

# Нормирование и экстраполяция в нечётких моделях

Сергей Савенко 8205

# Нормирование

- Суть: перейти от рассмотрения величин, имеющих интервал значений  $[x_{\min}, x_{\max}]$  к рассмотрению нормированного интервала  $[-1, 1]$  или  $[0, 1]$ .



**Рис. 5.90.** Нормирование входов и выходов модели (N — операция нормирования,  $x^N$  — нормированная величина, DN — операция денормирования)

# Зачем нормировать?

- Сходные модели для качественно подобных систем.
- Как следствие, упрощение жизни разработчиков.

# Как нормировать? (1)

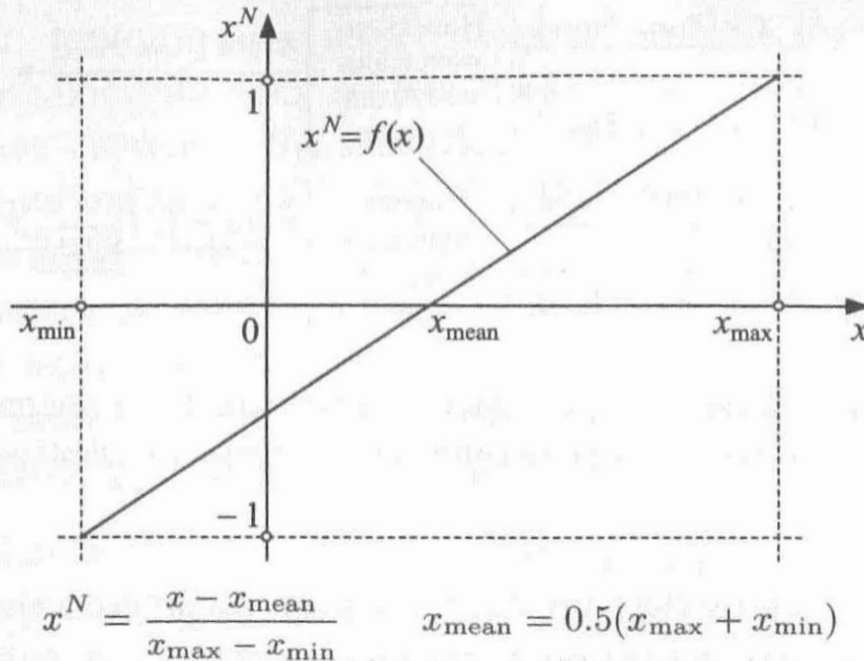


Рис. 5.91. Нормирование величины  $x$  с использованием интервала  $[-1, 1]$

- + : Используется весь интервал  $[-1, 1]$ .
- : Нули исходной и нормированной величины не совпадают.

# Как нормировать? (2)

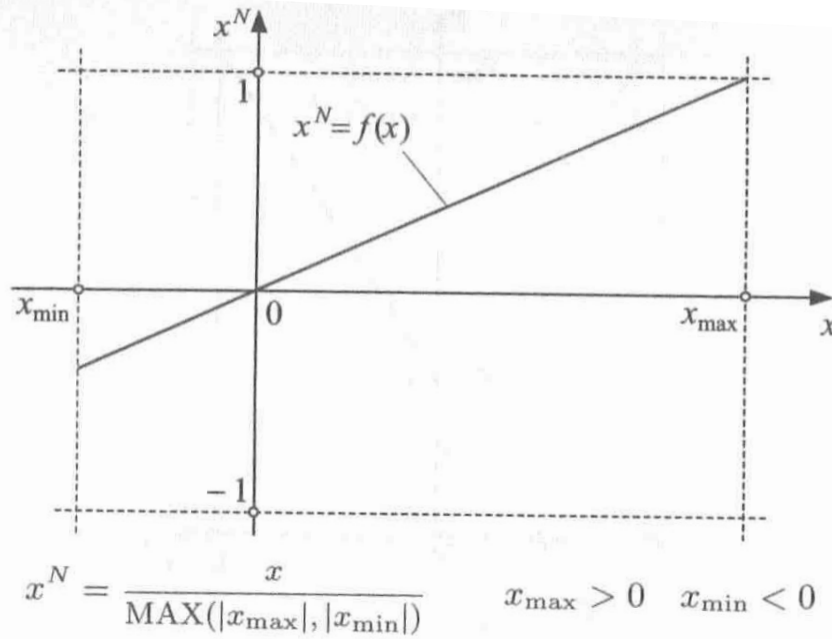


Рис. 5.92. Упрощенное нормирование величины  $x$  с использованием интервала  $[-1, 1]$

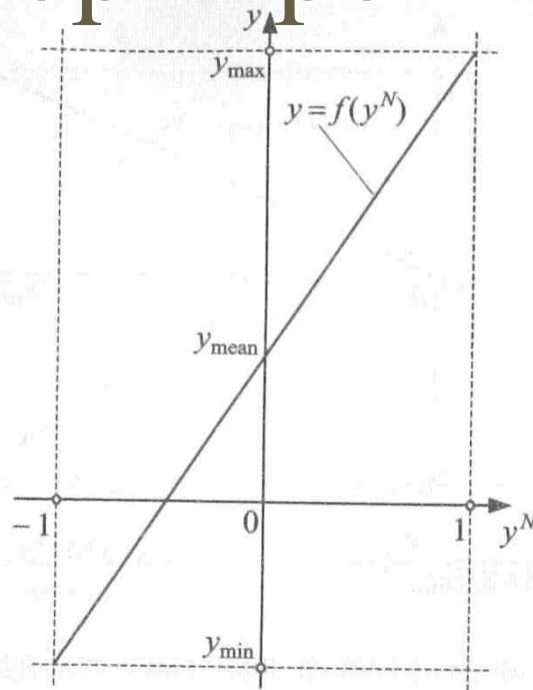
+: Дешевле вычислять.

