



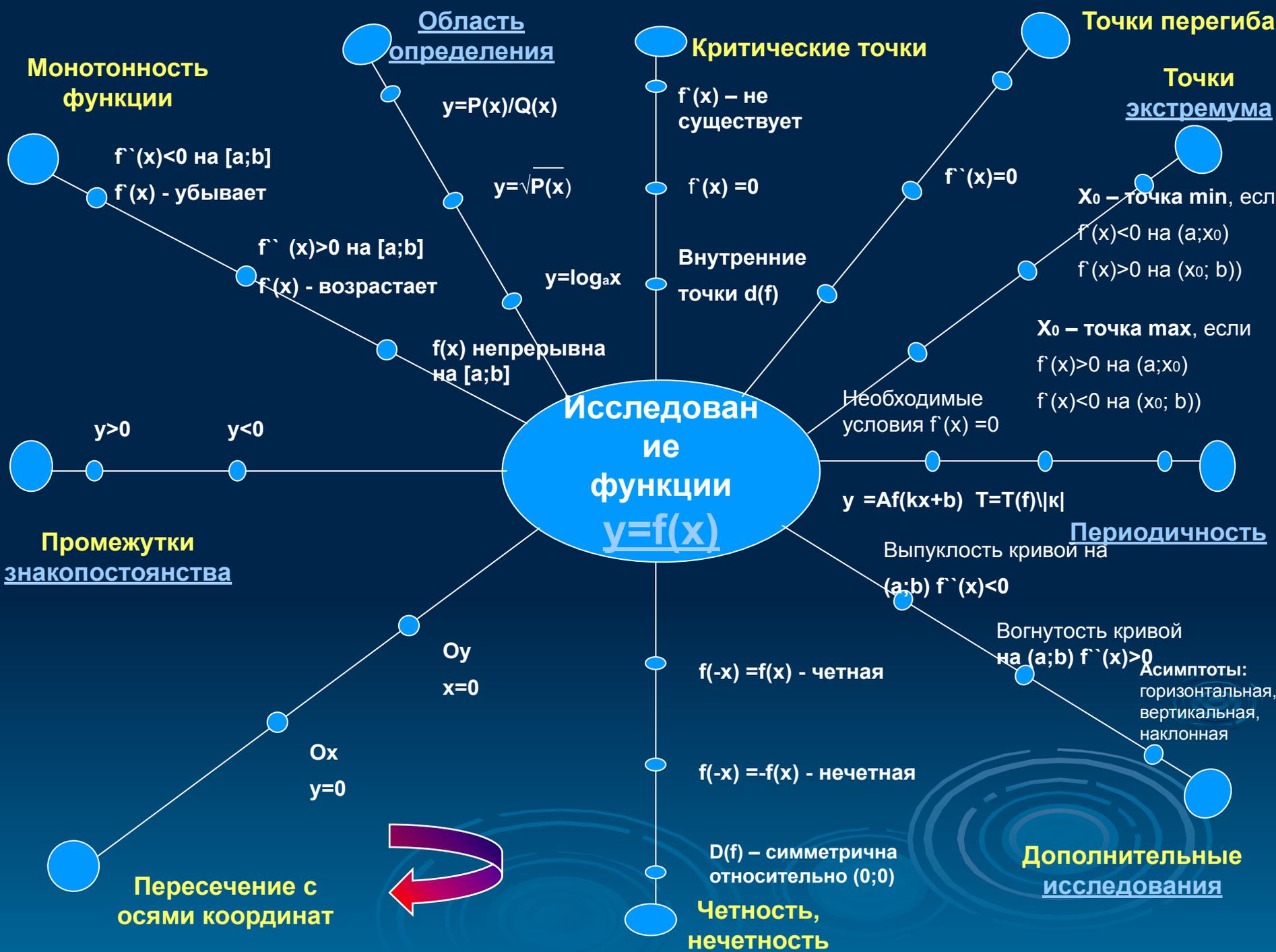
# Ломакина Ирина Владимировна,

учитель математики высшей  
квалификационной категории

МОУ «Средняя  
общеобразовательная школа №11» г.  
Ульяновска

Исследование функции

с помощью производной



$$y = \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}$$

- I. 1. Область определения функции:  $x \neq -3$  и  $x \neq 2$
- I. 2. Почему не существует график функции?  
Область определения функции пустое множество.



