

**СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ
ДИОФАНТОВЫХ УРАВНЕНИЙ
И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ
РЕШЕНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ
ЗАДАЧ.**

Агеенко Анна Сергеевна
Назаренко Виолетта Александровна
Чараева Зарина Садуловна
МОУ «СОШ №3», 9 класс

Обоснование выбора темы:

- ▣ Для газификации жилого дома требуется проложить газопровод протяженностью 150 м. Имеются трубы 13 м и 9 м длиной. Сколько требуется труб, чтобы не приходилось их разрезать при прокладке газопровода.



Обоснование выбора темы:

- ▣ *Надо разлить 1500 т. нефти в цистерны емкостью в 50 т. и 80 т. так, чтобы все использованные цистерны были полными. Сколько цистерн той или другой емкости потребуется?*



Обоснование выбора темы:

- ▣ Евгений работает летом в кафе «Баскин Робинс». За каждый час ему платят 10 р. И высчитывают 2 р. за каждую разбитую тарелку. На прошедшей неделе он заработал 180 р. Определите, сколько часов он работал и сколько разбил тарелок, если известно, что он работает не более 3 ч в день.



Обоснование выбора темы:

- ▣ Школа получила 1 млн. руб. на приобретение учебного оборудования (на всю сумму без остатка). Администрации школы предложили, оборудование стоимостью 3000, 8000 и 12000 руб. за единицу. Сколькими способами школа может закупить это оборудование? Выбрать один из способов.



Гипотеза

- Мы предполагаем, что существуют способы решения уравнений с двумя переменными, которые позволяют решить многие прикладные задачи экономического содержания эффективно и экономично даже населению, не имеющему специальной математической подготовки.



Цели :

- Научиться самим и научить других решать диофантовы уравнения эффективными методами.
- 2. Применить эти методы решения к задачам из жизни человека, а также к задачам, предлагаемым на вступительных экзаменах в ВУЗы и в олимпиадных заданиях.
- 3. Распространить информацию через:
 - составление сборника задач с решениями в помощь всем интересующимся людям, учителям и школьникам;
 - публикацию методических рекомендаций на сайте школы.

Задачи :


- - исследовать методы решения задач, приводимых к уравнениям первой степени с двумя переменными, выбрав самые удобные и простые;
- - решить задачи из жизни, вступительных экзаменов в ВУЗы экономического направления и олимпиадных заданий, применив изученные методы.
- - разработать методическое пособие для всех интересующихся (подобрать или самим составить задачи с экономическим содержанием, приводящие к решению уравнений с двумя переменными)



Этапы и организация работы:



- 1 Изучение литературы по данному вопросу.
- 2 Изучение способов решения диофантовых уравнений.
- 3 Подборка задач экономического содержания, в том числе задач со вступительных экзаменов в ВУЗы и из жизни человека.
- 4 Решение подобранных задач при помощи уравнений с двумя переменными разными способами. Поиск наиболее оптимальных их решений.
- 5 Оформление работы.
- 6 Создание сборника задач в помощь учителям, школьникам и широкому кругу населения.

The background features a stylized illustration of an open book and a scroll. The scroll is unrolled and contains handwritten mathematical text in Cyrillic, including the word 'ТЪМА' (TMA) and various numbers like '1000.000'. There are also some symbols, possibly representing mathematical constants or variables. The book is open, showing its pages and spine. The overall style is that of a hand-drawn or watercolor illustration.

■ *Объектом работы является теория решения диофантовых уравнений первой степени.*

■ *Предмет исследования: способы решения диофантовых уравнений.*

Методы исследования:

- Поиск, изучение и обобщение теоретического материала при чтении научной литературы
- Изучение статей в журналах
- Поиск информации в сети Интернет
- Подбор и решение экономических задач из окружающей жизни.



Основные выводы:

- наиболее удобные способы: при помощи алгоритма Евклида и при помощи компьютера.
- Составлен сборник задач экономического содержания для всех интересующихся. Он поможет в решении экономических задач.