-: Интервал используется не полностью. (за исключением симметричных интервалов)

# Денормирование

- На выходе нормированной нечёткой модели получаем выходное значение с симметричным интервалом  $[-1, 1]$ .
- Денормированное выходное значение может иметь асимметричный интервал изменения.
- $[-1, 1] \rightarrow [y_{\min}, y_{\max}]$

# Как денормировать? (1)

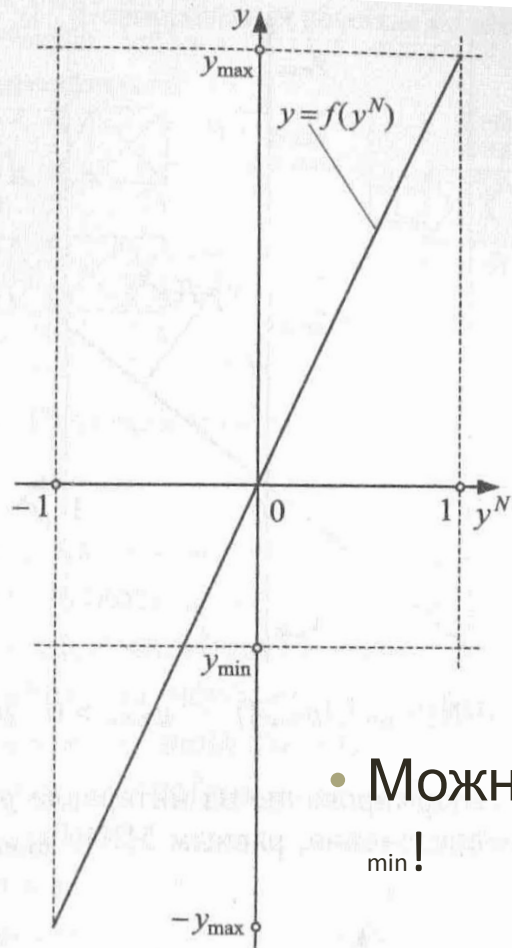


$$y = y^N \cdot (y_{\max} - y_{\min}) + y_{\text{mean}} \quad y_{\text{mean}} = 0.5(y_{\max} + y_{\min})$$

**Рис. 5.94.** Денормирование  $y^N \rightarrow y$  из интервала  $y^N : [-1, 1]$  с полным использованием интервала  $y : [y_{\min}, y_{\max}]$

- + : Используется весь интервал  $[y_{\min}, y_{\max}]$ .
- : Нули исходной и нормированной величины не совпадают.

# Как денормировать? (2)



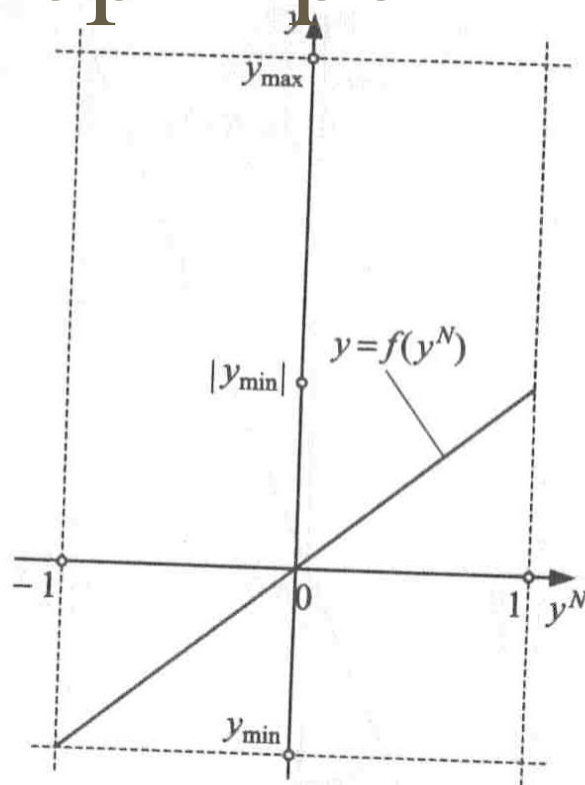
- Можно получить значение меньше  $y_{\min}$ !

$$y = y^N \cdot \text{MAX}(|y_{\min}|, |y_{\max}|) \quad y_{\max} > 0 \quad y_{\min} < 0$$

**Рис. 5.95.** Упрощенное денормирование из интервала  $y^N : [-1, 1]$  с коэффициентом преобразования, равным  $\text{MAX}(|y_{\min}|, |y_{\max}|)$



# Как денормировать? (3)



- $y_{\max}$  недостижим!

$$y = y^N \cdot \text{MIN}(|y_{\min}|, |y_{\max}|) \quad y_{\max} > 0 \quad y_{\min} < 0$$

