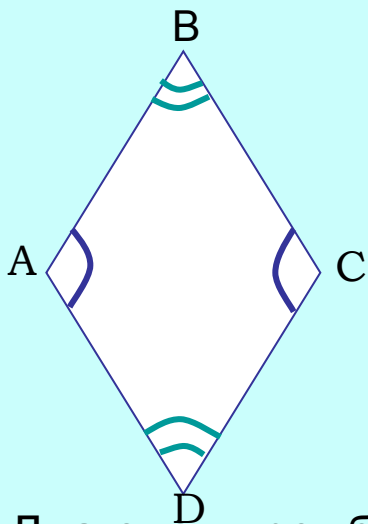
- Свойства ромба
- [Площадь ромба](#)



Свойства ромба

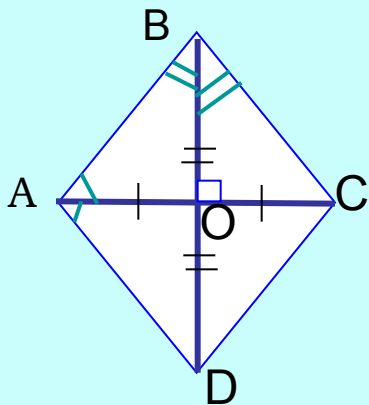


1. В ромбе противоположные углы равны.



$$\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$$

2. Диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам, взаимно перпендикулярны и делят углы ромба пополам



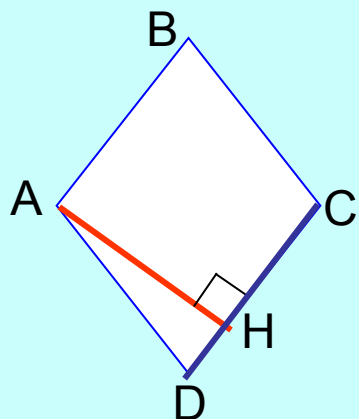
$$AO = OC, BO = OD$$

$$AC \perp BD$$

$$\angle BAO = \angle DAO, \angle ABO = \angle CBO$$

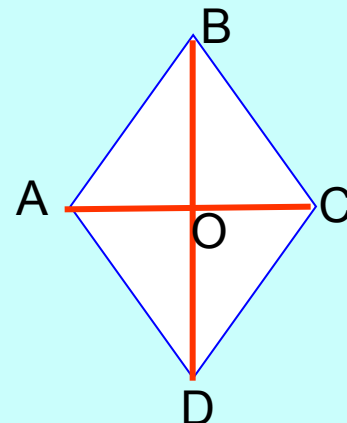


Площадь ромба

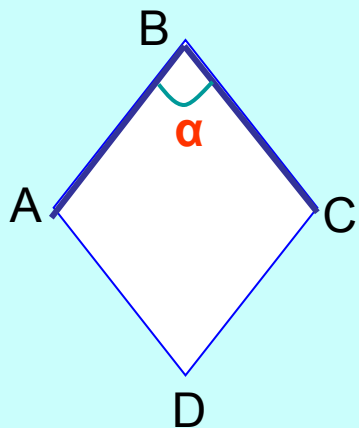


AH – высота ромба
DC - основание

$$S = AH \cdot DC$$



$$S = 1/2 \cdot AC \cdot BD$$



$$S = AB^2 \cdot \sin \alpha$$





Справочник

Четырёхугольники

Параллелограмм

Трапеция

Прямоугольник

Ромб

Квадрат

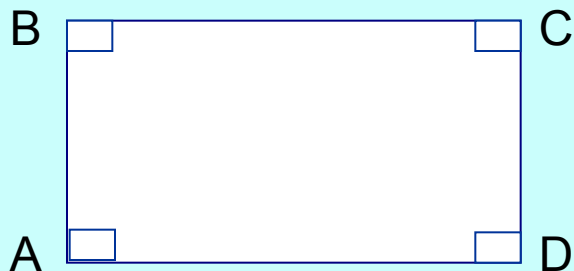
← Выход

Меню

Задачи →



Прямоугольник – это параллелограмм, у которого все углы прямые.



$$AB \parallel CD, BC \parallel AD$$
$$\sphericalangle A = \sphericalangle B = \sphericalangle C = \sphericalangle D = 90^{\circ}$$

