

Фигурные числа


Треугольные числа

Выполнила ученица 6 «А» класса

Лицей №2 г. Сургут

Короткова Екатерина

Преподаватель: Зотова Татьяна Викторовна



*«В мире нет места для
некрасивой математики»*

Г. Харди



«Все есть число»

Пифагор



Гипотеза исследования:

*Выкладывая различные правильные многоугольники, мы получаем разные классы **многоугольных чисел**.*

Предположительно от фигурных чисел возникло выражение:

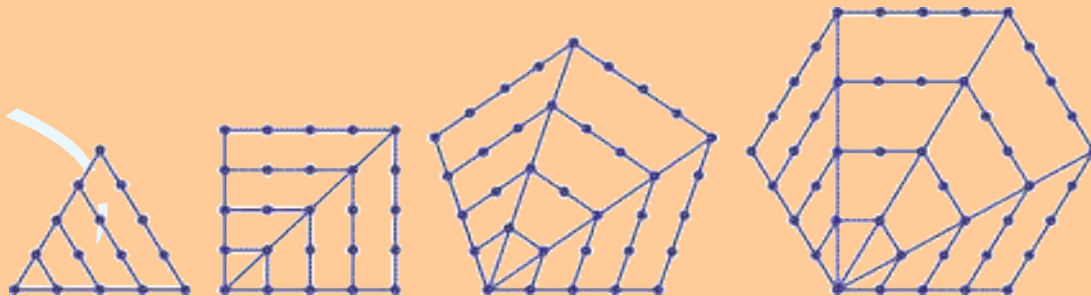
«Возвести число в квадрат или в куб».

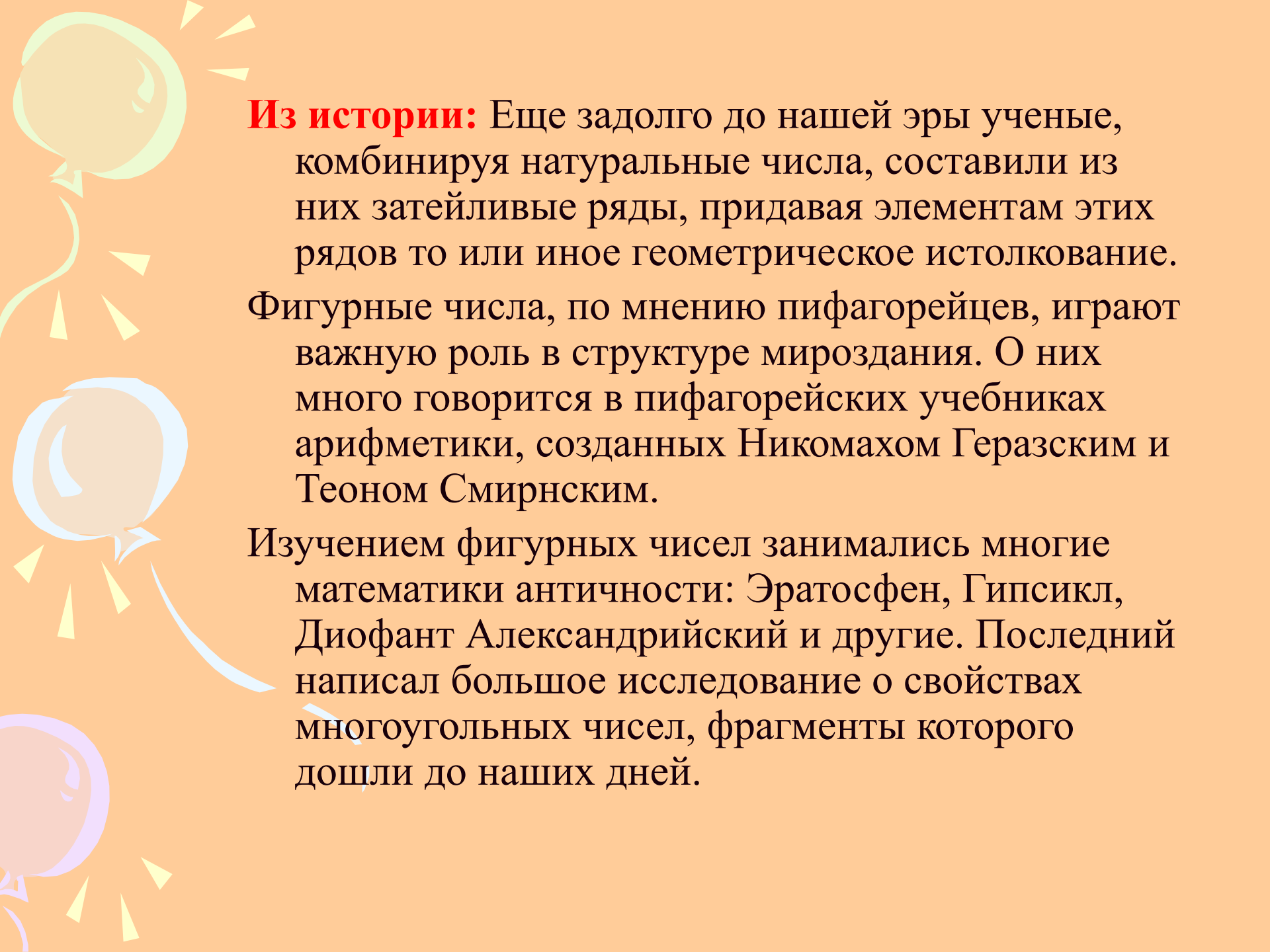
ЦЕЛЬ:

