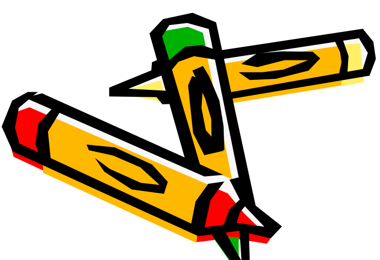
Подготовили
Ученицы 9 класса Б
Камаретдинова Карина
Семёнова Алина

Презентация по теме: «Треугольники»

Треугольники

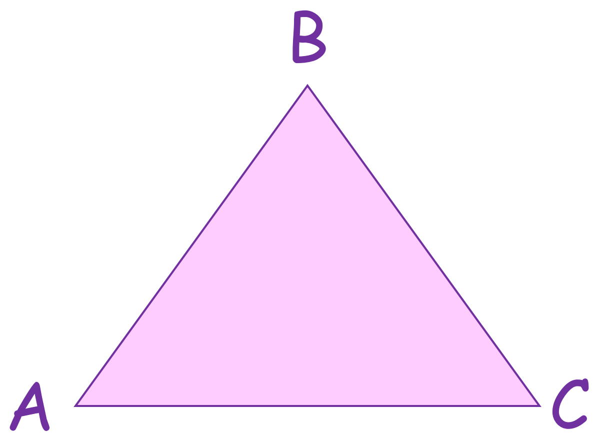
Треугольники

Треугольники



Треугольники

Треугольник — простейший многоугольник, имеющий 3 вершины (угла) и 3 стороны; часть плоскости, ограниченная тремя точками, и тремя отрезками, попарно соединяющими эти точки



Равносторонний -

это правильный многоугольник с тремя сторонами, первый из правильных многоугольников.

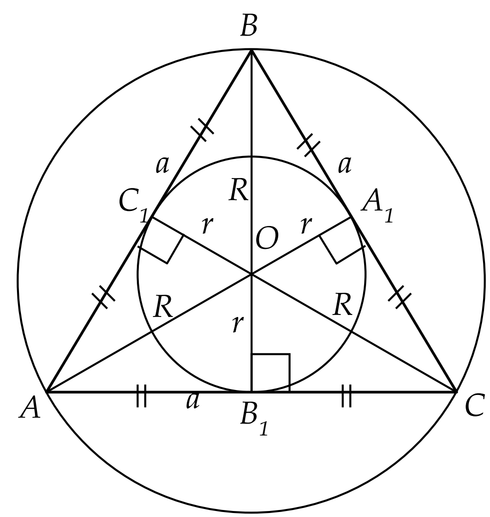
Все стороны правильного треугольника равны между собой, а все углы равны 60°.

Радиус вписанной окружности $r = \frac{\sqrt{3}}{6}a$

Радиус описанной окружности $R = \frac{\sqrt{3}}{3}a$

Периметр $P = 3a = 3\sqrt{3}R = 6\sqrt{3}r$

Высота $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$



Площадь $S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{4}R^2 = 3\sqrt{3}r^2$

Равнобедренный

Треугольник, в котором две стороны равны между собой называется равнобедренным.

Равные стороны называются боковыми, а последняя - основанием

Площадь треугольника $S = \frac{1}{2}a^2 \sin\beta = \frac{1}{2}ab\sin\alpha = \frac{b^2}{2\cos\frac{\beta}{2}} = \frac{1}{2}b\sqrt{\left(a+\frac{1}{2}b\right)\left(a-\frac{1}{2}b\right)}$

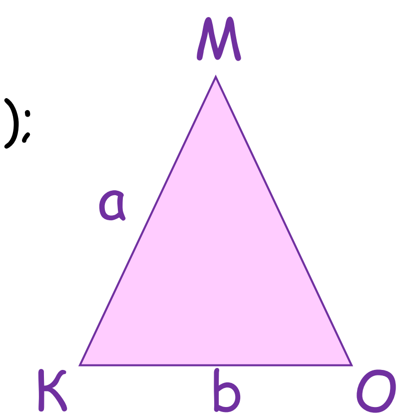
Теорема косинусов $a = \frac{b}{2\cos\alpha}$ $b = a\sqrt{2(1-\cos\beta)}$

Теорема синусов $b = 2a\sin\frac{\beta}{2}$ $\alpha = \arcsin\frac{a}{2R}$ $\beta = \arcsin\frac{b}{2R}$

Периметр P = 2a + b (по определению);