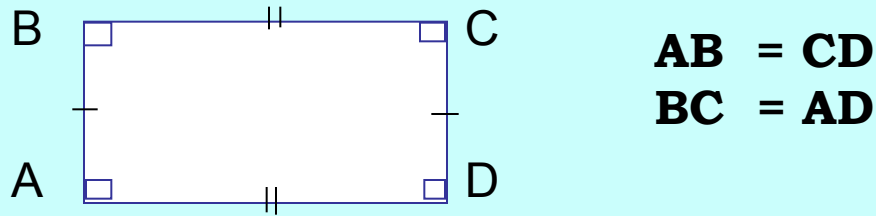
- [Свойства прямоугольника](#)
- [Признак прямоугольника](#)
- [Площадь прямоугольника](#)
- [Частный вид прямоугольника - квадрат](#)



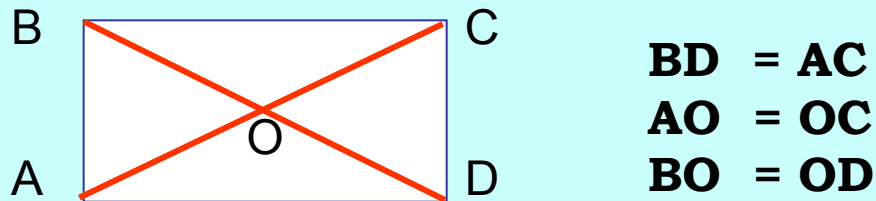
Свойства прямоугольника



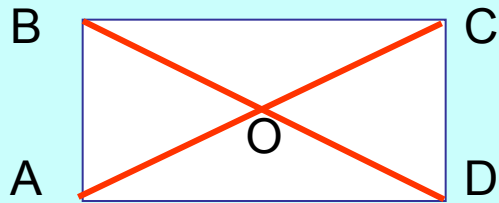
1. В прямоугольнике противоположные стороны равны и противоположные углы равны.



2. Диагонали прямоугольника равны и точкой пересечения делятся пополам.



