

Математика случайного

Предельные теоремы

и

теории вероятностей

- Математические законы теории вероятностей получены в результате обобщения закономерностей, свойственных массовым явлениям в обществе и в природе.

- Массовость понимается как большое число повторений опытов в одинаковых или сходных условиях. Было замечено, что при массовых явлениях результаты отдельных опытов практически не влияют на некоторые средние характеристики этих явлений.

- Этот феномен известен как устойчивость средних: «При очень большом числе испытаний средние характеристики наблюдаемых явлений перестают быть случайными и могут быть предсказаны со сколь угодно высокой точностью».

- Ещё в глубокой древности люди заметили феномен устойчивости средних. Однако только в двенадцатом веке ученые нашли общие условия, выполнение некоторых обязательно влечет за собой статистическую устойчивость средних.

Неравенство Чебышева

- Если случайная величина x имеет дисперсию, то для любого $\varepsilon > 0$ справедливо неравенство, где Mx и Dx - математическое ожидание и дисперсия случайной величины x .

$$P(|\xi - M\xi| \geq \varepsilon) \leq \frac{D\xi}{\varepsilon^2}$$

Закон больших чисел

- Если случайные величины $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ попарно независимы и (рис.1), то для любого $\varepsilon > 0$ (рис.2)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n D\xi_k = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left(\left| \frac{\xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_n}{n} - \frac{M\xi_1 + M\xi_2 + \dots + M\xi_n}{n} \right| < \varepsilon \right) = 1$$

Центральная предельная теорема

- Если случайные величины $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \dots$ попарно независимы, одинаково распределены и имеют конечную дисперсию, то при $n \rightarrow \infty$ равномерно по x принадлежит $(-\infty, +\infty)$

$$P\left(\left|\frac{\xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_n - na}{\sigma\sqrt{n}}\right| < x\right) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$$

Используемая литература



- При создании презентации на тему «Математика случайного» использовалась книга М. В. Воронов \ Г.П. Мещерякова – МАТЕМАТИКА для студентов гуманитарных факультетов