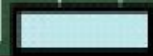
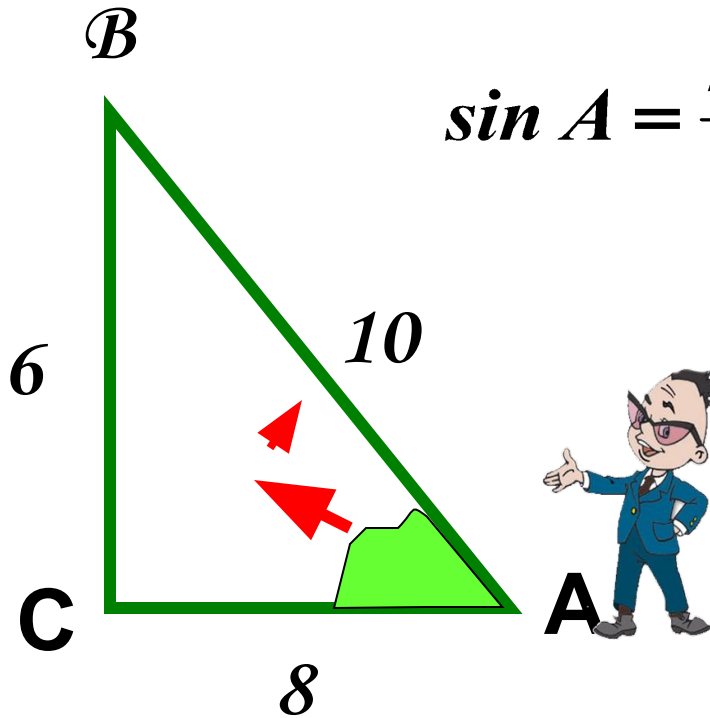


# Задачи В4



В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  
 $AB=10$ ,  $AC=8$ .

Найдите  $\sin A$ .



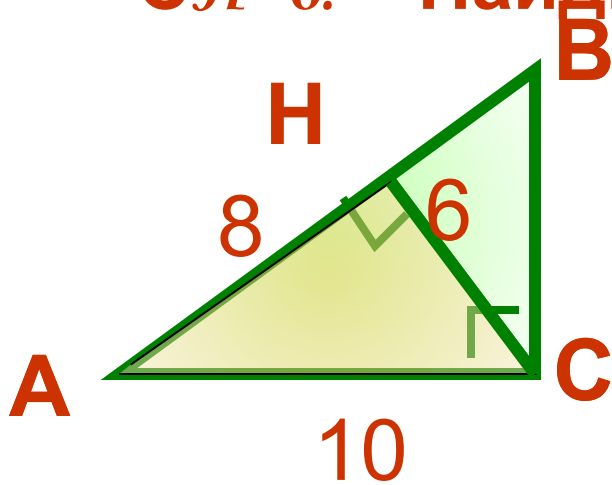
$$\sin A = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

$$BC = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sin A = \frac{6}{10} = 0,6$$

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  
 $AC=10$ , **Высота**

$CH=6$ . Найдите  $tg A$ .



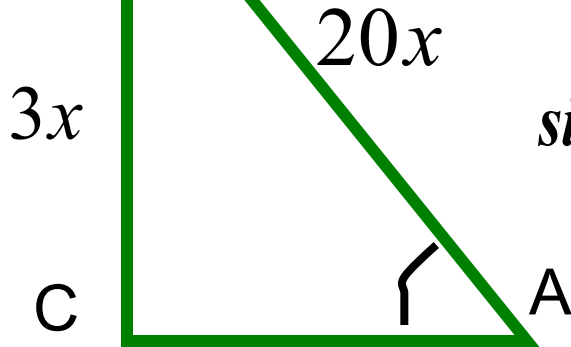
$$tg A = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}}$$

$$AH = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$$

$$tg A = \frac{6}{8} = 0,75$$

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = 3/20$ ,  $AC = \sqrt{391}$

Найдите  $BC$ .



$$\sin \angle A = \frac{3}{20} \Leftrightarrow \frac{BC}{AB} = \frac{3x}{20x}; BC = 3x; AB = 20x$$