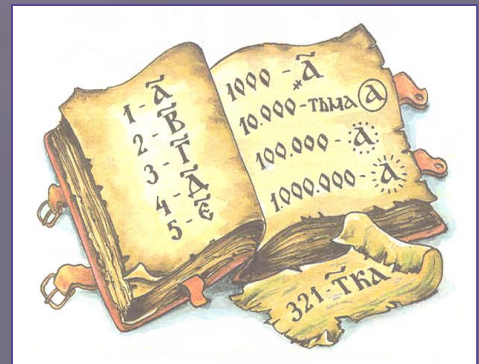


Практическая значимость работы:

- ❖ Помощь школьникам при подготовке к поступлению в ВУЗы.
- ❖ Помощь учителям в организации внеклассной, факультативной работы с обучающимися.
- ❖ Применение в экономике для решения практических хозяйственных задач.
- ❖ Создание сборника задач с решениями для практического использования.

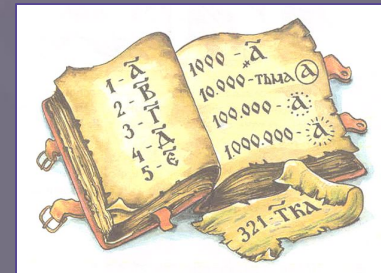
Способы решения диофантовых уравнений:

- Способ перебора вариантов.
- Решение диофантовых уравнений с использованием алгоритма Евклида
- Способ цепной дроби
- Метод рассеивания (измельчения)
- При помощи компьютера на языке программирования Паскаль.



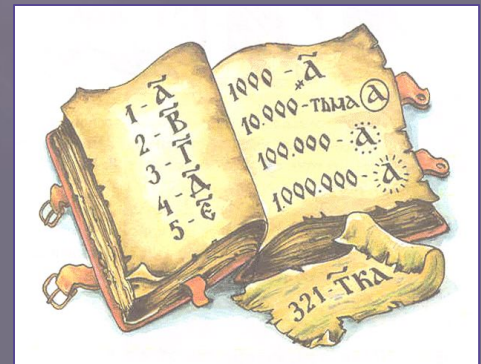
Решим задачу :

- Андрей работает летом в кафе. За каждый час ему платят 10 р. И высчитывают 2 р. за каждую разбитую тарелку. На прошедшей неделе он заработал 180 р. Определите, сколько часов он работал и сколько разбил тарелок, если известно, что он работает не более 3 ч в день.
- Пусть x часов он всего работал в неделю,
- тогда $10x$ р. ему заплатили,
- но он разбил y тарелок, и с него вычли $2y$ р.
- Имеем уравнение $10x - 2y = 180$, причем $x \leq 21$.
Получим: $5x - y = 90$, $5x = 90 + y$, $x = 18 + y/5$.



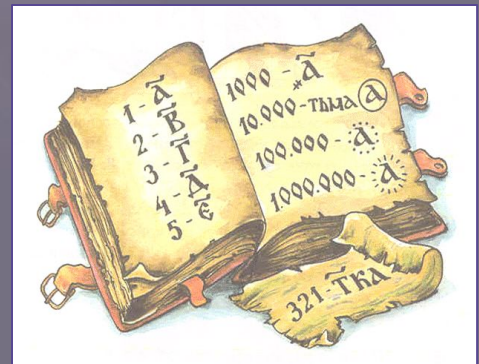
$$x = 18 + y/5 .$$

- ▣ Так как x - целое число, то y должно нацело делиться на 5, чтобы в правой части получилось целое число. Возможны четыре случая:
- ▣ $y=0, x=18$, т. е. решением является пара - $(18, 0)$;
- ▣ $y=5, x=19$, $(19, 5)$;
- ▣ $y=10, x=20$, $(20, 10)$;
- ▣ $y=15, x=21$, $(21, 15)$.