Рис. 5.96. Упрощенное денормирование из интервала  $y^N : [-1, 1]$  с коэффициентом преобразования, равным  $\text{MIN}(|y_{\min}|, |y_{\max}|)$

# Нормирование: итогу

- Нормирование и денормирование – линейные преобразования:

$$x^N = k_x \cdot x + x_0^N \quad \text{или} \quad x^N = k_x \cdot x,$$

$$y = k_y \cdot y^N + y_0 \quad \text{или} \quad y = k_y \cdot y^N,$$

- Нормированная нечёткая модель:



Рис. 5.98. Нечеткая модель с нормированной частью

# Экстраполяция

- Экстраполяция – расширение поверхности модели на внешние области, для которых отсутствуют результаты измерений, где достоверность модели не подтверждена.

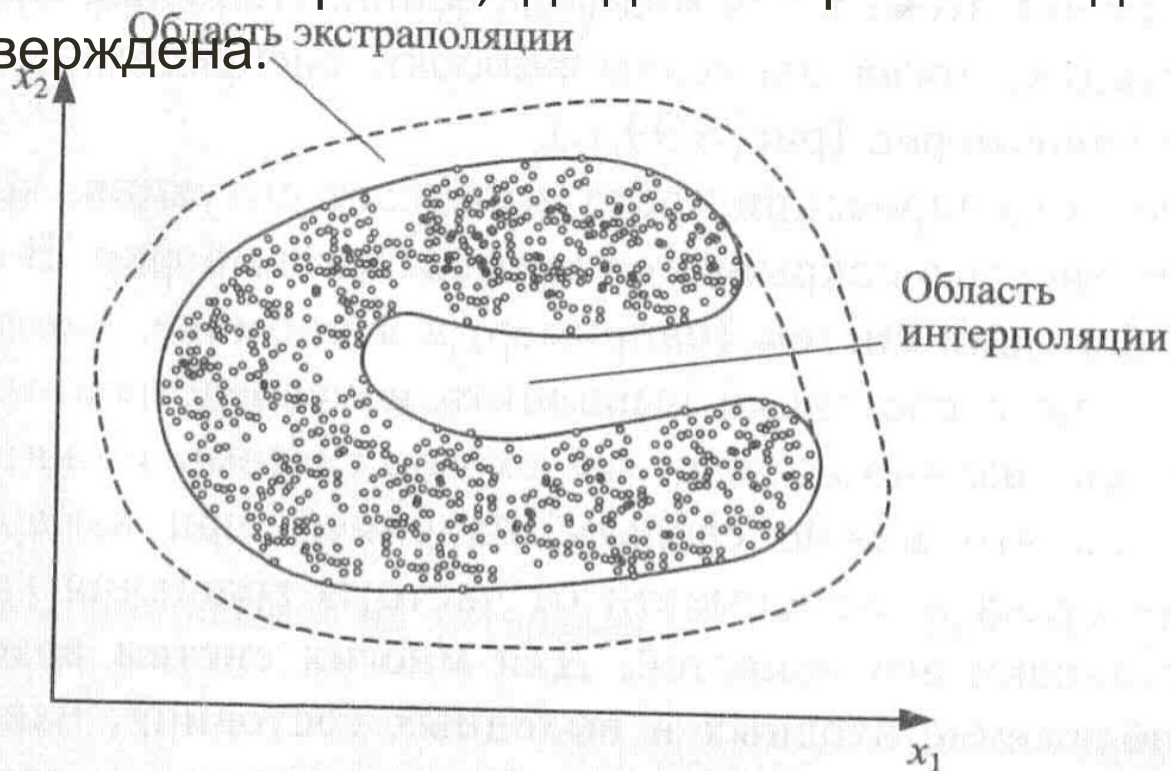
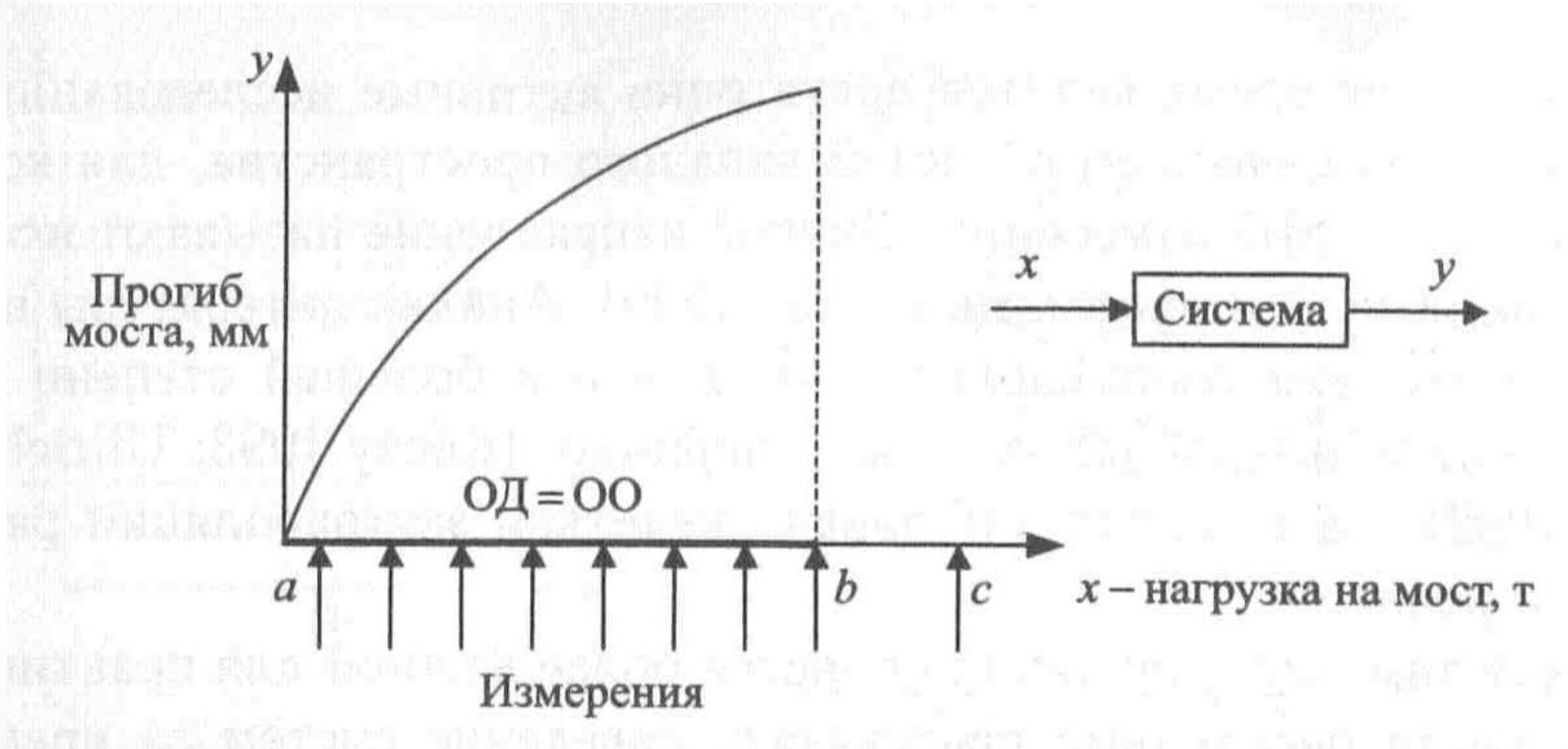


