

# Парадоксы бесконечности

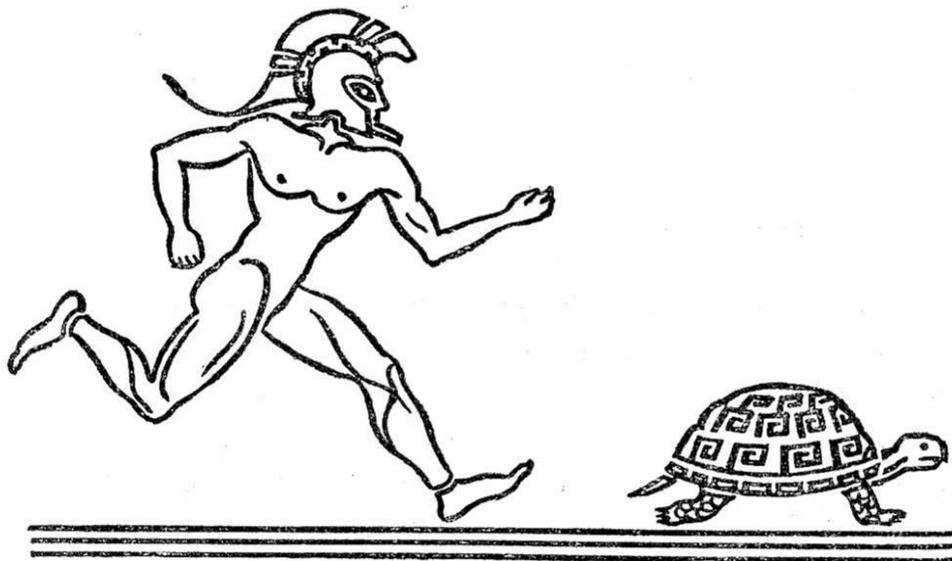
*Презентацию урока выполнила  
учитель математики*

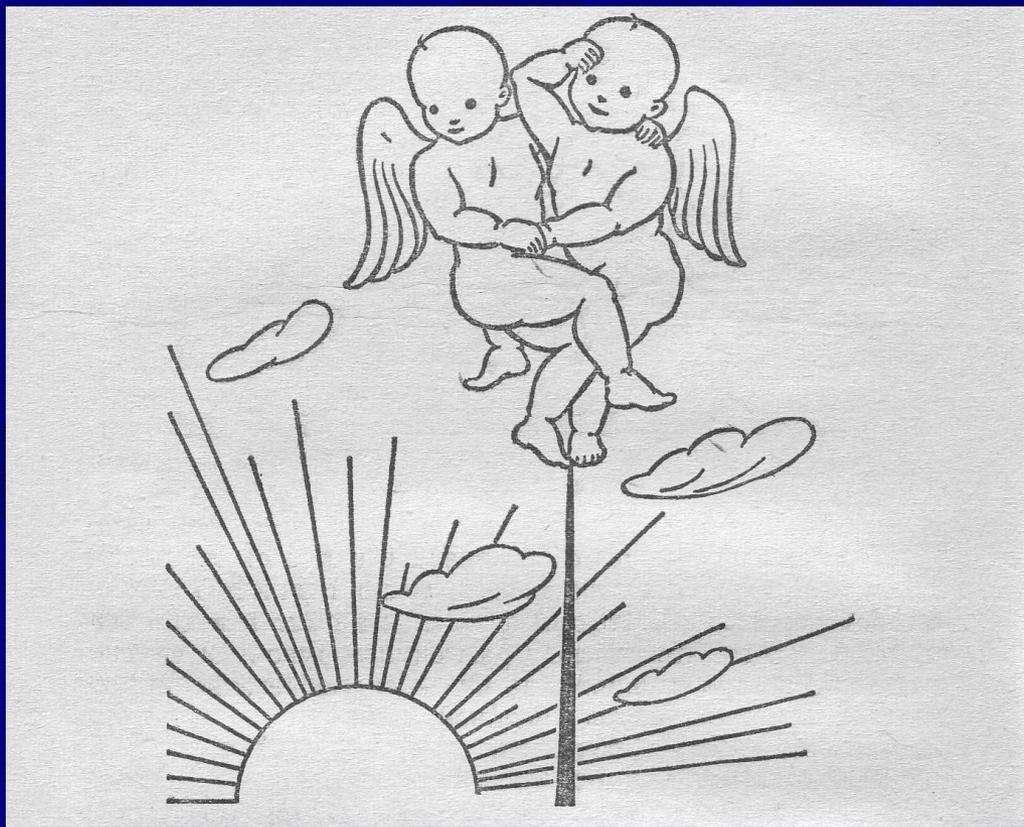
*МОУ гимназии №1*

*Макеева О. В.*

# Ахиллес и черепаха

*Расстояние между Ахиллесом и черепахой 1 км. Скорость Ахиллеса в 10 раз больше скорости черепахи. Догонит ли Ахиллес черепаху?*





**СКОЛЬКО АНГЕЛОВ ПОМЕЩАЕТСЯ НА КОНЦЕ ИГЛЫ?**

1. Каких натуральных чисел больше: четных или нечетных?
2. Каких чисел больше: четных натуральных или всех натуральных чисел?
3. Каких чисел больше: натуральных или целых?
4. Где точек больше: на отрезке в 1 см или 1 м?
5. Где точек больше: на отрезке в 1 см или на прямой?

