



**СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ
ДИОФАНТОВЫХ УРАВНЕНИЙ
И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ
РЕШЕНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ
ЗАДАЧ.**

Агеенко Анна Сергеевна
Назаренко Виолетта Александровна
Чараева Зарина Садуловна
МОУ «СОШ №3», 9 класс

Обоснование выбора темы:

- ▣ Для газификации жилого дома требуется проложить газопровод протяженностью 150 м. Имеются трубы 13 м и 9 м длиной. Сколько требуется труб, чтобы не приходилось их разрезать при прокладке газопровода.



Обоснование выбора темы:

- ▣ *Надо разлить 1500 т. нефти в цистерны емкостью в 50 т. и 80 т. так, чтобы все использованные цистерны были полными. Сколько цистерн той или другой емкости потребуется?*



Обоснование выбора темы:

- Евгений работает летом в кафе «Баскин Робинс». За каждый час ему платят 10 р. И высчитывают 2 р. за каждую разбитую тарелку. На прошедшей неделе он заработал 180 р. Определите, сколько часов он работал и сколько разбил тарелок, если известно, что он работает не более 3 ч в день.



Обоснование выбора темы:

- ▣ Школа получила 1 млн. руб. на приобретение учебного оборудования (на всю сумму без остатка). Администрации школы предложили, оборудование стоимостью 3000, 8000 и 12000 руб. за единицу. Сколькими способами школа может закупить это оборудование? Выбрать один из способов.



Гипотеза

- Мы предполагаем, что существуют способы решения уравнений с двумя переменными, которые позволяют решить многие прикладные задачи экономического содержания эффективно и экономично даже населению, не имеющему специальной математической подготовки.



Цели :

- Научиться самим и научить других решать диофантовы уравнения эффективными методами.
- 2. Применить эти методы решения к задачам из жизни человека, а также к задачам, предлагаемым на вступительных экзаменах в ВУЗы и в олимпиадных заданиях.
- 3. Распространить информацию через:
 - составление сборника задач с решениями в помощь всем интересующимся людям, учителям и школьникам;
 - публикацию методических рекомендаций на сайте школы.

Задачи :

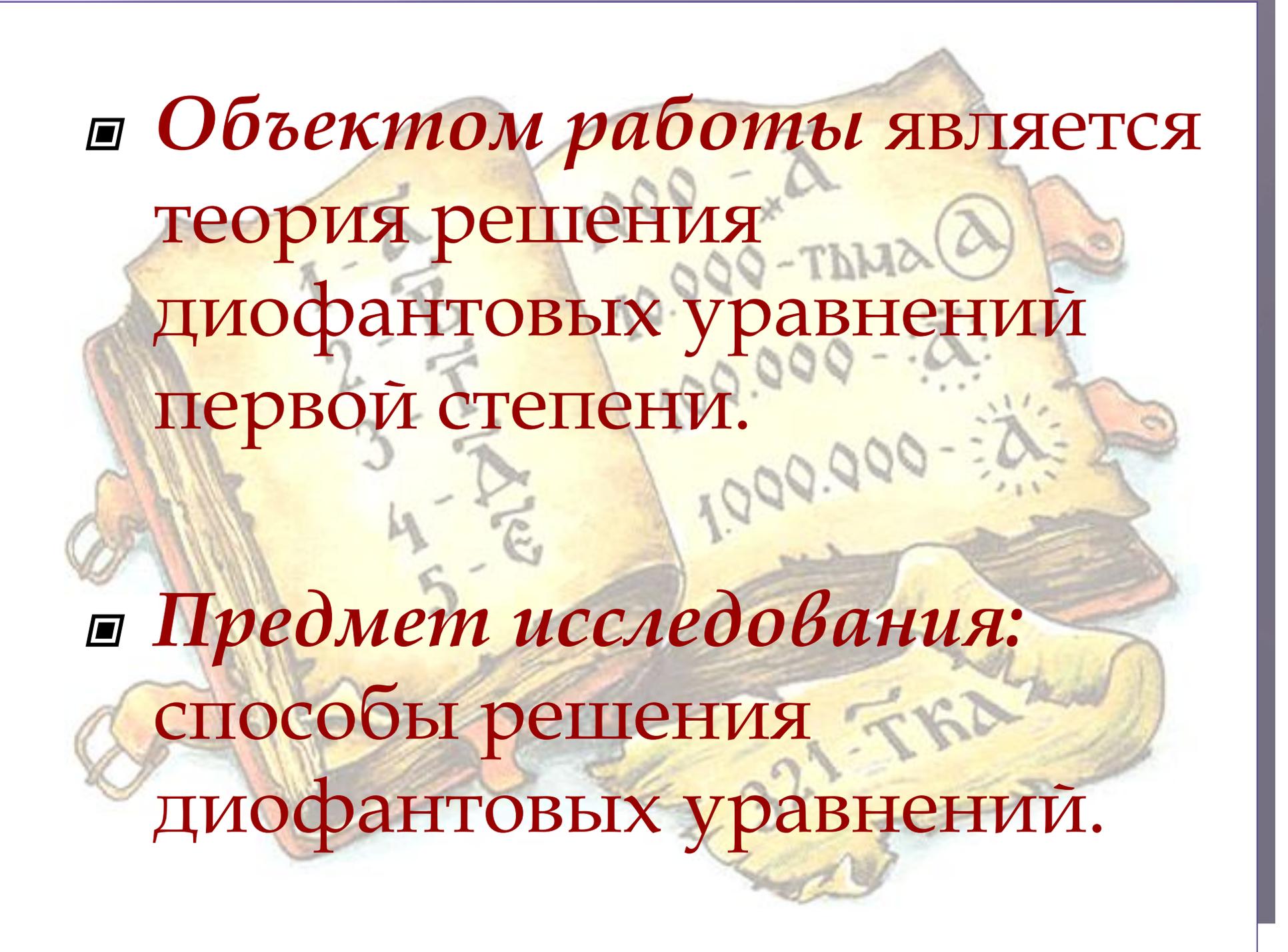
- - исследовать методы решения задач, приводимых к уравнениям первой степени с двумя переменными, выбрав самые удобные и простые;
- - решить задачи из жизни, вступительных экзаменов в ВУЗы экономического направления и олимпиадных заданий, применив изученные методы.
- - разработать методическое пособие для всех интересующихся (подобрать или самим составить задачи с экономическим содержанием, приводящие к решению уравнений с двумя переменными)