P = 2R(2sinα + sinβ)

(следствие теоремы синусов)



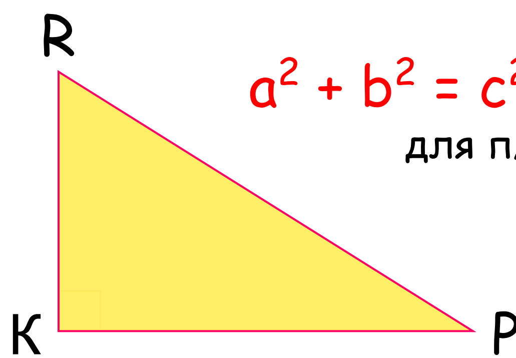
Прямоугольный

Свойства:

- Сумма двух острых углов п/у треугольника равна 90°.
- Катет п/у треугольника, лежащий против угла в 30°, равен половине гипотенузы.
- Если катет п/у треугольника равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета, равен 30°.

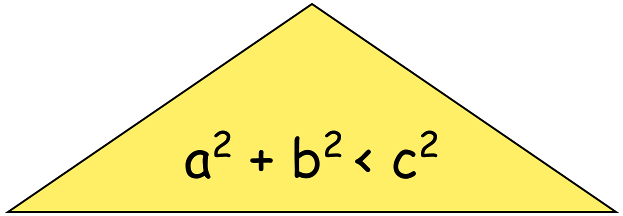
Признаки равенства п/у треугольников:

- Если катеты одного п/у треугольника соответственно равны катетам другого, то такие треугольники равны.
- Если катет и прилежащий к нему острый угол одного п/у треугольника соответственно равны катету и прилежащему к нему острому углу другого, то такие треугольники равны.
- Если гипотенуза и острый угол одного п/у треугольника соответственно равны гипотенузе и острому углу другого треугольника, то такие треугольники равны.
- Если гипотенуза и катет одного п/у треугольника соответственно равны гипотенузе и катету другого, то такие треугольники равны.

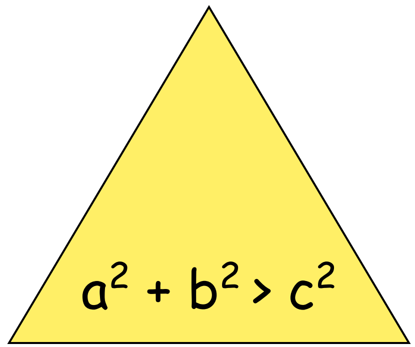


$a^2 + b^2 = c^2$ – теорема Пифагора для п/у треугольника

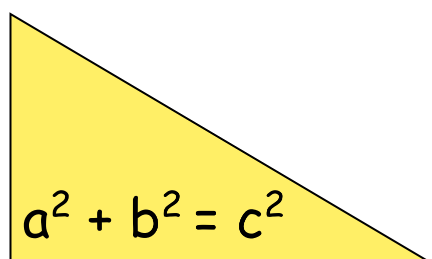
Тупоугольный – это треугольник у которого один из углов тупой



Остроугольный – треугольник у которого все углы острые.



Прямоугольный – треугольник у которого один из углов равен 90°

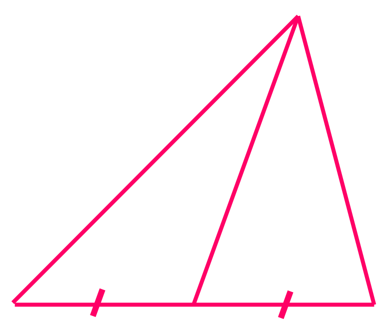


Медиана

Медиана треугольника — это отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противолежащей стороны этого треугольника.

Свойства медиан треугольника:

- Медиана разбивает треугольник на два треугольника одинаковой площади.
- Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую из них в отношении 2:1, считая от вершины. Эта точка называется *центром тяжести* треугольника.
- Весь треугольник разделяется своими медианами на шесть равновеликих треугольников.

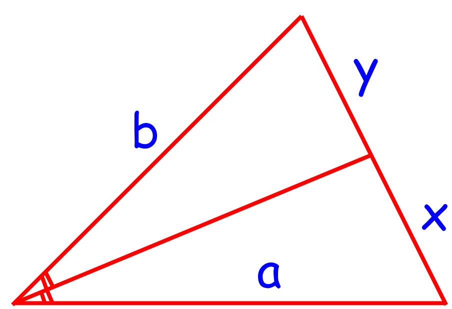


Биссектриса

Биссектриса угла — это луч, который исходит из его вершины, проходит между его сторонами и делит данный угол пополам. Биссектрисой треугольника называется отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину с точкой на противолежащей стороне этого треугольника.