# Взаимно однозначное соответствие

Занумеруем множество четных чисел



Говорят, что между множествами установили взаимно однозначное соответствие

# Примеры взаимно однозначных соответствий

1. множество государств Европы – множество столиц европейских государств;
2. множество автомобилей – множество их номеров;
3. множество страниц в книге – множество их номеров;
4. множество предметов в витрине – множество их цен.

# Счетные множества

Множество простых чисел

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ...

Номер:

1 2 3 4 5 6 7 8 ...

Бесконечное множество  $A$  называется счетным, если его элементы можно перенумеровать (или поставить во взаимно однозначное соответствие со множеством натуральных чисел).

# Счетно ли множество целых чисел?

..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

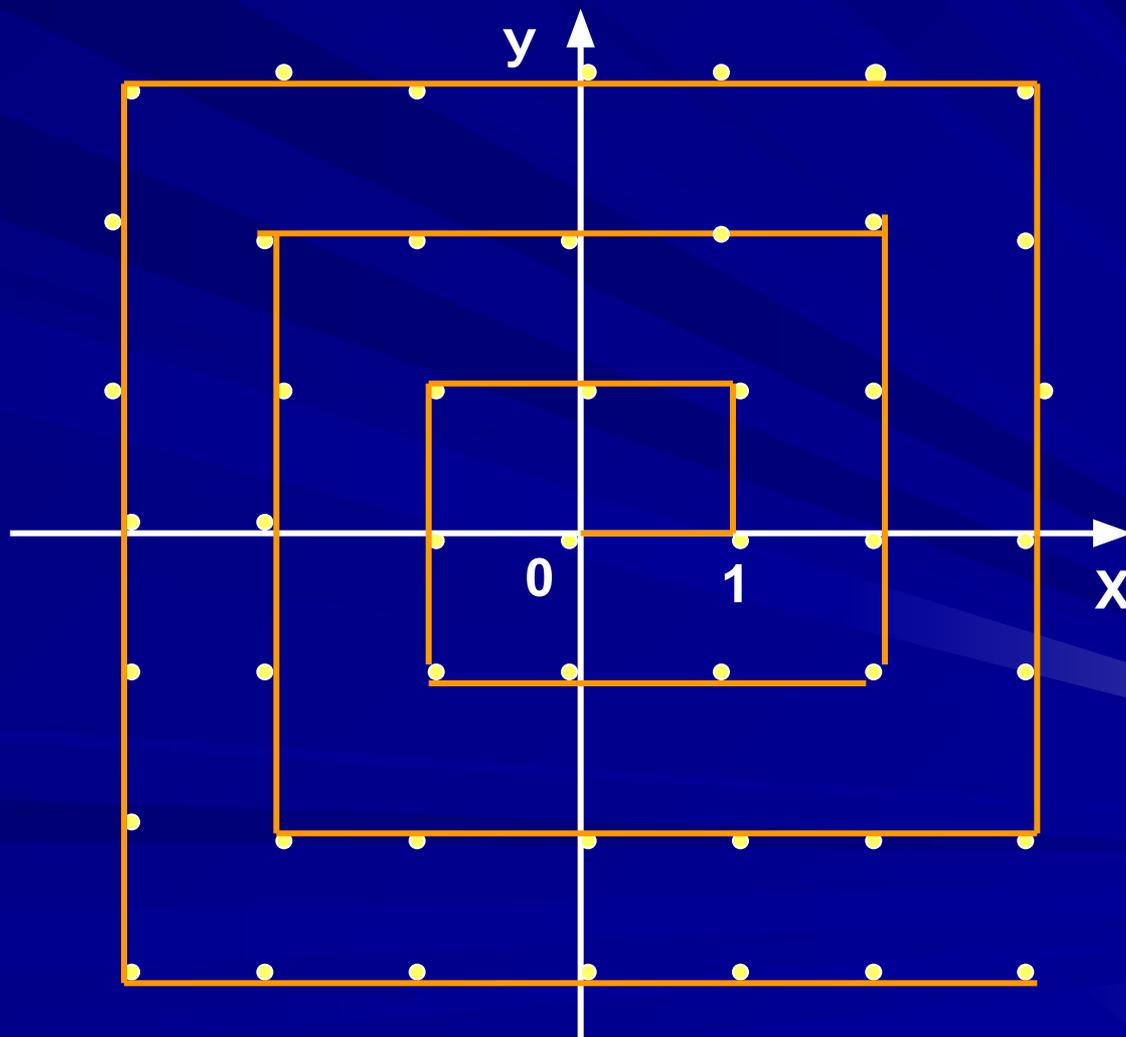
... 9 7 5 3 1 2 4 6 8 10 ...