Признак прямоугольника

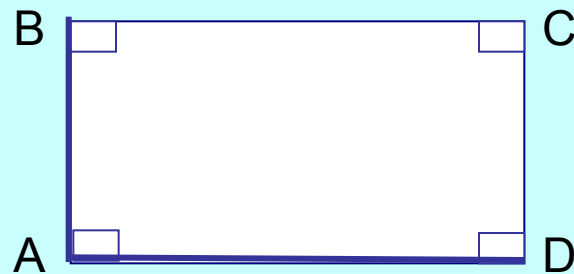


$$BD = AC$$

Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм - прямоугольник



Площадь прямоугольника



$$S = AB \cdot AD$$





Справочник

Четырёхугольники

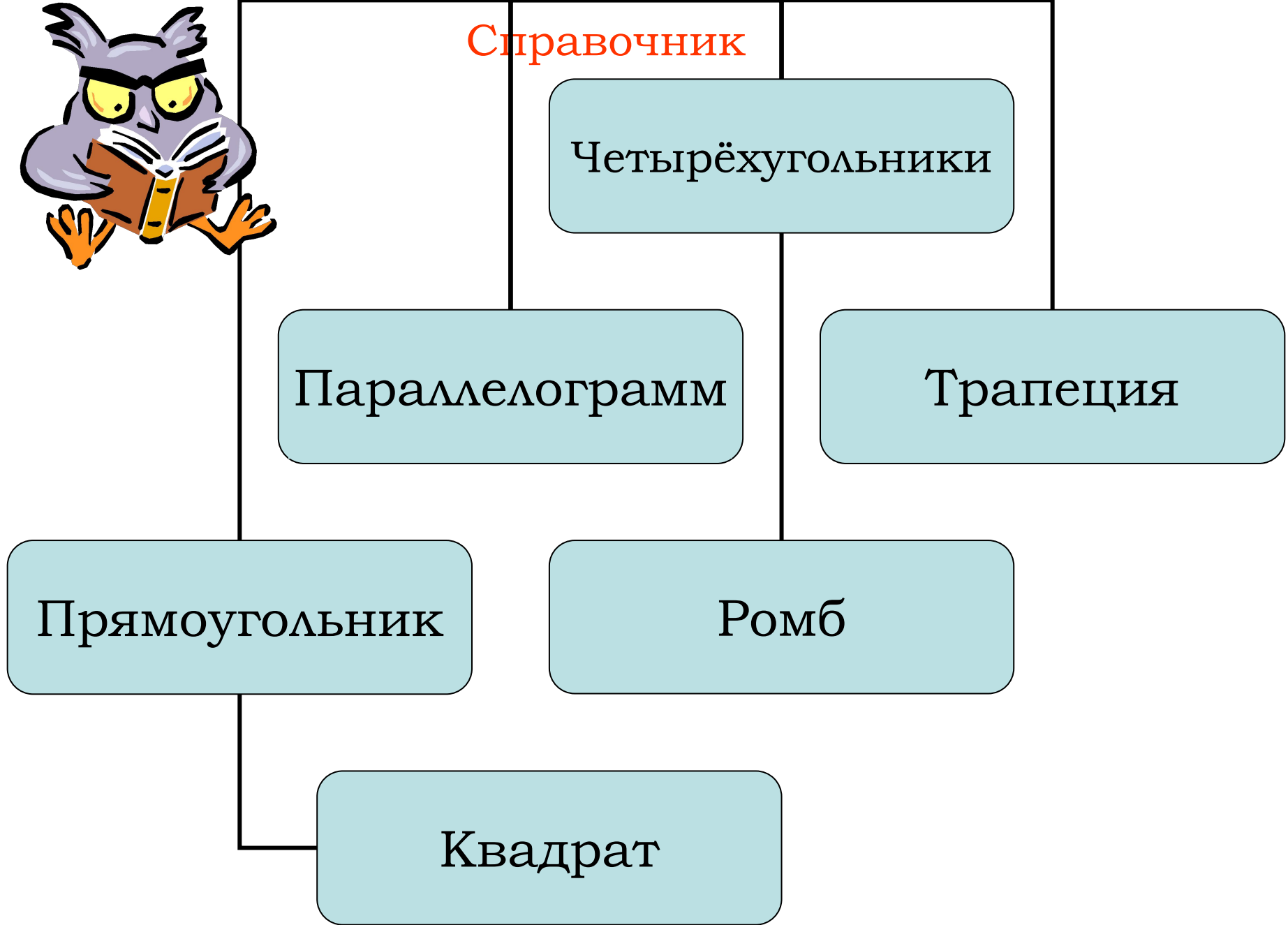
Параллелограмм

Трапеция

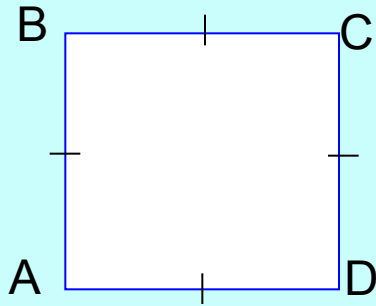
Прямоугольник

Ромб

Квадрат



Квадрат – это прямоугольник, у которого все стороны равны.



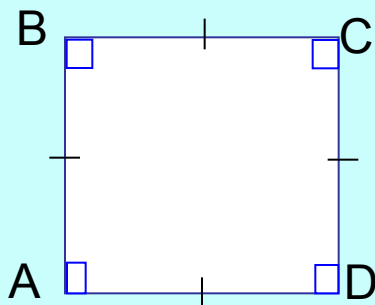
$$AB \parallel CD, BC \parallel AD, \\ AB = CD = BC = AD \\ \sphericalangle A = \sphericalangle B = \sphericalangle C = \sphericalangle D = 90^\circ$$

- Свойства квадрата
- [Площадь квадрата](#)

Свойства квадрата

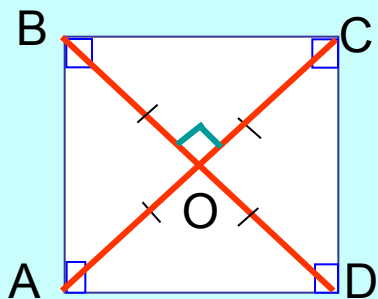


1. У квадрата все стороны равны и все углы равны.