Рис. 5.100. Области интерполяции и экстраполяции модели

# Пример



- Что будет в точке  $c$ ?

# Угадаем?

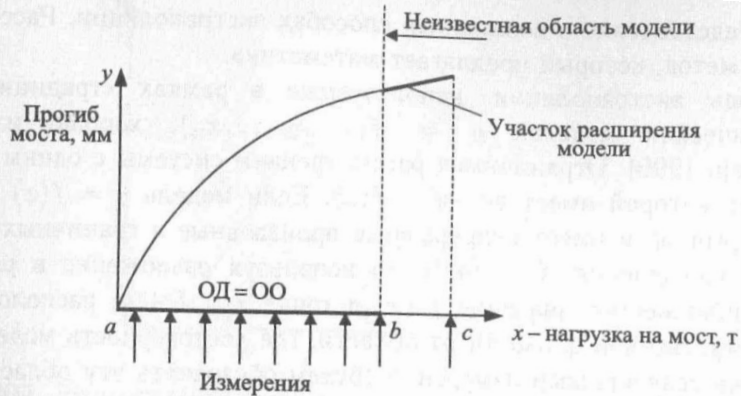


Рис. 5.102. Пример непрерывной экстраполяции характеристики моста на расширенную область определения

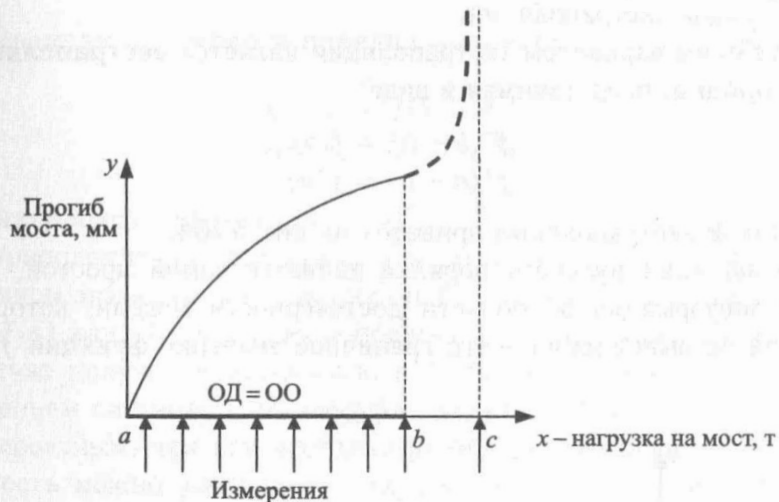
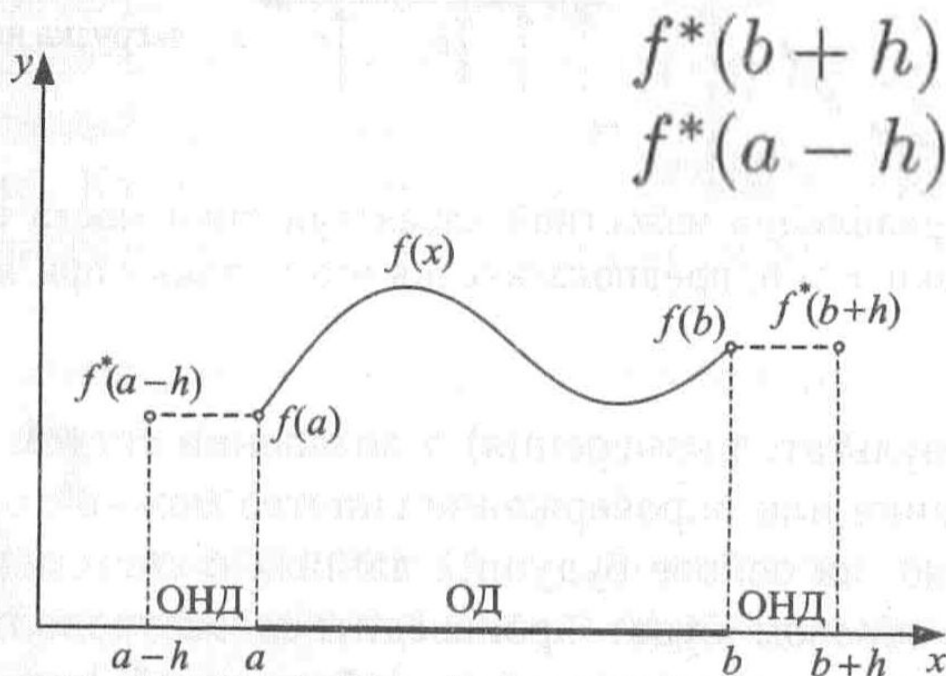