**Вывод:** целых чисел столько же, сколько и натуральных, и целых, и простых.

**Говорят:** такие множества имеют одинаковую мощность

*На координатной плоскости рассматриваются всевозможные точки, у которых обе координаты – целые числа.*

*Будет ли это множество счетным?*



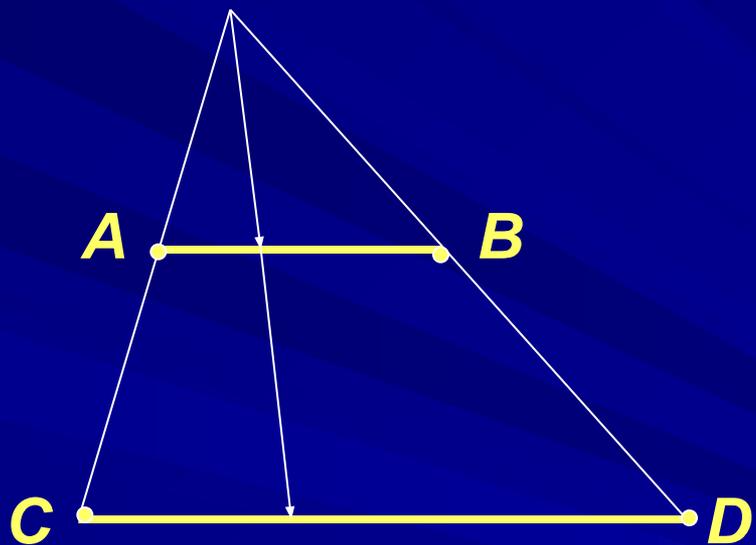
# Несчетные множества

Не все бесконечные множества можно перенумеровать. Например:

- *множество действительных чисел;*
- *множество точек отрезка;*
- *множество точек прямой и т.п.*

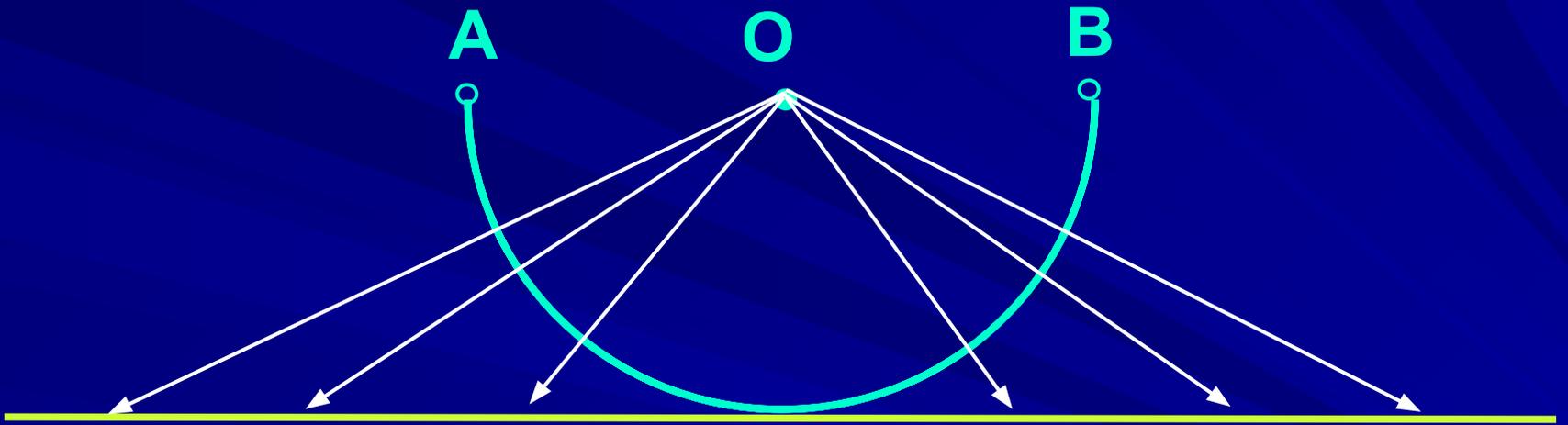
Такие множества называются  
*несчетными*

**На длинном и коротком отрезках  
поровну точек**



**Отрезки  $AB$  и  $CD$  имеют одинаковую мощность**

На отрезке и на прямой поровну точек



Отрезок и прямая имеют одинаковую мощность

# Необыкновенная гостиница





## Задача №1

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...  
↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓  
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ...

## Задача №2

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ..., n, ...  
↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓  
2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ..., 2n, ...



**Множество есть многое, мыслимое  
нами как единое**

**Г. Кантор**

**Математика – наука о бесконечном**

**Х. Уэйл**

**Каждый сам знает, что он понимает  
под множеством**

**Э. Борель**