Тогда по Т Пифагора

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{400x^2 - 9x^2} = \sqrt{391}x$$

$$AC = \sqrt{391} \quad (\text{по условию})$$

$$AC = \sqrt{391}x = \sqrt{391}$$

Отсюда  
 $x=1$

$$BC = 3x = 3 \cdot 1 = 3$$

Выгодно узнать и длину, и выражение через  $x$  одного и того же отрезка; это

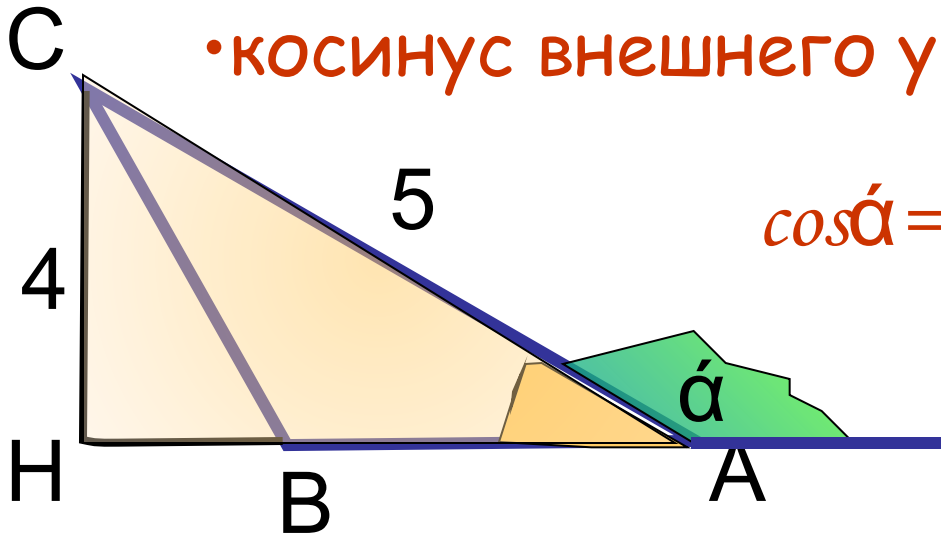
В тупоугольном  $\triangle ABC$   $AB=BC$ , высота  $CH=4$ .  
Найдите

• синус внешнего угла при вершине  $A$ .

$$\sin \acute{\alpha} = \sin(180 - \mathcal{A}) = \sin \mathcal{A} = 0,8$$

• косинус внешнего угла при вершине  $A$ .

$$\cos \acute{\alpha} = \cos(180 - \mathcal{A}) = -\cos \mathcal{A} = -0,6$$

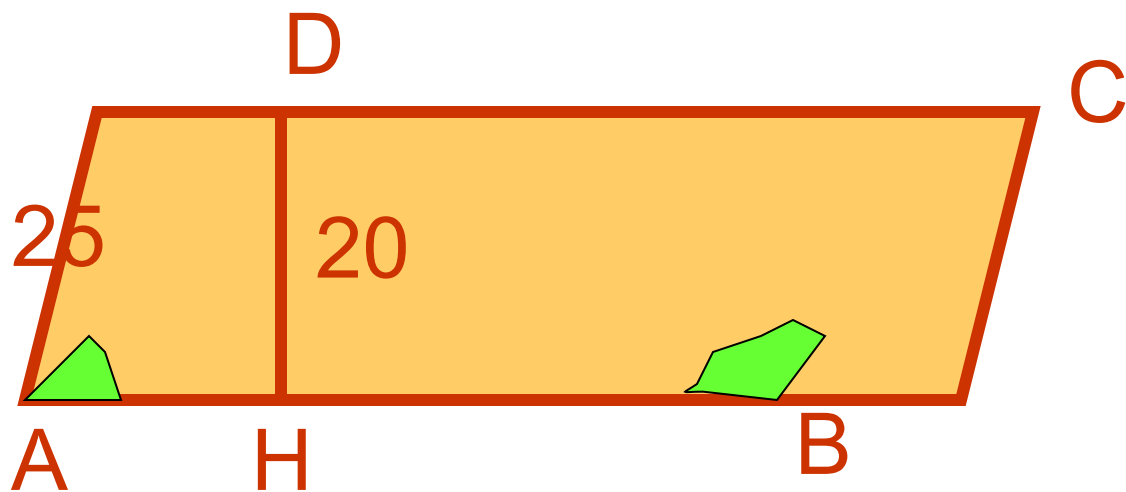


• тангенс внешнего угла при вершине  $A$ .

$$\operatorname{tg} \acute{\alpha} = \operatorname{tg}(180 - \mathcal{A}) = -\operatorname{tg} \mathcal{A} = -4/3$$