Убедиться в практической значимости фигурных чисел

ЗАДАЧИ:

- *Расширить круг знаний от теории чисел, об открытиях в мире чисел, сделанных Пифагором и его учениками.*
- *Изучить, какую роль играло число в древности.*
- *Заинтересовать волшебной силой чисел, основанной на их свойствах.*
- *Показать связь теории чисел с жизнью, потому что человечество только тогда вступило на путь истинного знания, когда во все свои рассуждения ввело понятие о счете, мере и порядке, т.е. понятие о числе.*



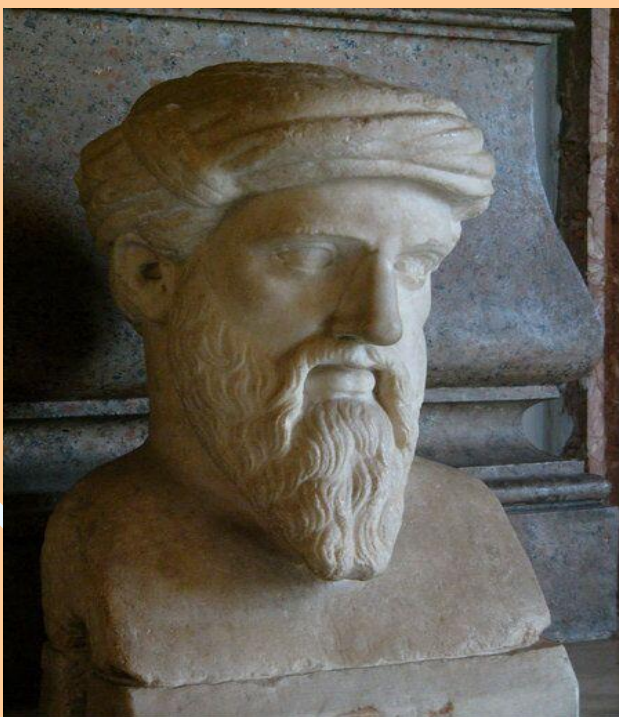
The background is a solid light orange color. On the left side, there are three stylized balloons in yellow, light blue, and light purple, each with a white highlight and a string. Small yellow triangles are scattered around the balloons, resembling confetti or light rays.

Из истории: Еще задолго до нашей эры ученые, комбинируя натуральные числа, составили из них затейливые ряды, придавая элементам этих рядов то или иное геометрическое истолкование.