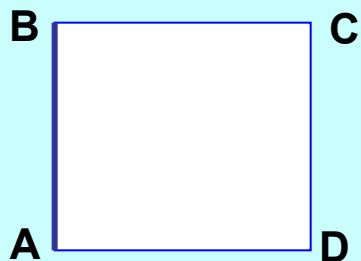
$$AB = CD = BC = AD$$
$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^{\circ}$$

2. Диагонали квадрата взаимно перпендикулярны, равны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы квадрата пополам.

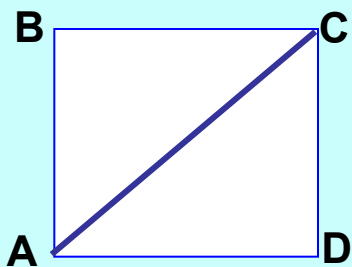


$$AC \perp BD$$
$$BD = AC$$
$$AO = OC, BO = OD$$
$$\angle BAO = \angle DAO, \angle ABO = \angle CBO$$

Площадь квадрата



$$S = AB^2$$



$$S = 1/2 AC^2$$



Справочник

Четырёхугольники

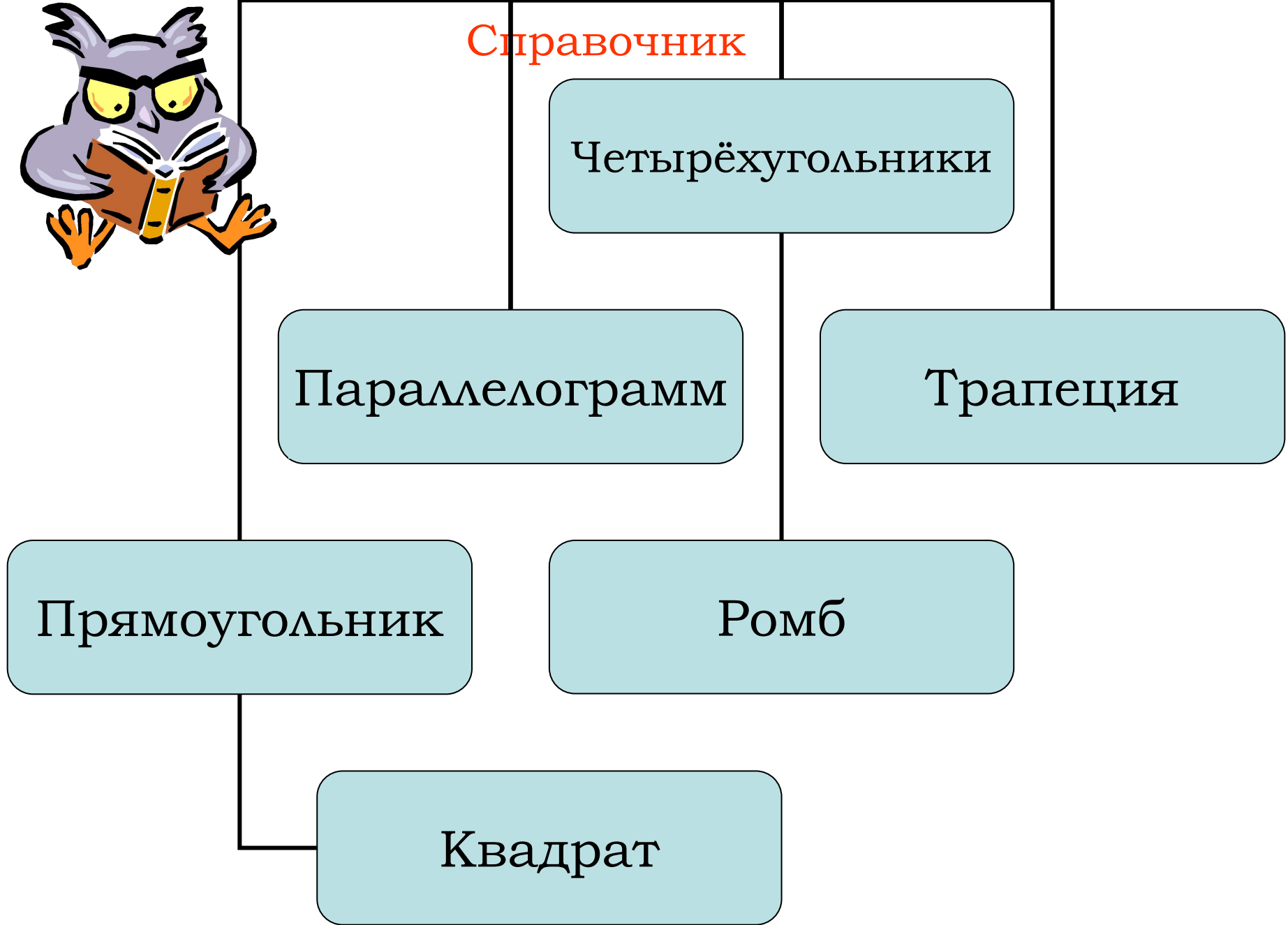
Параллелограмм

Трапеция

Прямоугольник

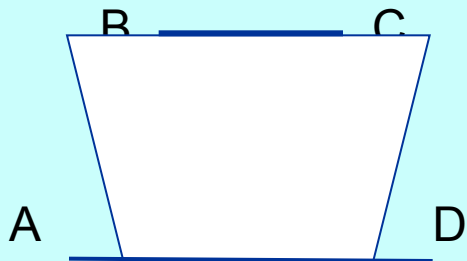
Ромб

Квадрат





Трапеция – четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие не параллельны.



$BC \parallel AD, AB \not\parallel CD$
BC и AD – основания,
AB и CD – боковые стороны

- [Виды трапеции](#)
- [Средняя линия трапеции](#)
- [Площадь трапеции](#)

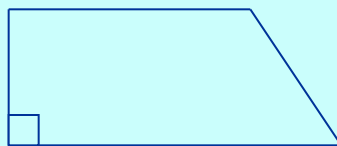


Виды трапеции

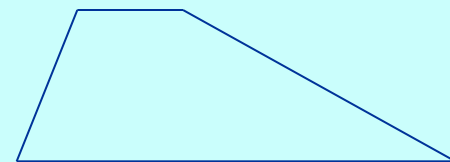
Равнобедренная -
боковые стороны равны



Прямоугольная -
один из углов прямой

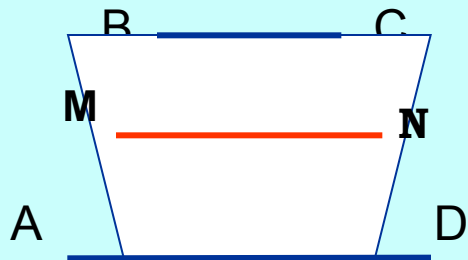


Произвольная





Средняя линия трапеции