Этапы и организация работы:

- 1 Изучение литературы по данному вопросу.
- 2 Изучение способов решения диофантовых уравнений.
- 3 Подборка задач экономического содержания, в том числе задач со вступительных экзаменов в ВУЗы и из жизни человека.
- 4 Решение подобранных задач при помощи уравнений с двумя переменными разными способами. Поиск наиболее оптимальных их решений.
- 5 Оформление работы.
- 6 Создание сборника задач в помощь учителям, школьникам и широкому кругу населения.





■ *Объектом работы* является теория решения диофантовых уравнений первой степени.

■ *Предмет исследования:* способы решения диофантовых уравнений.

Методы исследования:

- Поиск, изучение и обобщение теоретического материала при чтении научной литературы
- Изучение статей в журналах
- Поиск информации в сети Интернет
- Подбор и решение экономических задач из окружающей жизни.



Основные выводы:

- наиболее удобные способы: при помощи алгоритма Евклида и при помощи компьютера.
- Составлен сборник задач экономического содержания для всех интересующихся. Он поможет в решении экономических задач.

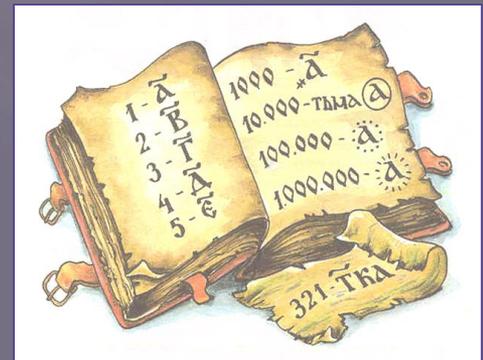


Практическая значимость работы:

- ❖ Помощь школьникам при подготовке к поступлению в ВУЗы.
- ❖ Помощь учителям в организации внеклассной, факультативной работы с обучающимися.
- ❖ Применение в экономике для решения практических хозяйственных задач.
- ❖ Создание сборника задач с решениями для практического использования.

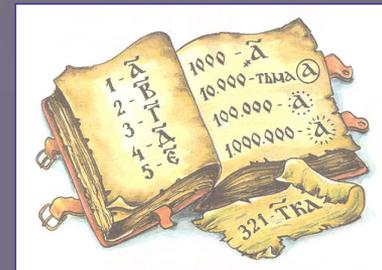
Способы решения диофантовых уравнений:

- Способ перебора вариантов.
- Решение диофантовых уравнений с использованием алгоритма Евклида
- Способ цепной дроби
- Метод рассеивания (измельчения)
- При помощи компьютера на языке программирования Паскаль.



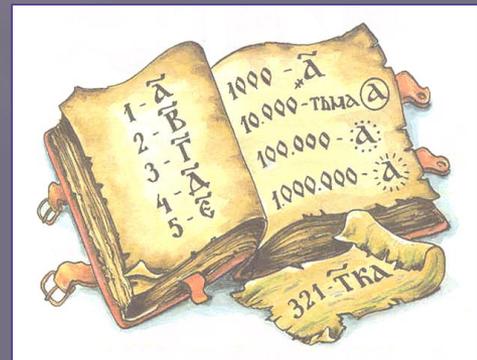
Решим задачу :

- Андрей работает летом в кафе. За каждый час ему платят 10 р. И высчитывают 2 р. за каждую разбитую тарелку. На прошедшей неделе он заработал 180 р. Определите, сколько часов он работал и сколько разбил тарелок, если известно, что он работает не более 3 ч в день.
- Пусть x часов он всего работал в неделю,
- тогда $10x$ р. ему заплатили,
- но он разбил y тарелок, и с него вычли $2y$ р.
- Имеем уравнение $10x - 2y = 180$, причем $x \leq 21$.
Получим: $5x - y = 90$, $5x = 90 + y$, $x = 18 + y/5$.



