Ломакина Ирина Владимировна,

учитель математики высшей квалификационной категории

МОУ «Средняя общеобразовательная школа №11» г. Ульяновска

Исследование функции с помощью производной

Исследование функции y=f(x)
Область определения
y=P(x)/Q(x)
y=√P(x)
y=log_a x
f(x) непрерывна на [a;b]
Критические точки
f`(x) – не существует
f`(x) =0
Внутренние точки d(f)
Точки перегиба
f``(x)=0
Точки экстремума
X0 – точка min, если
f`(x)<0 на (a;x0)
f`(x)>0 на (x0; b))
X0 – точка max, если
f`(x)>0 на (a;x0)
f`(x)<0 на (x0; b))
Необходимые условия f`(x) =0
Монотонность функции
f``(x)<0 на [a;b]
f`(x) - убывает
f`` (x)>0 на [a;b]
f`(x) - возрастает
y>0
y<0
Промежутки знакопостоянства
y =Af(kx+b) T=T(f)\|k|
Периодичность
Выпуклость кривой на (a;b) f``(x)<0
Вогнутость кривой на (a;b) f``(x)>0
Асимптоты: горизонтальная, вертикальная, наклонная
Oy
x=0
Ox
y=0
Пересечение с осями координат
f(-x) =f(x) - четная
f(-x) =-f(x) - нечетная
D(f) – симметрична относительно (0;0)
Четность, нечетность
Дополнительные исследования

$$y = \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}$$

- I. 1. Область определения функции: $x \neq -3$ и $x \neq 2$

- I. 2. Почему не существует график функции?
  Область определения функции пустое множество.

- II.1. Функция в нуль не обращается.
- II.2. График функции ось абсцисс не пересекает.

- III.1.Область определения функции симметрична относительно начала координат и выполняется равенство $y(-x) = -y(x)$,значит функция нечетная.

- III.2. $y = (1-\cos 2x)/2$, $T = 2\pi/2 = \pi$

- IV.1. Убывает на всей числовой оси функция $y = -x^3 - x$, т.к. её производная $-3x^2 - 1$ отрицательна при всех значениях x.
- IV.2. Промежутки возрастания $(-\infty;-1,8]$, $[0,2; \infty)$, убывания $[-1,8;0,2]$, точка максимума $x=-1,8$, минимума $x=0,2$, точки перегиба нет.

- V.1.Исследовать функцию
  $y = x^3/6 + x^2/2+1,7$ на выпуклость, вогнутость.

$y' = x^2/2 + x$, $y'' = x +1$,

$y'' = 0$ при $x =-1$ – точка перегиба,

$y'' >0$ при $x>-1$- функция выпукла вниз (вогнута);

$y'' <0$ при $x<-1$- функция выпукла вверх.

- Имеет ли функция точку перегиба на отрезке [1;2]

$y' = -4x^3+12x^2-8x$, $y'' = -12x^2 + 24x - 8$

$y'' = 0 \; -12x^2 + 24x - 8=0$

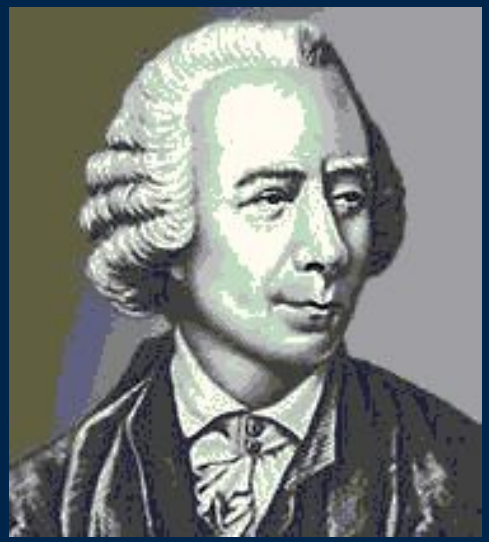
$3x^2 - 6x + 2=0$

$D = \sqrt{3}$

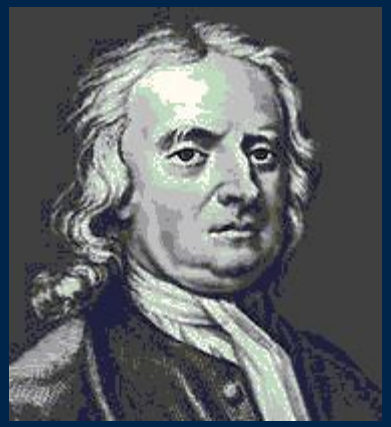
$x = 1 + \sqrt{3}/3, \;\; x = 1 - \sqrt{3}/3$

$1 + \sqrt{3}/3$ – точка перегиба из отрезка [1;2]

- ЭЙЛЕР (Euler) Леонард (1707-83), математик, механик, физик и астроном. По происхождению швейцарец. В 1726 был приглашен в Петербургскую АН и переехал в 1727 в Россию.



- НЬЮТОН **(Newton) Исаак (1643-1727), английский математик, механик, астроном и физик, создатель классической механики, Разработал дифференциальное и интегральное исчисления.**



- ЛЕЙБНИЦ (Leibniz) **Готфрид Вильгельм (1646-1716), немецкий философ, математик, физик, языковед. Один из создателей дифференциального и интегрального исчислений.**

- 1. Рассмотрите функцию $y=x^3$, постройте её график.
- 2. Найдите критические точки.
- 3. Проверьте их на экстремум.
- 4. Найдите вторую производную (производная от первой).
- 5. Определите знак второй производной слева и справа от критических точек.
- 6. Охарактеризуйте вид графика на этих промежутках.
- 7. Сделайте вывод. Установите взаимосвязь между графиком функции и второй производной.