Свойства биссектрис треугольника:

- Биссектриса угла — это геометрическое место точек, равноудаленных от сторон этого угла.
- Биссектриса внутреннего угла треугольника делит противолежащую сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам.
- Точка пересечения биссектрис треугольника является центром окружности, вписанной в этот треугольник.

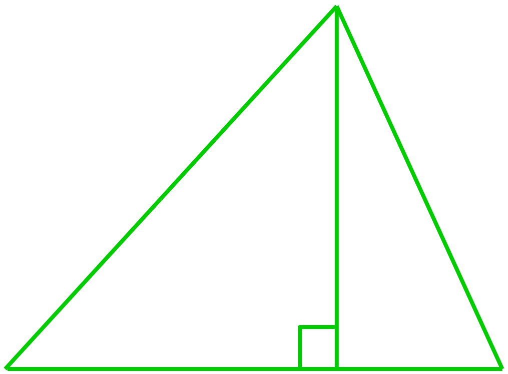


Высота

Высотой треугольника называется перпендикуляр, проведенный из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону этого треугольника.

Свойства высот треугольника:

- В прямоугольном треугольнике высота, проведенная из вершины прямого угла, разбивает его на два треугольника, подобные исходному.
- В остроугольном треугольнике две его высоты отсекают от него подобные треугольники.

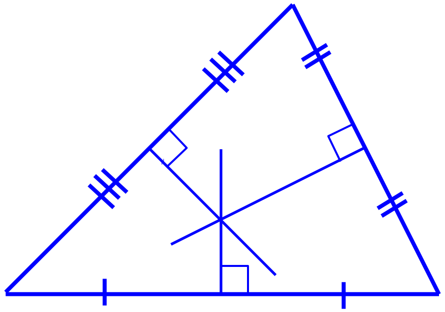


Серединный перпендикуляр

Прямую, проходящую через середину отрезка Перпендикулярно к нему, называют **серединным перпендикуляром** к отрезку.

Свойства серединных перпендикуляров треугольника:

- Каждая точка серединного перпендикуляра к отрезку равноудалена от концов этого отрезка. Верно и обратное утверждение: каждая точка, равноудаленная от концов отрезка, лежит на серединном перпендикуляре к нему.
- Точка пересечения серединных перпендикуляров, проведенных к сторонам треугольника, является центром окружности, описанной около этого треугольника.

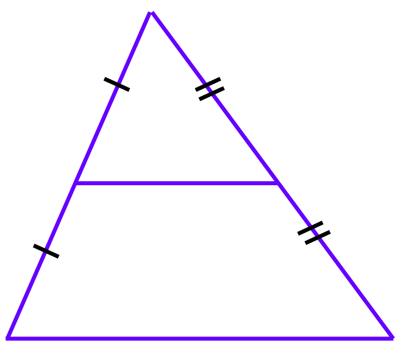


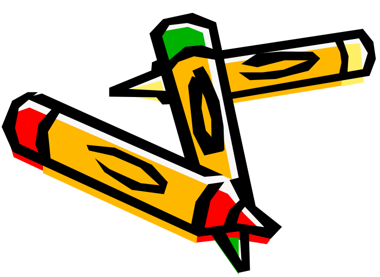
Средняя линия

Средней линией треугольника называется отрезок, соединяющий середины двух его сторон.

Свойство средней линии треугольника

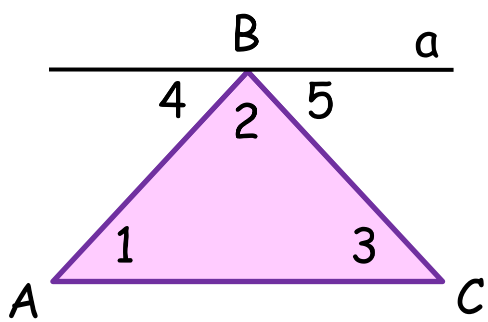
- Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны.





Сумма углов треугольника

Теорема: Сумма углов треугольника равна 180°.



Доказательство:

Рассмотрим треугольник ABC и докажем, что $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$.

Проведем через вершину B прямую a, параллельную стороне AC.