Рис. 5.103. Экстраполяция известной характеристики моста в область увеличенной нагрузки  $x > b$ , предполагающая его поломку при нагрузке  $x = c$

- Экстраполяция модели носит характер предположения !



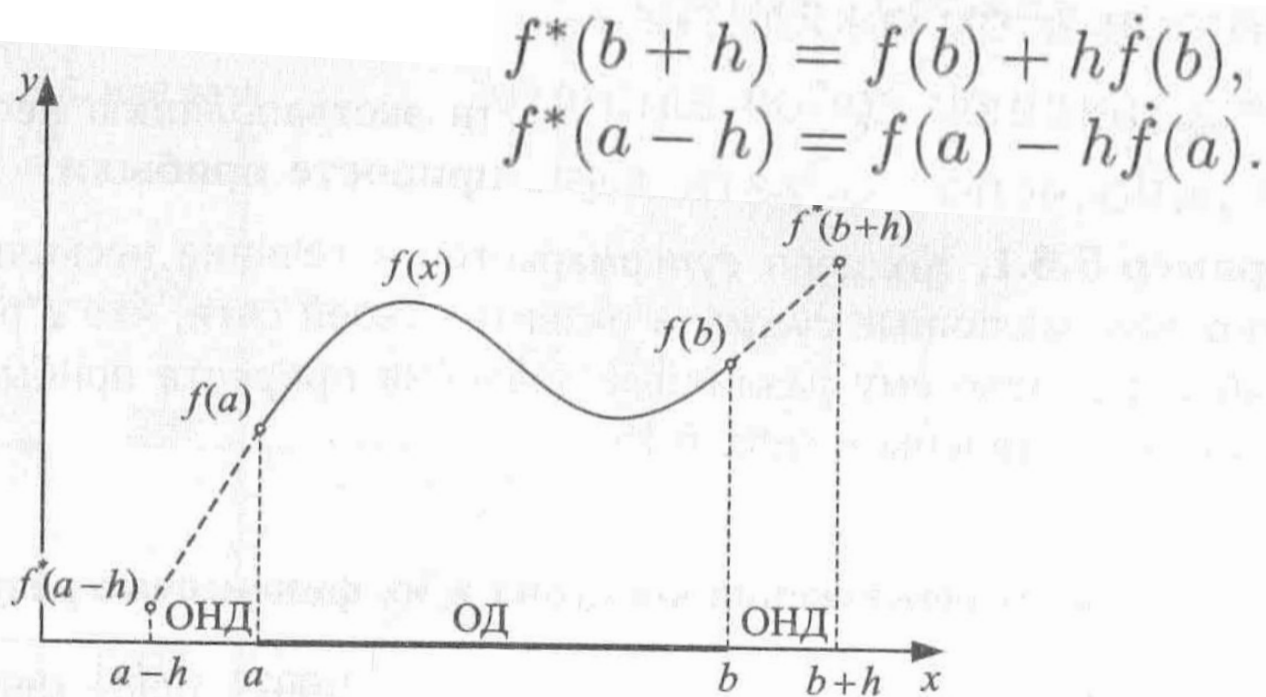
# Экстраполяция 0-го порядка



$$f^*(b+h) = f(b),$$
$$f^*(a-h) = f(a).$$

**Рис. 5.104.** Экстраполяция нулевого порядка функции  $f(x)$ ;  $[a, b]$  — область достоверности функции (ОД),  $x < a$ ,  $x > b$  — области, в которых достоверность функции не подтверждена (ОНД)