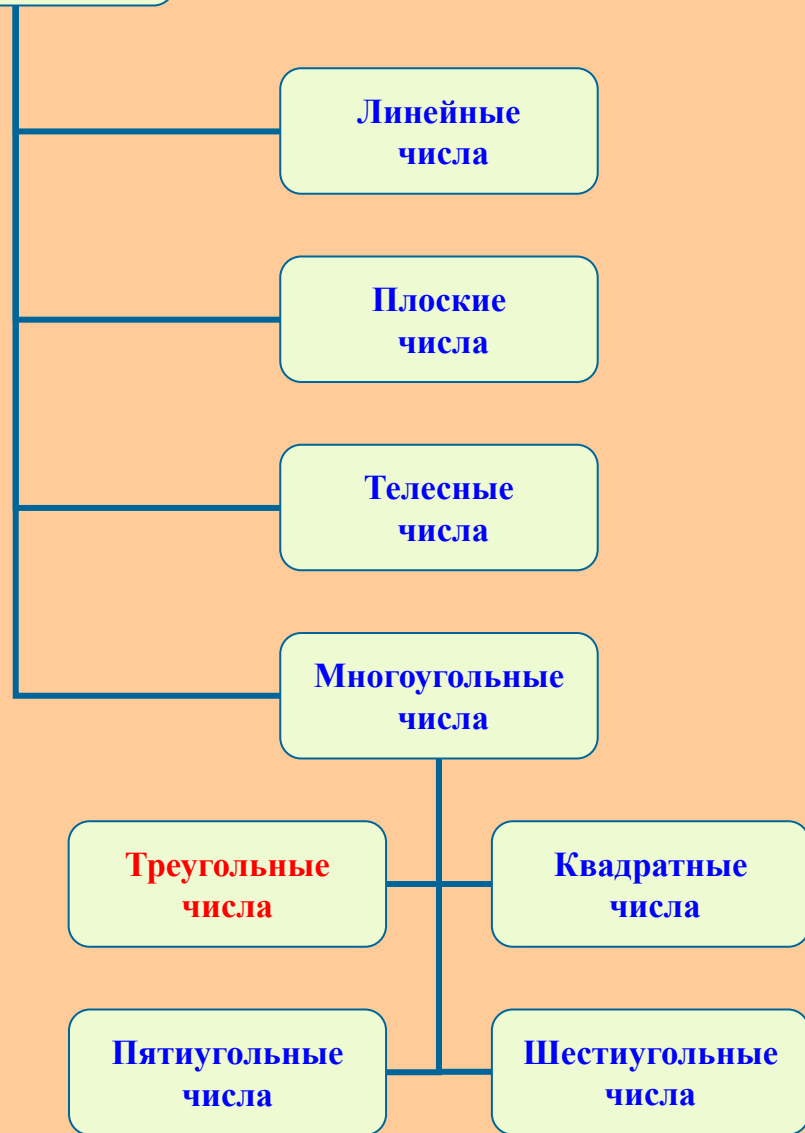
Фигурные числа, по мнению пифагорейцев, играют важную роль в структуре мироздания. О них много говорится в пифагорейских учебниках арифметики, созданных Никомахом Гераским и Теоном Смирнским.

Изучением фигурных чисел занимались многие математики античности: Эратосфен, Гипсикл, Диофант Александрийский и другие. Последний написал большое исследование о свойствах многоугольных чисел, фрагменты которого дошли до наших дней.

Фигурные числа – общее название чисел, связанных с той или иной геометрической фигурой. Это историческое понятие восходит к



Виды фигурных чисел



Треугольные числа

Треугольное число — это число кружков, которые могут быть расставлены в форме равностороннего треугольника.

Последовательность треугольных чисел T_n для $n = 0, 1, 2, \dots$ начинается так 0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55...