Углы $\angle 1$ и $\angle 4$ являются накрест лежащими углами при пересечении параллельных прямых a и AC секущей AB, а углы $\angle 3$ и $\angle 5$ – накрест лежащими углами при пересечении тех же параллельных прямых секущей BC. Поэтому $\angle 4 = \angle 1$, $\angle 5 = \angle 3$. Очевидно, сумма углов $\angle 4$, $\angle 2$ и $\angle 5$ равна развернутому углу с вершиной B, т. е.

$$\angle 4 + \angle 2 + \angle 5 = 180°, \text{ или}$$

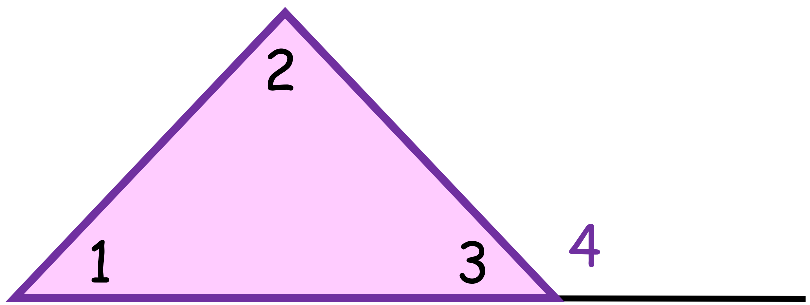
$$\angle A + \angle B + \angle C = 180°.$$

Теорема доказана.

Внешний угол

Внешним углом треугольника называется угол, смежный с каким-нибудь углом этого треугольника.

Теорема: внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним



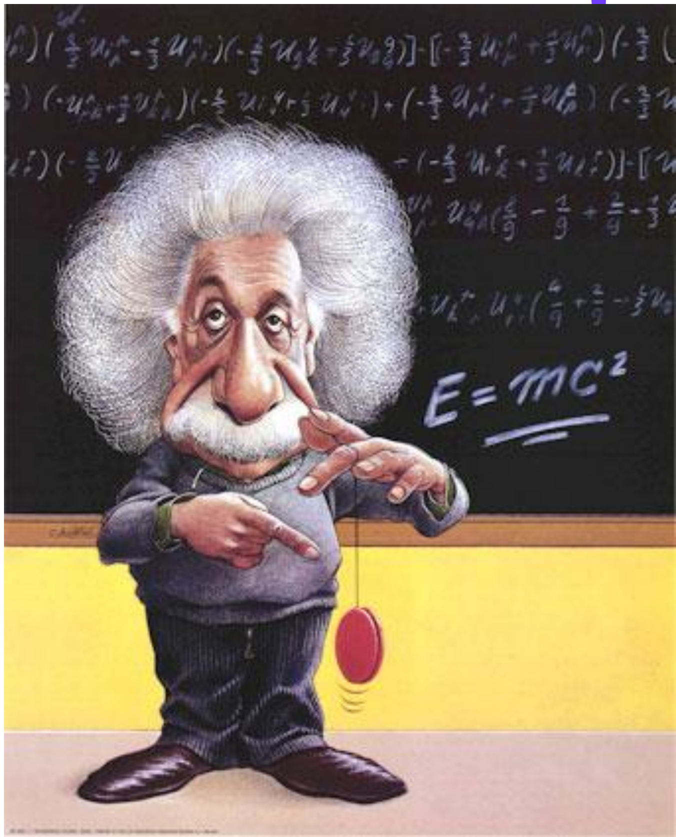
Доказательство:

угол 4 – внешний угол, смежный с углом 3 данного треугольника.

Т.к. $\angle 4 + \angle 3 = 180°$, а по теореме о сумме углов треугольника $(\angle 1 + \angle 2) + \angle 3 = 180°$, то $\angle 4 = \angle 1 + \angle 2$, что и требовалось доказать.

Соотношение между сторонами и углами треугольника

- В треугольнике против большей стороны лежит больший угол.
- В треугольнике против большего угла лежит большая сторона.
- В прямоугольном треугольнике гипотенуза больше катета.
- Если два угла треугольника равны, то треугольник равнобедренный



Неравенство треугольника

- Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон.
- Для любых точек A, B и C, не лежащих на одной прямой, справедливы неравенства:

$$AB < AC + CB$$
$$AC < AB + BC$$
$$BC < BA + AC$$

Каждое из этих неравенств называется неравенством треугольника