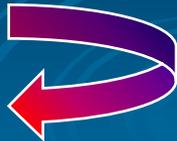
- II.1. Функция в нуль не обращается.
- II.2. График функции ось абсцисс не пересекает.



- III.1. Область определения функции симметрична относительно начала координат и выполняется равенство  $y(-x) = -y(x)$ , значит функция нечетная.
- III.2.  $y = (1 - \cos 2x)/2$ ,  $T = 2\pi/2 = \pi$



- IV.1. Убывает на всей числовой оси функция  $y = -x^3 - x$ , т.к. её производная  $-3x^2 - 1$  отрицательна при всех значениях  $x$ .
- IV.2. Промежутки возрастания  $(-\infty; -1,8]$ ,  $[0,2; \infty)$ , убывания  $[-1,8; 0,2]$ , точка максимума  $x = -1,8$ , минимума  $x = 0,2$ , точки перегиба нет.



- V.1. Исследовать функцию  
 $y = x^3/6 + x^2/2 + 1,7$  на выпуклость,  
вогнутость.

$$y' = x^2/2 + x, y'' = x + 1,$$

$y'' = 0$  при  $x = -1$  – точка перегиба,

$y'' > 0$  при  $x > -1$  – функция выпукла вниз  
(вогнута);

$y'' < 0$  при  $x < -1$  – функция выпукла вверх.

- Имеет ли функция точку перегиба на отрезке  $[1;2]$

$$y' = -4x^3 + 12x^2 - 8x, \quad y'' = -12x^2 + 24x - 8$$

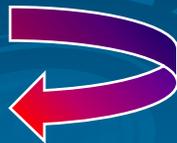
$$y'' = 0 \quad -12x^2 + 24x - 8 = 0$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 0$$

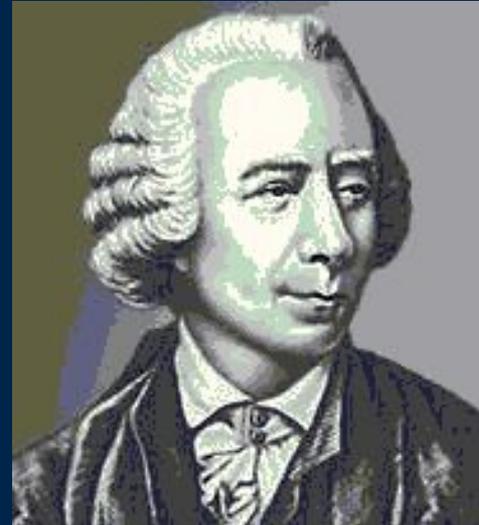
$$D = \sqrt{3}$$

$$x = 1 + \sqrt{3}/3, \quad x = 1 - \sqrt{3}/3$$

$1 + \sqrt{3}/3$  – точка перегиба из отрезка  $[1;2]$



- ЭЙЛЕР (Euler) Леонард (1707-83), математик, механик, физик и астроном. По происхождению швейцарец. В 1726 был приглашен в Петербургскую АН и переехал в 1727 в Россию.



- **НЬЮТОН (Newton) Исаак (1643-1727)**, английский математик, механик, астроном и физик, создатель классической механики, Разработал дифференциальное и интегральное исчисления.



- **ЛЕЙБНИЦ (Leibniz) Готфрид Вильгельм (1646-1716)**, немецкий философ, математик, физик, языковед. Один из создателей дифференциального и интегрального исчислений.



- 1. Рассмотрите функцию  $y=x^3$ , постройте её график.
- 2. Найдите критические точки.
- 3. Проверьте их на экстремум.
- 4. Найдите вторую производную (производная от первой).
- 5. Определите знак второй производной слева и справа от критических точек.
- 6. Охарактеризуйте вид графика на этих промежутках.
- 7. Сделайте вывод. Установите взаимосвязь между графиком функции и второй производной.