**Вывод:** если  $\acute{\alpha} + \beta = 180^\circ$ , то  $\sin \acute{\alpha} = \sin \beta$ ,  $\cos \acute{\alpha} = -\cos \beta$ ,

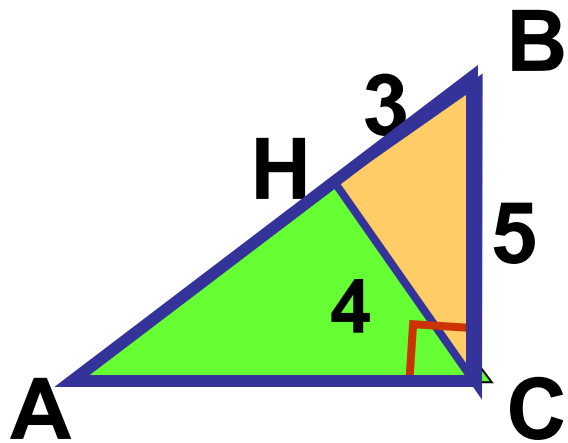
- В параллелограмме  $ABCD$  высота, опущенная на сторону  $AB$ , равна 20,  $AD=25$ . Найдите синус угла  $B$ .



A

$$\angle A + \angle B = 180^\circ$$

$$\text{Значит, } \sin B = \sin A = 20/25 = 4/5 = 0,8$$



$$HC=4$$

$$\operatorname{tg} A = \operatorname{tg}(90^\circ - B) = \operatorname{ctg} B = 3/4 = 0,75$$

$$\cos A = \cos(90^\circ - B) = \sin B = 4/5 = 0,8$$

$$\sin A = \sin(90^\circ - B) = \cos B = 3/5 = 0,6$$

Найдите  $\operatorname{tg} A$

Найдите  $\cos A$

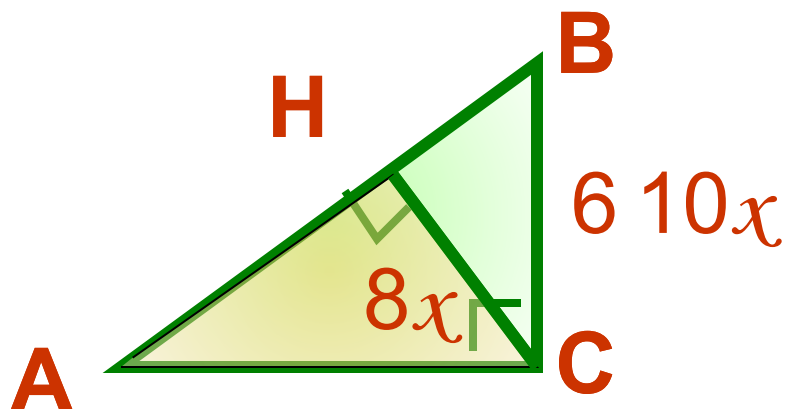
Найдите  $\sin A$

**Вывод:** если  $\alpha + \beta = 90^\circ$ , то  $\sin \alpha = \cos \beta$ ,  $\cos \alpha = \sin \beta$ ,

$$\alpha = \operatorname{ctg} \beta$$

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$ -высота,

$\cos A = 0,8$ ,  $BC = 6$ . Найдите  $CH$ .



Выгоднее знать одну из тригонометрических функций

угла  $B$ :  $\cos A = \sin B = 0,8$ .