# Экстраполяция 1-го порядка



**Рис. 5.105.** Экстраполяция первого порядка: ОД — область, где достоверность модели подтверждена измерениями, ОНД — область, достоверность модели в которой не подтверждена

# Экстраполяция n-го порядка

- Можно использовать экстраполяции более высоких порядков, однако полученные значения останутся лишь необоснованными предположениями.

$$f(b+h) \cong f(b) + \frac{h}{1!} f'(b) + \frac{h^2}{2!} f''(b) + \dots + \frac{h^n}{n!} f^{(n)}(b),$$



# Задача о приросте прибыли

## Капиталовложения концерна и их финансовые результаты

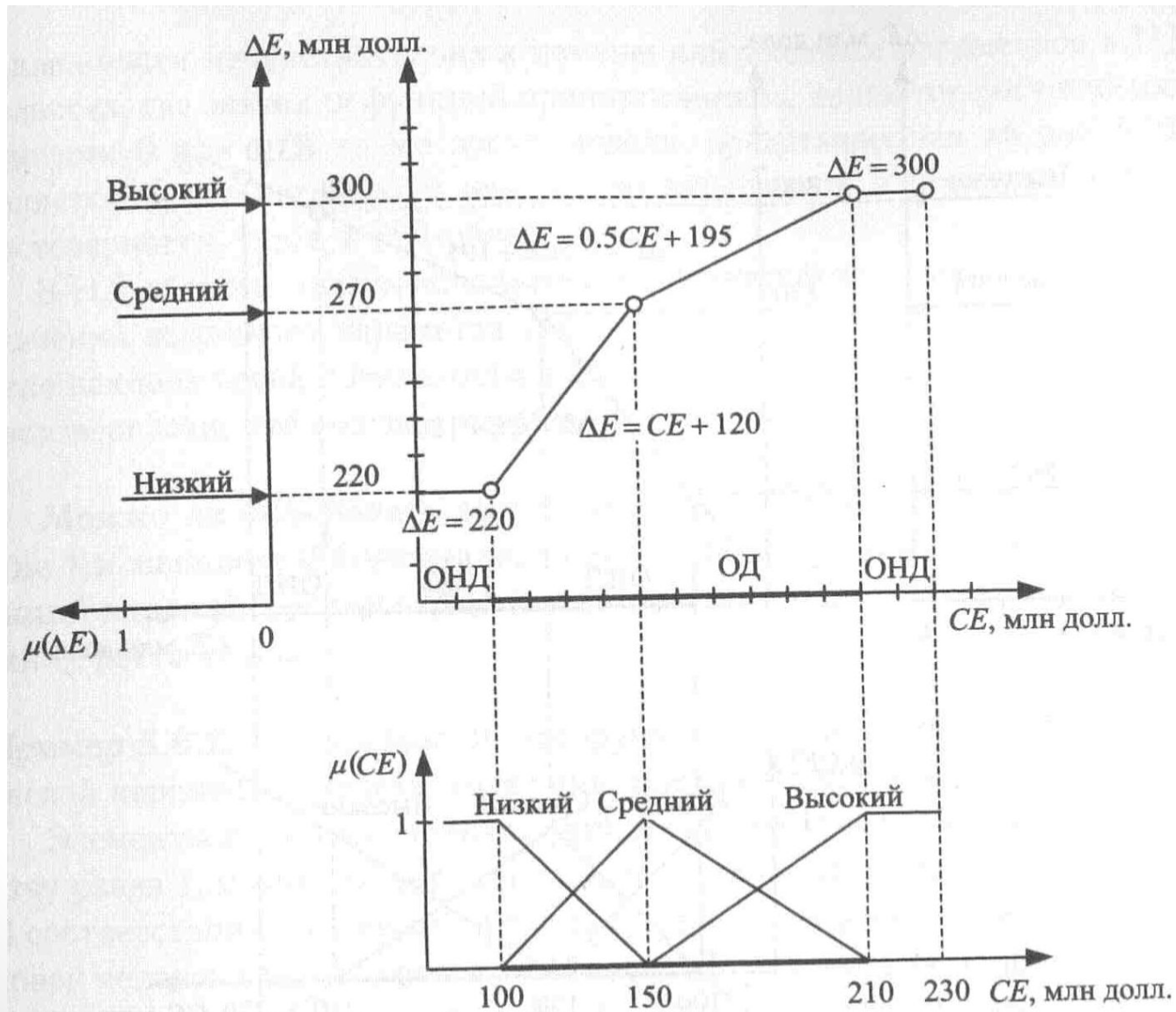
Год	1997	1998	1999	2000
Капиталовложения $CE$ [млн долл.]	100	150	210	230
Прирост прибыли $\Delta E$ [млн долл.]	220	270	300	?

ЕСЛИ (капиталовложения низкие) ТО (прирост прибыли низкий),  
ЕСЛИ (капиталовложения средние) ТО (прирост прибыли средний),  
ЕСЛИ (капиталовложения высокие) ТО (прирост прибыли высокий).