Средняя линия трапеции – это отрезок, соединяющий середины боковых сторон.

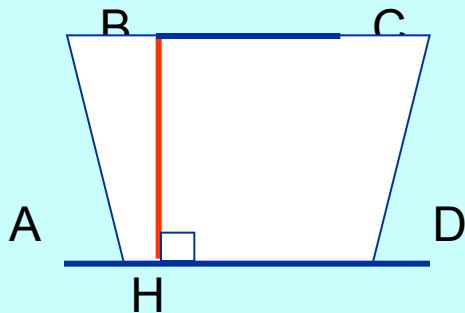
MN - средняя линия

Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме

$$\begin{aligned}MN &\parallel AD, \quad MN \parallel AD, \\MN &= (BC + AD) / 2\end{aligned}$$



Площадь трапеции



BH – высота трапеции
BC и AD - основания

$$S = 1/2 \cdot BH \cdot (BC + AD)$$

Задачник

Четырёхугольники

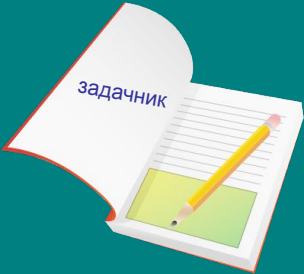
Параллелограмм

Трапеция

Прямоугольник

Ромб

Квадрат



Четырёхугольник



1. Найдите углы выпуклого четырёхугольника, если они равны друг другу.
2. Найдите углы выпуклого четырёхугольника, если они пропорциональны числам 1,2,4,5.
3. Найдите стороны четырёхугольника, если его периметр равен 8 см, а одна сторона больше каждой из других сторон соответственно на 3 мм, 4мм и 5мм.
4. Найдите стороны четырёхугольника, если его периметр равен 66 см, первая сторона больше второй на 8 см и на столько же меньше третьей стороны, а четвёртая в три раза больше второй.
5. Докажите, что если не все углы выпуклого четырёхугольника равны друг другу, то хотя бы один из них тупой.