$$\sin B = \frac{8}{10} \Leftrightarrow \frac{CH}{BC} = \frac{8x}{10x};$$

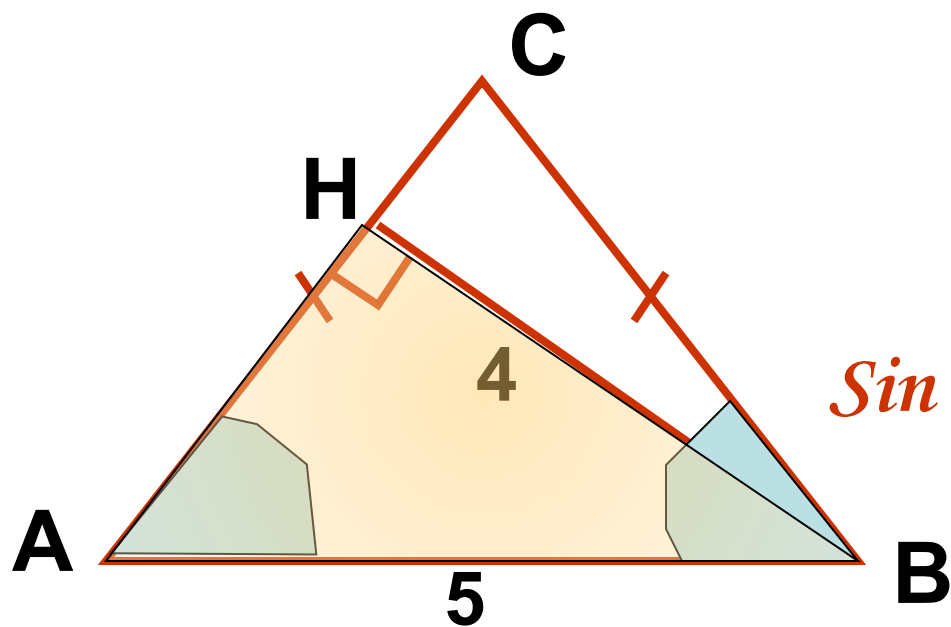
$$CH = 8x; BC = 10x$$

$$BC = 10x = 6$$

Отсюда  $x = 0,6$

$$CH = 8x = 8 \cdot 0,6 = 4,8$$

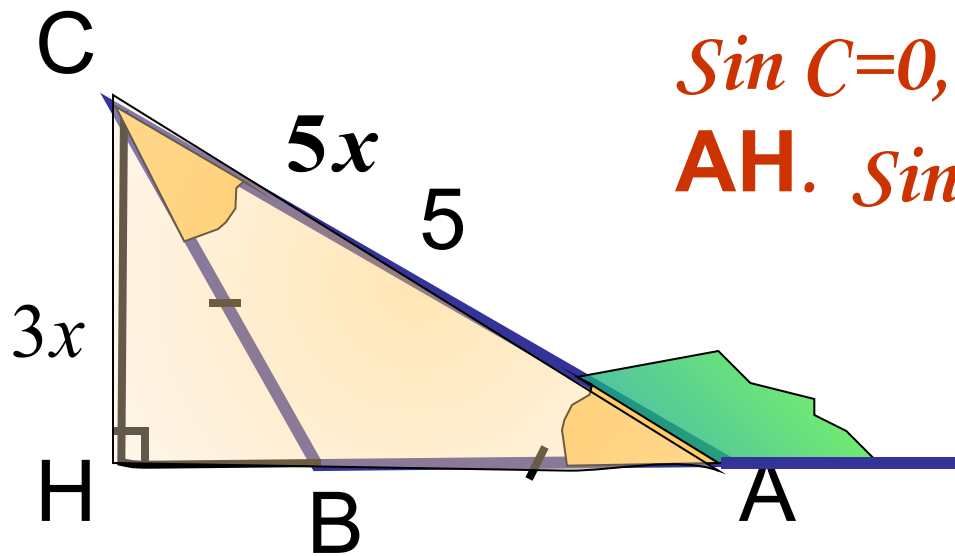




Найдите  
 $\sin B$

$\sin B = \sin A$  (т.к.  $\angle A = \angle B$ )

$$\sin B = \sin A = 4/5 = 0,8$$



*Sin C=0,6. Найдите  
AH. Sin C=sin A=0,6=6/10=3/5*

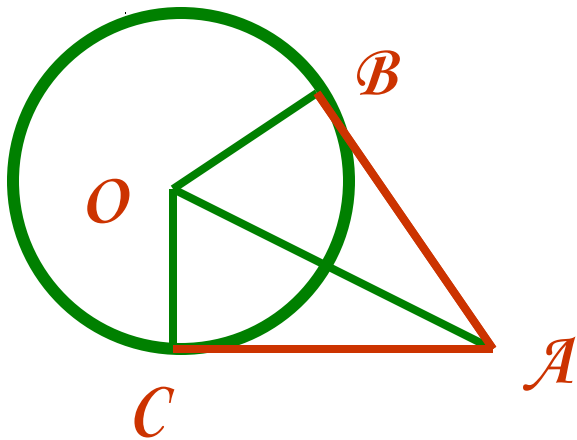
$$\sin A = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{CH}{AC} = \frac{3x}{5x}; \quad CH = 3x; AC = 5x$$