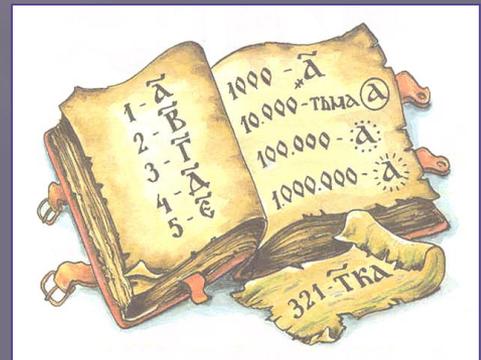
$$x = 18 + y/5 .$$

- ▣ Так как x - целое число, то y должно нацело делиться на 5, чтобы в правой части получилось целое число. Возможны четыре случая:
- ▣ $y=0, x=18$, т. е. решением является пара - $(18, 0)$;
- ▣ $y=5, x=19$, $(19, 5)$;
- ▣ $y=10, x=20$, $(20, 10)$;
- ▣ $y=15, x=21$, $(21, 15)$.



С использованием алгоритма Евклида

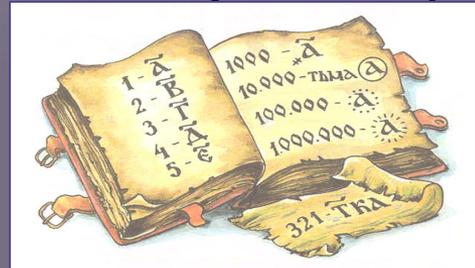
- Для газификации жилого дома требуется проложить газопровод протяженностью 150 м. Имеются трубы 13 м и 9 м длиной. Сколько требуется труб, чтобы не приходилось их резать при прокладке газопровода.
- Пусть требуется x труб по 9 м, и y труб по 13 м. Составим и решим уравнение: $9x + 13y = 150$.
- $\text{НОД}(9; 13) = 1$, уравнение разрешимо в множестве целых чисел.



Применим алгоритм Евклида к числам 13 и 9:

$$\left. \begin{array}{l} 13 = 9 \cdot 1 + 4, \\ 9 = 4 \cdot 2 + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} 4 = 13 - \\ 9 \cdot 1 \end{array}$$

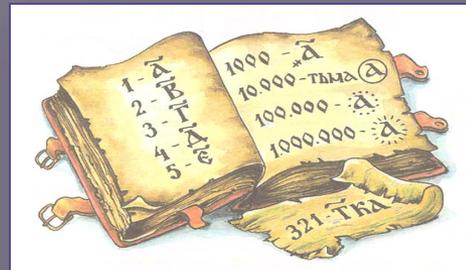
$$\begin{aligned} 1 &= 9 - 4 \cdot 2 = 9 - (13 - 9 \cdot 1) \cdot 2 = \\ &= 9 - 13 \cdot 2 + 9 \cdot 2 = 9 \cdot 3 + 13 \cdot (-2) \\ &\Rightarrow x_0 = 3, y_0 = -2 \end{aligned}$$



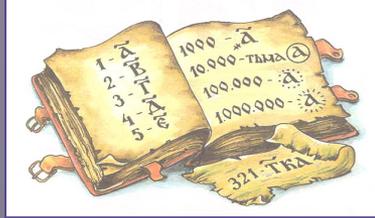
Запишем общее решение уравнения согласно формулам

$$\square \quad x = cx_0 + bt, \quad y = cy_0 - at.$$

$$\begin{cases} x = 150 \cdot 3 + 13t, \\ y = 150 \cdot (-2) - 9t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 450 + 13t, \\ y = -300 - 9t \end{cases}$$



Так как $x \geq 0$ и $y \geq 0$



$$\begin{cases} 13t + 450 \geq 0. \\ -9t - 300 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13t \geq -450, \\ -9t \geq 300 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t \geq -34,6, \\ t \leq -33,3 \end{cases} \Rightarrow t = -34 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 13 \cdot (-34) + 450 = 8, \\ y = -9 \cdot (-34) - 300 = 6 \end{cases}$$

Ответ.

- Для прокладки газопровода потребуется 8 труб длиной по 9м и 6 труб длиной по 13м.



Предложенные нами способы решения уравнений первой степени с двумя переменными

- удобны,
- не требуют больших экономических затрат.

- Если человек не имеет возможности применить компьютер, то может провести вычисления вручную. В противном случае - удобно использовать программу решения уравнений на языке ПАСКАЛЬ.