Параллелограмм



1. Периметр параллелограмма равен 48 см. Найдите стороны параллелограмма, если разность двух сторон равна 7 см.
2. Найдите углы параллелограмма, если сумма противоположных углов равна 142.
3. Найдите периметр параллелограмма, если биссектриса одного из его углов делит сторону параллелограмма на отрезки 7 см и 14 см.
4. На диагонали BD параллелограмма $ABCD$ отмечены точки P и Q так, что $PB = QD$. Докажите, что четырёхугольник $APCQ$ – параллелограмм.
5. В параллелограмме, смежные стороны которого не равны, проведены биссектрисы углов. Докажите, что при их пересечении образуется прямоугольник.

Ромб



1. Найдите периметр ромба ABCD, в котором $\angle B = 60^\circ$, AC = 10,5 см.
2. Найдите углы ромба, если основание перпендикуляра, опущенного из вершины тупого угла, делит сторону ромба пополам.
3. Найдите диагонали ромба, если одна из них в 1,5 раза больше другой, а площадь ромба равна 27 кв. см.
4. Сторона ромба равна 24 см, а один из его углов 150° . Найдите расстояние между его противоположными сторонами
5. Из вершины B ромба ABCD, проведены перпендикуляры BK и BM к прямым AD и DC. Докажите, что луч BD является биссектрисой $\angle KBM$.



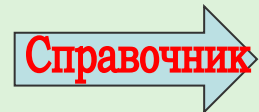
Прямоугольник



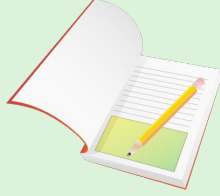
1. Диагонали прямоугольника ABCD пересекаются в точке O. Докажите, что треугольники AOB и AOD равнобедренные.
2. Биссектриса одного из углов прямоугольника делит большую сторону пополам. Найдите периметр прямоугольника, если его меньшая сторона 12 см.
3. Стороны прямоугольника относятся как 2 : 7. Найдите стороны прямоугольника, если его площадь равна 108 кв.см.
4. Сторона прямоугольника равна 4 см и образует с диагональю угол 60° . Найдите эту диагональ.
5. Пол комнаты, имеющий форму прямоугольника со сторонами 5,5 м и 6 м, нужно покрыть паркетом прямоугольной формы. Длина каждой дощечки паркета равна 30 см, а ширина – 5 см. Сколько потребуется таких дощечек для покрытия пола?



Назад



Квадрат



1. Является ли четырёхугольник квадратом, если его диагонали:
 - а) равны и взаимно перпендикулярны;
 - б) взаимно перпендикулярны и имеют общую середину;
 - в) равны, взаимно перпендикулярны и имеют общую середину.
2. Диагональ квадрата 24 см. Найдите периметр четырёхугольника, образованного отрезками, последовательно соединяющими середины сторон данного квадрата.
3. Сторону квадрата увеличили в 3 раза. Во сколько раз увеличилась его площадь?
4. Площадь квадрата равна 18 кв.см. Найдите диагональ квадрата.
5. В равнобедренный прямоугольный треугольник вписан квадрат так, что две его вершины находятся на гипотенузе, а другие две – на катетах. Найдите сторону квадрата, если известно, что гипотенуза равна 12 см.



Трапеция



1. Найдите углы В и D трапеции ABCD с основаниями AD и BC, если $\angle A = 36^\circ$, $\angle C = 117^\circ$
2. Докажите, что трапеция равнобедренная, если её диагонали равны.
3. Основания прямоугольной трапеции равны 10 см, 15 см, а один из углов – 45° . Найдите меньшую боковую сторону трапеции.
4. Найдите площадь равнобедренной трапеции. Если её основания равны 16 см и 30 см, а диагонали взаимно перпендикулярны.
5. Боковые стороны трапеции равны 13 см и 15 см, а периметр равен 48 см. Найдите среднюю линию трапеции



Проверь себя

1 2 3 4 5

6 7 8 9 10

Задание № 1

Какое из утверждений неверное:

- ◆ квадрат является одновременно параллелограммом и прямоугольником;
- ◆ угол между стороной и диагональю квадрата равен 45° ;
- ◆ существует квадрат, который не является ромбом;
- ◆ диагонали квадрата взаимно перпендикулярны.