С использованием алгоритма Евклида

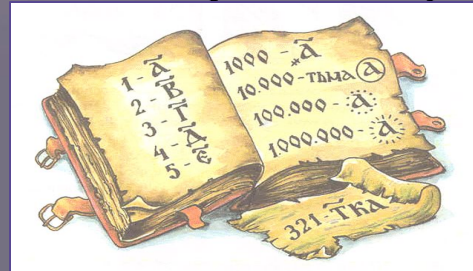
- Для газификации жилого дома требуется проложить газопровод протяженностью 150 м. Имеются трубы 13 м и 9 м длиной. Сколько требуется труб, чтобы не приходилось их разрезать при прокладке газопровода.
- Пусть требуется x труб по 9 м, и y труб по 13 м. Составим и решим уравнение: $9x + 13y = 150$.
- $\text{НОД}(9; 13) = 1$, уравнение разрешимо в множестве целых чисел.



Применим алгоритм Евклида к числам 13 и 9:

$$\left. \begin{array}{l} 13 = 9 \cdot 1 + 4, \\ 9 = 4 \cdot 2 + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} 4 = 13 - \\ 9 \cdot 1 \end{array}$$

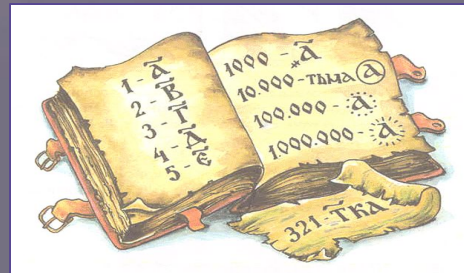
$$\begin{aligned} 1 &= 9 - 4 \cdot 2 = 9 - (13 - 9 \cdot 1) \cdot 2 = \\ &= 9 - 13 \cdot 2 + 9 \cdot 2 = 9 \cdot 3 + 13 \cdot (-2) \\ &\Rightarrow x_0 = 3, y_0 = -2 \end{aligned}$$



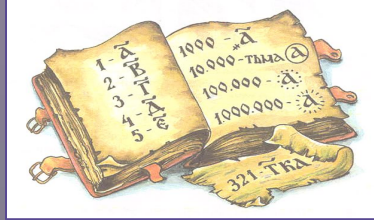
Запишем общее решение уравнения согласно формулам

$$\square \quad x = cx_0 + bt, \quad y = cy_0 - at.$$

$$\begin{cases} x = 150 \cdot 3 + 13t, \\ y = 150 \cdot (-2) - 9t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 450 + 13t, \\ y = -300 - 9t \end{cases}$$



Так как $x \geq 0$ и $y \geq 0$



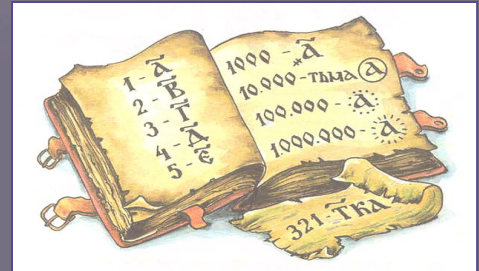
$$\begin{cases} 13t + 450 \geq 0. \\ -9t - 300 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13t \geq -450, \\ -9t \geq 300 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t \geq -34,6, \\ t \leq -33,3 \end{cases} \Rightarrow t = -34 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 13 \cdot (-34) + 450 = 8, \\ y = -9 \cdot (-34) - 300 = 6 \end{cases}$$

Ответ.

- Для прокладки газопровода потребуется 8 труб длиной по 9м и 6 труб длиной по 13м.



Предложенные нами способы решения уравнений первой степени с двумя переменными

- удобны,
- не требуют больших экономических затрат.
- Если человек не имеет возможности применить компьютер, то может провести вычисления вручную. В противном случае - удобно использовать программу решения уравнений на языке ПАСКАЛЬ.