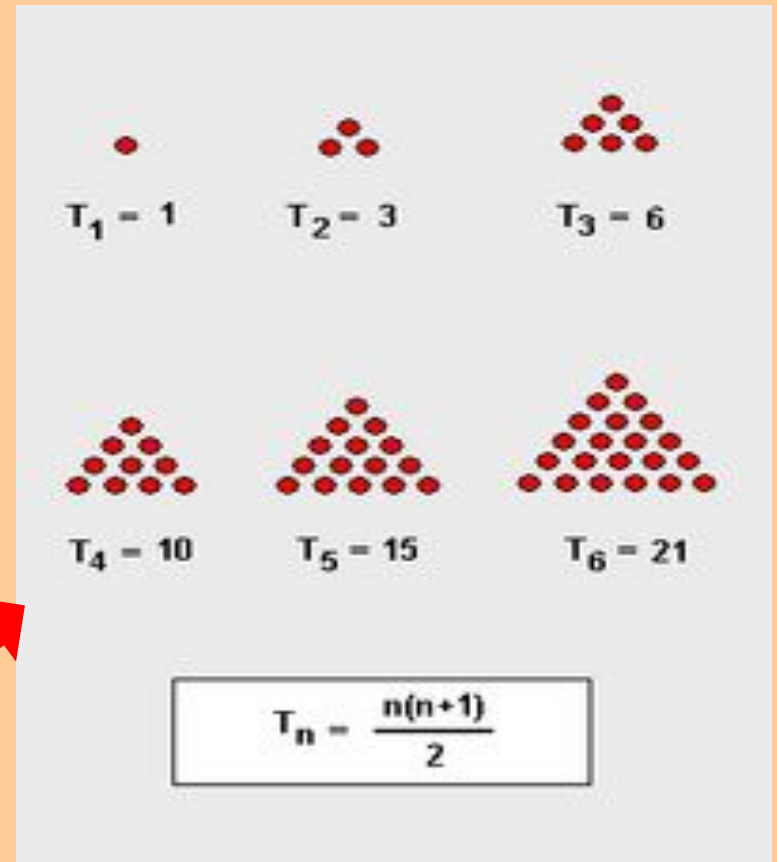


Схема последовательного вычисления треугольных чисел

Какой же вид имеют треугольные числа? Заметим, что

$$1 = 1$$

$$3 = 1 + 2$$

$$6 = 1 + 2 + 3$$

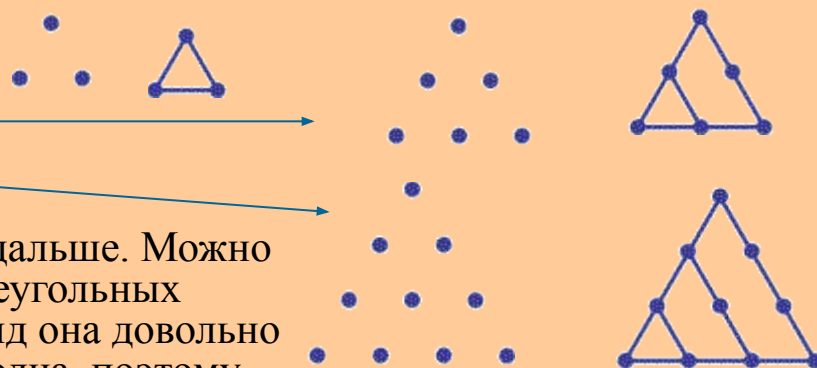
$$10 = 1 + 2 + 3 + 4$$

$$15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

...

Эта закономерность сохраняется и дальше. Можно вывести формулу для получения треугольных чисел: $T_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n$. На вид она довольно проста, но для вычислений не пригодна, поэтому представим ее в следующем виде:

$$T_n = \frac{1}{2} n(n + 1)$$



Графическое правило получения треугольного числа:

Каждое следующее число получается из предыдущего путем сложения

$$1+2=3$$

$$3+3=6$$

$$6+4=10$$

$$10+5=15$$

$$15+6=21$$

$$21+7=28$$

$$28+8=36$$

№	1	2	3	4	5	6	7	8
Треугольное число	1	3	6	10	15

Кроме треугольных чисел существуют также числа **квадратные, пятиугольные, шестиугольные** и т. п. Они связаны соответственно с квадратом, правильным пятиугольником, правильным шестиугольником и т. д.

Квадратные числа - представляют собой произведение двух одинаковых натуральных чисел, то есть являются полными квадратами:

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, ..., n^2 , ...

$$Kn = n^2$$

Пятиугольные числа 1, 5, 12, 22, 35, 51, 70, 92, 117, 145...

$$П_n = \frac{1}{2} n(3n - 1)$$

Шестиугольные числа 1, 6, 15, 28, 45, 66, 91, 120, 153, 190, ..., $2n^2 - n$, ...

Общая формула для вычисления многоугольных чисел имеет вид:

$$F_n^{(k)} = \frac{(k-2)n^2 - (k-4)n}{2}$$

Решение примера!

$$T_n = \frac{1}{2} n(n + 1)$$

Чему равно треугольное число с номером 35?

$$\frac{1}{2} * 35 * (35 + 1) = \frac{1}{2} * 35 * 36 = 630$$

Чему равно треугольное число с номером 50?

$$\frac{1}{2} * 50 * (50 + 1) = \frac{1}{2} * 50 * 51 = 1275$$

Чему равно треугольное число с номером 1000?

$$\frac{1}{2} * 1000 * (1000 + 1) = \frac{1}{2} * 1000 * 1001 = 500500$$



А вы решите?

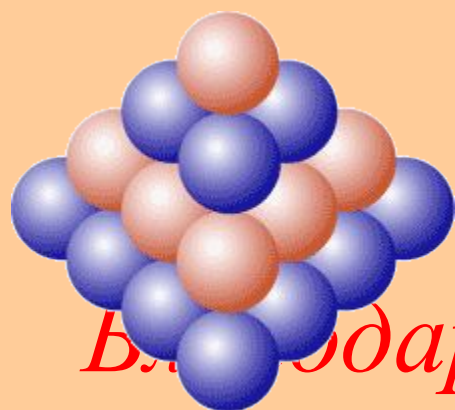
Задача:

Шары уложили в равносторонний
треугольник, в котором 25 рядов.
Сколько потребовалось шаров?



Используемая литература

1. **Энциклопедический словарь Ф.А. Брокгауза и И.А. Ефрона**
http://dic.academic.ru/contents.nsf/brokgauz_efron/
2. **Задачи на смекалку: Учебник для 5 класса под ред. Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина – М.: Просвещение, 2006г.**



Благодарю за внимание!