$$AC = 5x = 5, x = 1$$

$$AH = \sqrt{25x^2 - 9x^2} = 4x$$

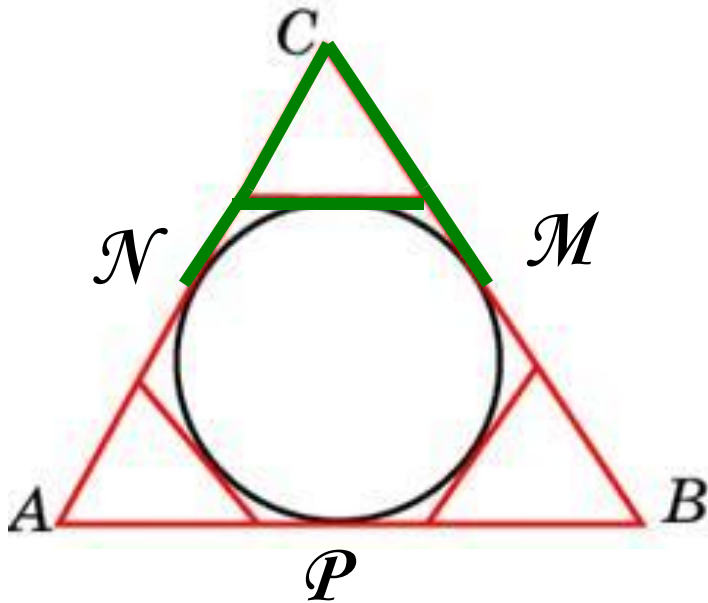
$$AH = 4x = 4 \cdot 1 = 4$$

Отрезки касательных к окружности, проведённые из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.



$AB, AC$  – касательные, тогда  
 $AB = AC, \angle BAO = \angle CAO$

В4 (№ 54689) К окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , проведены три касательные. Периметры отсеченных треугольничков равны 8, 29, 53. Найдите периметр данного треугольника.



$$NC + CM = 8$$

$$NA + AP = 29,$$

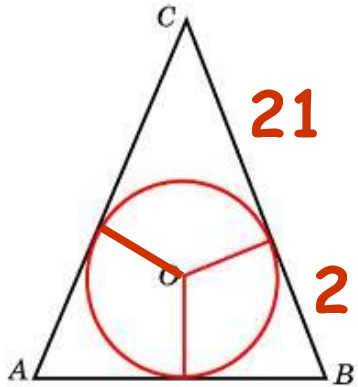
$$PB + BM = 53.$$

$$P_{ABC} = 8 + 29 + 53 = 90$$

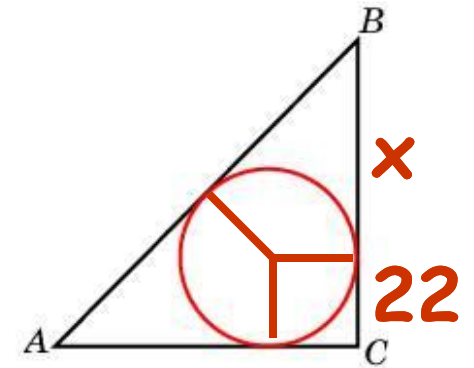
Решите задачи 54309, 54159

В4 (№ 54309) Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 21 и 2, считая от вершины, противоположной основанию. Найдите периметр треугольника