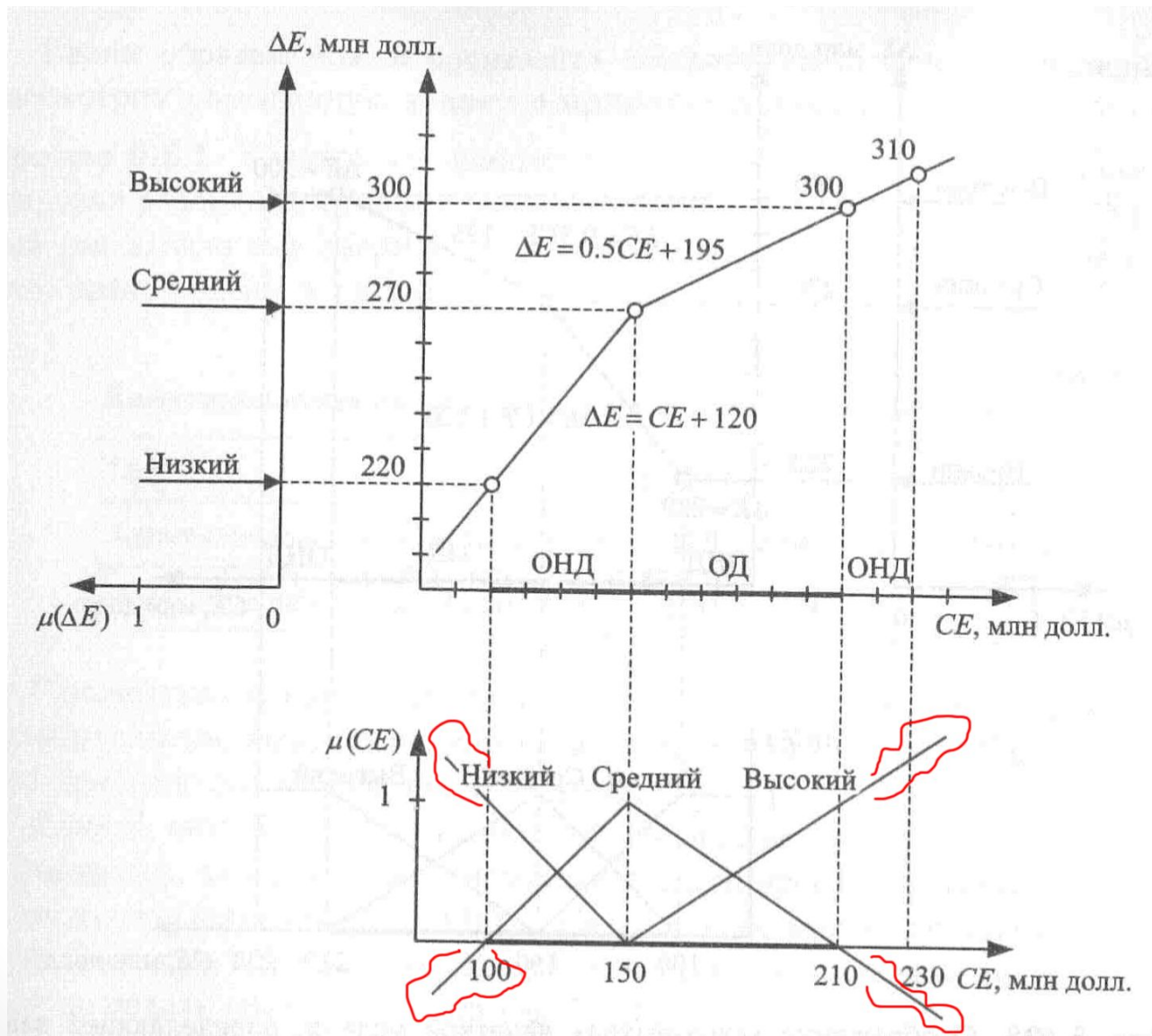
$$\Delta E = CE + 120 \quad \text{для} \quad 100 \leq CE \leq 150,$$