Задание № 2

Найдите площадь ромба, диагонали которого равны 26 см и 8 см:

- ❖ 208 кв.см ;
- ❖ 104 кв.см;
- ❖ 52 кв.см;
- ❖ 68 кв.см

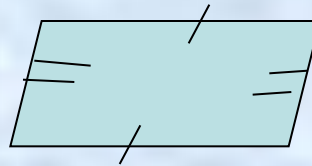
Задание № 3

В каком случае нельзя утверждать, что данная фигура – параллелограмм?

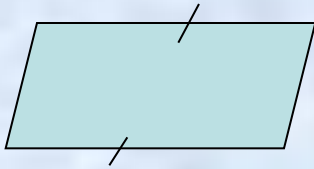
а)



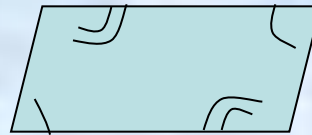
б)



в)



г)



Задание № 4

Диагонали прямоугольника ABCD пересекаются в точке O. Определите периметр треугольника ABO, если $AB = 6$ см, а диагональ прямоугольника равна 14 см:

- ❖ 19 см ;
- ❖ 26 см;
- ❖ 20 см;
- ❖ 18 см

Задание № 5

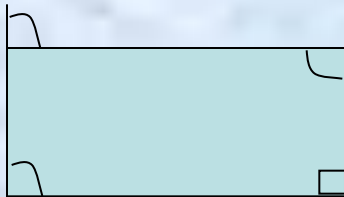
Какое из утверждений неверное?

- ❖ у прямоугольника углы прямые, а у ромба не обязательно;
- ❖ у ромба диагонали взаимно перпендикулярны, а у прямоугольника не обязательно;
- ❖ у ромба диагонали являются биссектрисами его углов, а у параллелограмма не обязательно;
- ❖ у ромба диагонали равны, а у прямоугольника не обязательно;

Задание № 6

Какая из фигур не является прямоугольником?

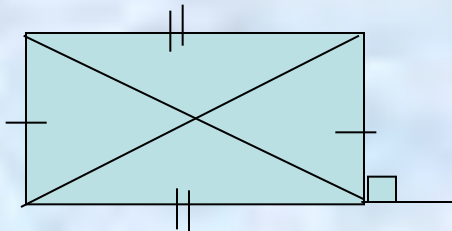
а)



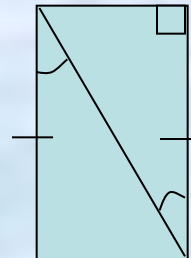
б)



в)



г)



Задание № 7

В прямоугольнике ABCD проведена биссектриса AM. $BM = 5$ см, $MC = 4$ см. Найдите площадь прямоугольника:

- ◆ 36 кв. см
- ◆ 45 кв. см
- ◆ 28 кв. см
- ◆ 56 кв. см

Задание № 8

Найти площадь трапеции ABCD с основаниями AB и CD, если BC перпендикулярна AB, $AB = 5$ см, $BC = 8$ см, $CD = 13$ см.

- ◆ 144 кв.см;
- ◆ 36 кв.см;
- ◆ 72 кв.см;
- ◆ 70 кв.см

Задание № 9

Какое из утверждений неверное?

- ◆ параллелограмм, у которого диагонали взаимно перпендикулярны, является квадратом;
- ◆ прямоугольник, у которого все стороны равны, является квадратом;
- ◆ ромб у которого один угол прямой, является квадратом;
- ◆ ромб, у которого диагонали равны, является квадратом

Задание № 10

Найдите высоту параллелограмма, если его площадь равна 75,6 кв. см, а основание - 14 см.

- ◆ 23,8 см ;
- ◆ 5,4 см;
- ◆ 61,6 см;
- ◆ 16 см.

Спасибо за работу!