$$P = (2 + 21) \cdot 2 + (2 + 2) = 50$$



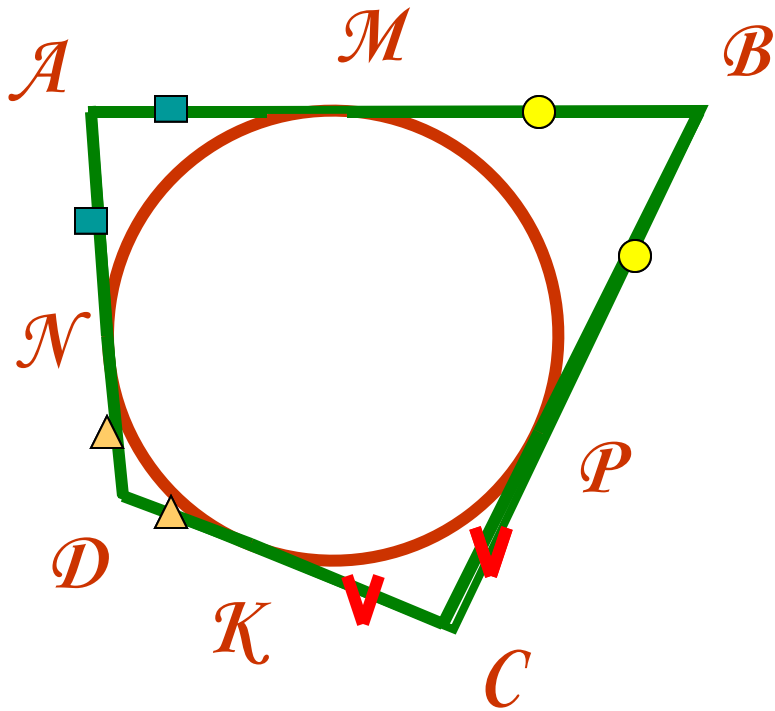
(№ 54159) Радиус окружности, вписанной в равнобедренный прямоугольный треугольник, равен 22. Найдите гипотенузу  $c$  этого треугольника. В ответе укажите  $c(\sqrt{2} - 1)$



$$2(22 + x)^2 = (2x)^2$$

## Теорема

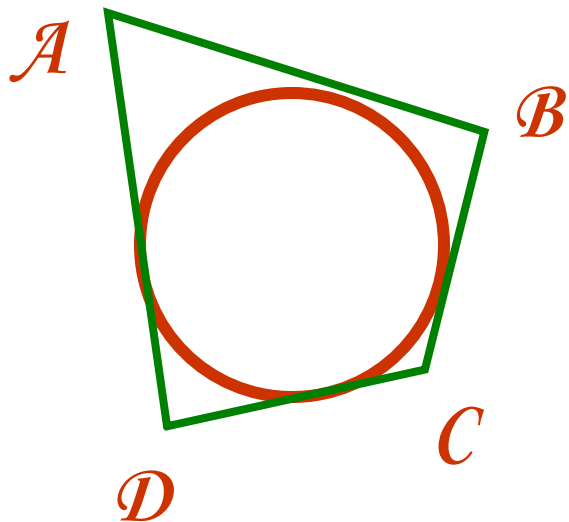
В четырёхугольник можно вписать окружность тогда и только тогда, когда суммы противоположных сторон равны.



$$AB + DC =$$

$$AD + BC =$$

**В4 (№ 54599) В четырехугольнике  $ABCD$  вписана окружность,  $AB=6$ ,  $BC=2$ ,  $CD=14$ . Найдите четвертую сторону.**