$$\Delta E = 0.5 \cdot CE + 195 \quad \text{для} \quad 150 < CE \leq 210.$$

# Решение 1

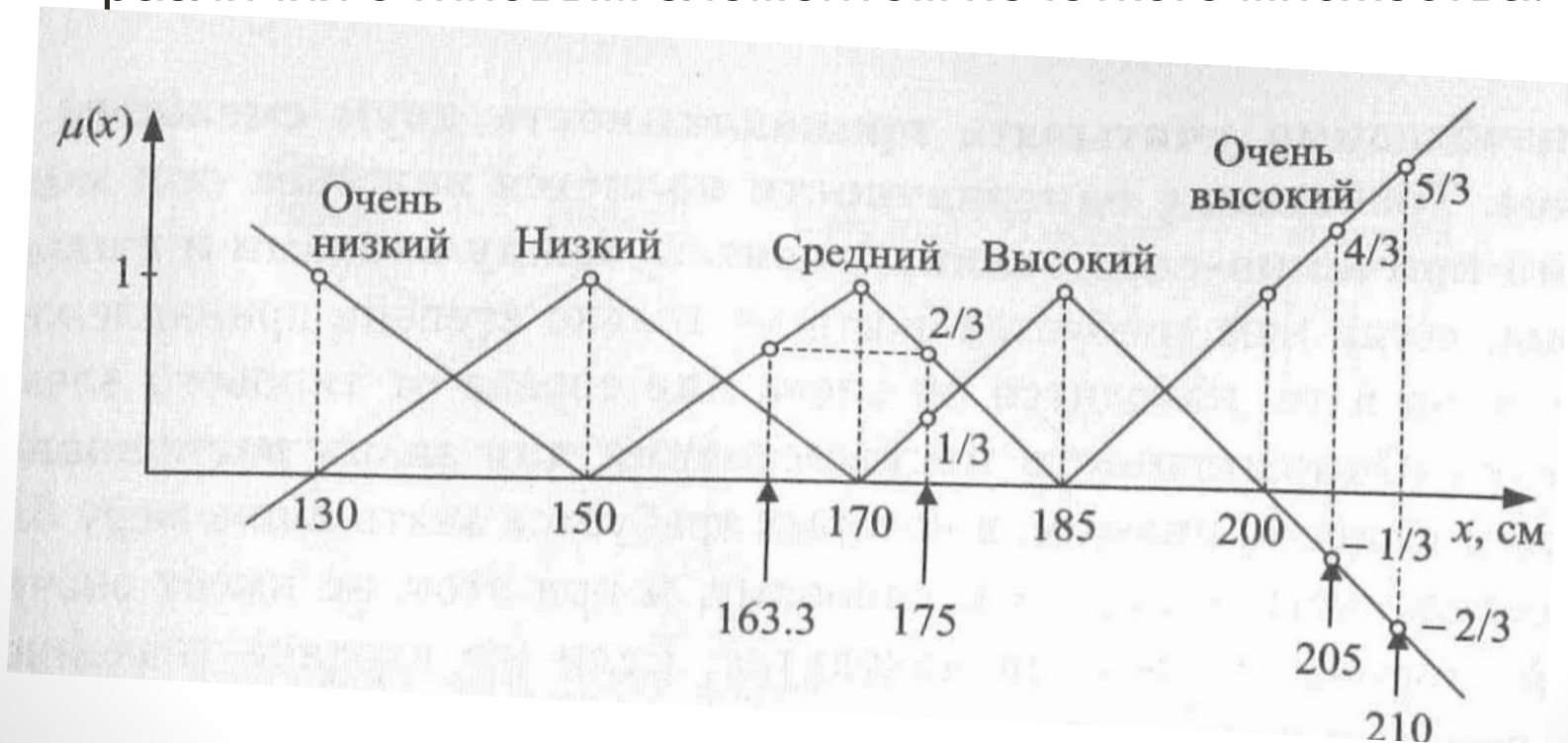


# Решение 2



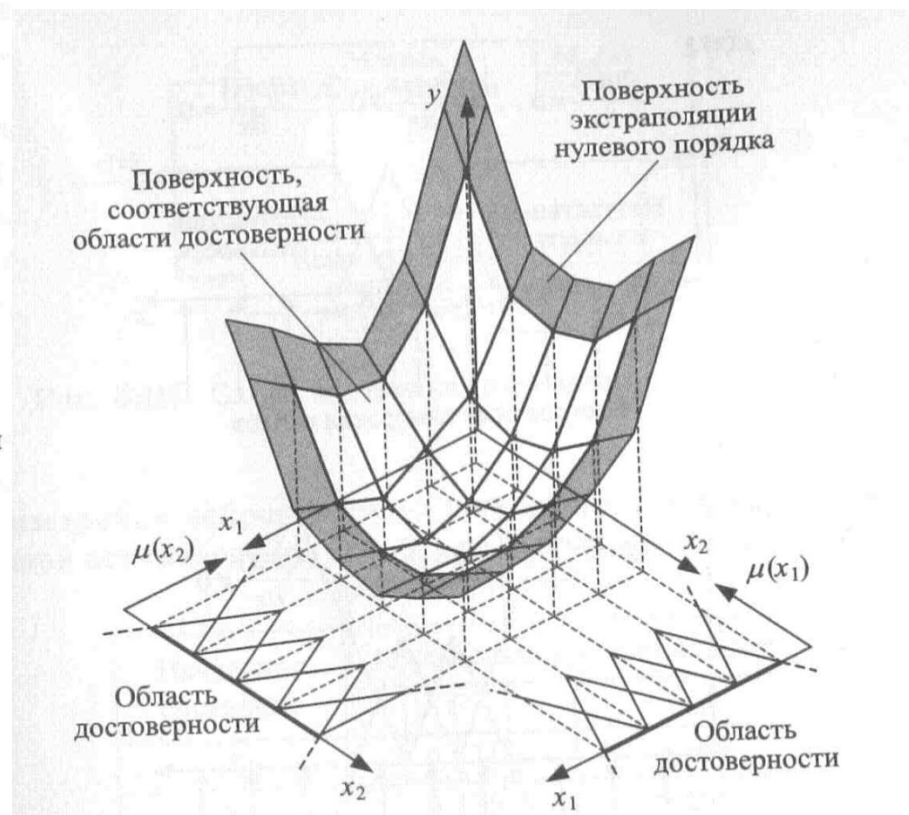
# Что значит $\mu(CE) > 1$ ?

- Значения в интервале  $[1, \infty)$  – степень сходства с типовым элементом нечёткого множества.
- Значения в интервале  $(-\infty, 0]$  – степень несходства или различия с типовым элементом нечёткого множества.





# Примеры экстраполяции



# Замечания

- Расширение нечёткой модели не обязательно должно быть линейным.
- Расширение области определения не должно быть большим – чем меньше, тем лучше.

Спасибо за внимание!