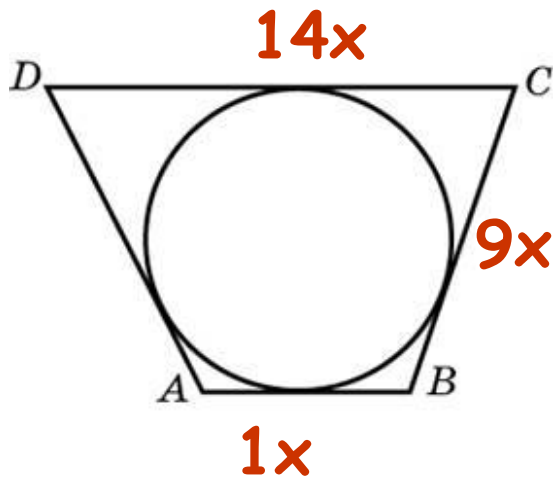
$$AB+CD=AD+BC=$$

$$6+14=AD+2$$

$$AD=20-2=18$$

**Решите задачи 54639, 54359, 54529, 54429**

№ 54639

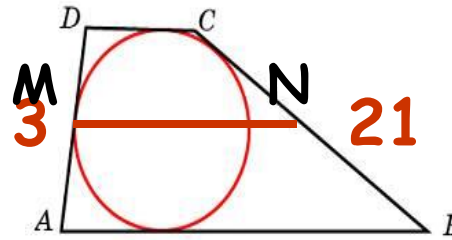


$$1x + 14x = 9x + \dots$$

$$P = 30x = 150, \quad x = 5$$

$$14x = 14 \cdot 5 = 70$$

54359

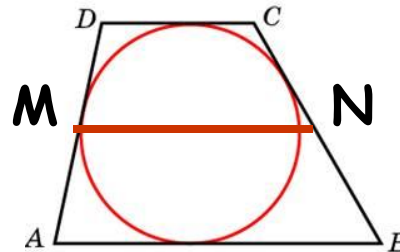


$$MN = (DC + AB) : 2 =$$

$$(AD + BC) : 2 =$$

$$(3 + 21) : 2 = 12$$

54529

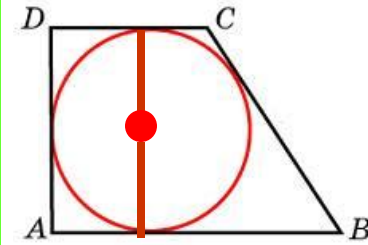


$$MN = (DC + AB) : 2 =$$

$$(P : 2) : 2 = 172 : 2 : 2 =$$

$$= 86 : 2 = 43$$

54429



$$AD + BC = P : 2 =$$

$$100 : 2 = 50$$

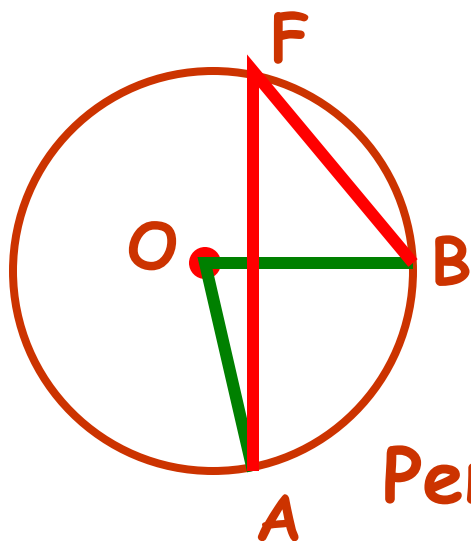
$$AD = 50 - 31 = 19$$

$$R = 19 : 2 = 9,5$$



## Теорема

Центральный угол равен дуге, на которую опирается, вписанный угол равен половине дуги, на которую опирается.

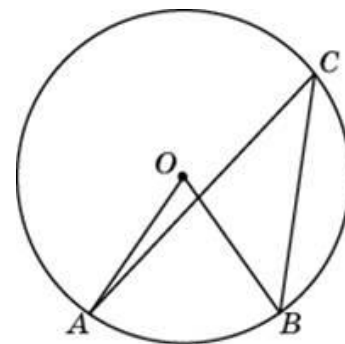


$$\angle O = \overset{\frown}{AB}$$

$$\angle F = \overset{\frown}{AB} : 2$$

Решите задачу:

Центральный угол на  $28^\circ$  больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите центральный угол. Ответ дайте в градусах.



$$\angle C = x, \text{ тогда } \angle O = 2x$$

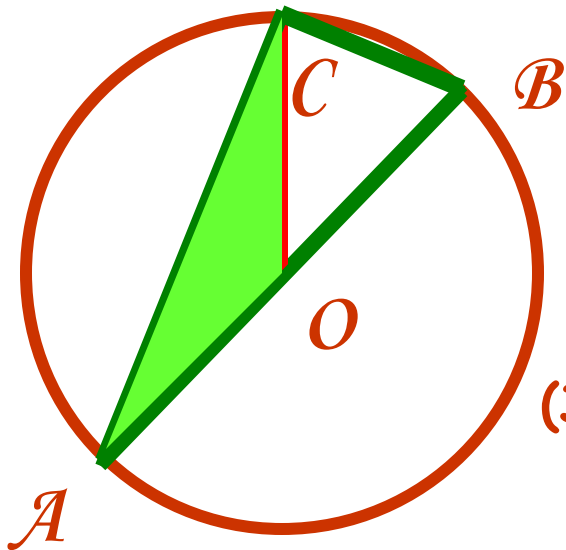
Разница  $28^\circ$ , т.е.

$$2x - x = 28$$

Центральный угол  $56^\circ$

## Теорема

Медиана прямоугольного треугольника, проведённая с вершины прямого угла, равна половине гипотенузы.



$$OC = AB : 2 = AO = OB$$

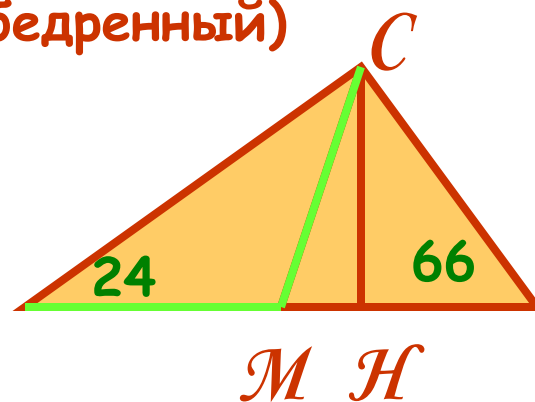
$$OC = AB : 2 = AO = OB = R$$

(Заметим:  $\triangle AOC$  - равнобедренный)

Решите задачу:

Острые углы прямоугольного треугольника  $24^\circ$  и  $66^\circ$ .

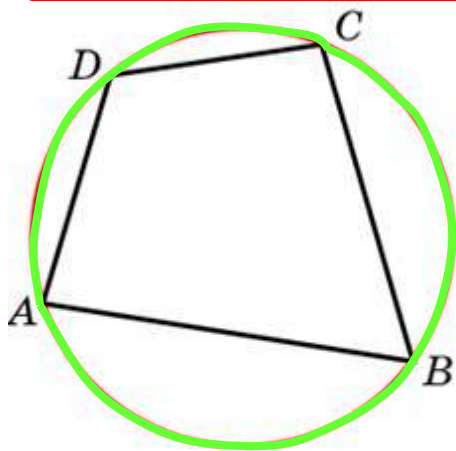
Найдите угол между медианой и высотой, проведенными с вершины прямого угла.



$$\angle MCH = 90 - (24 + 24) = 42$$

## Теорема

Около четырёхугольника можно описать окружность тогда и только тогда, когда суммы противоположных углов равны  $180^\circ$ .



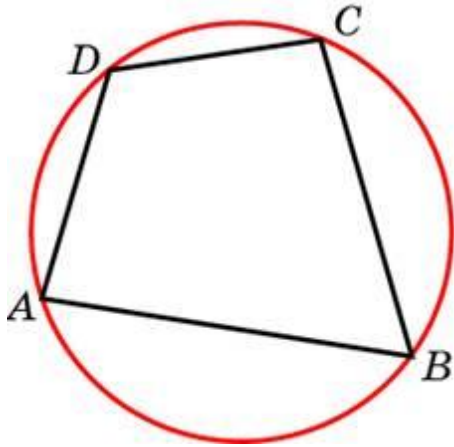
$$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D$$

$$\angle B + \angle D = 360^\circ : 2 = 180^\circ$$



№ 54009.

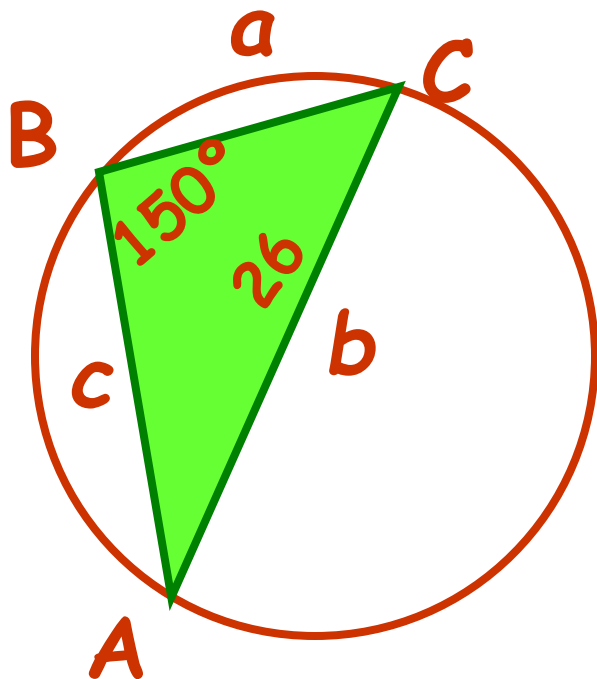
Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны  $22^\circ$  и  $45^\circ$ . Найдите больший из оставшихся углов.



$$22 + y = 180$$
$$y = 158^\circ$$

## Теорема

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$



Сторона  $AB$  треугольника  $ABC$  равна 26. Противоположный ей угол  $C$  равен  $150^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

$$\frac{26}{\sin 150} = 2R$$

$$26 \cdot 2 = 2R$$

$$R = 26$$