Первый признак подобия треугольников

ГЕОМЕТРИЯ - 8

учитель математики
МОУ «Гимназия №1»
Токарь Елена Викторовна

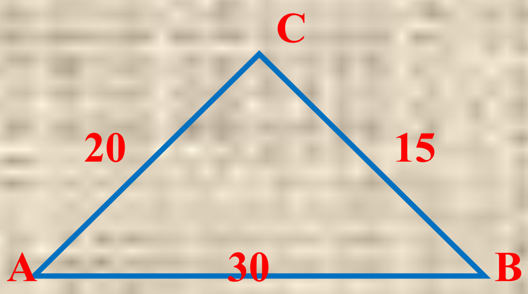
Повторение изученного

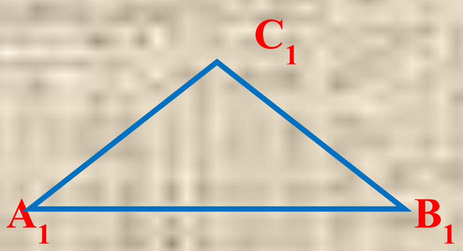
№ 549

<u>Дано</u>: $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$, $BC = 15$*см*, $AC=20$*см*, $AB=30$*см*, $P_{ABC}=26$*см*

<u>Найти</u>: A_1B_1, B_1C_1, A_1C_1

<u>Решение</u>:





1. $P_{ABC} = AB + BC + AC = 65$ (*см*)

2. $\dfrac{P_{ABC}}{P_{A_1B_1C_1}} = k = \dfrac{65}{26} = 2{,}5$

3. $\dfrac{AB}{A_1B_1} = k, \text{значит } A_1B_1 = \dfrac{AB}{k} = \dfrac{30}{2{,}5} = 12(\text{см})$

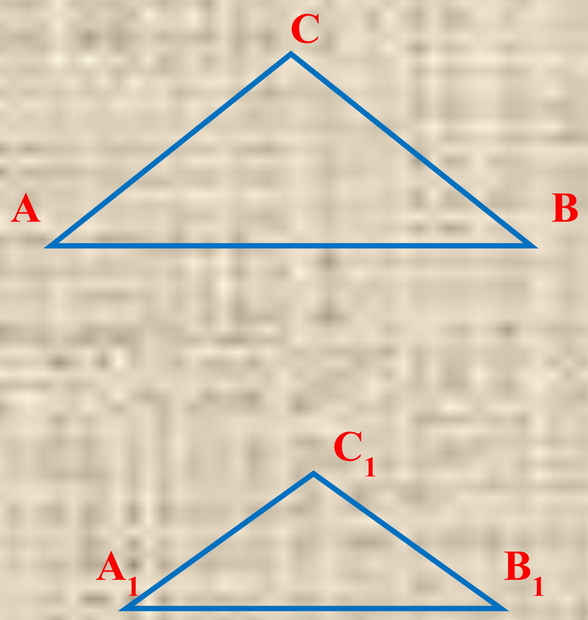
4. аналогично рассуждая, получим: $A_1C_1 = \dfrac{AC}{k} = \dfrac{20}{2{,}5} = 8(\text{см})$

5. аналогично рассуждая, получим: $BC_1 = \dfrac{BC}{k} = \dfrac{15}{2{,}5} = 6(\text{см})$

Ответ: $A_1B_1=12$*см*, $B_1C_1=6$*см*, $A_1C_1=8$*см*.

ТЕОРЕМА: **Первый признак подобия треугольников**

Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны



<u>Дано</u>: ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$, $\angle A=\angle A_1$, $\angle B=\angle B_1$.

<u>Доказать</u>: $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$

<u>Доказательство:</u>

Дано: ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$, $\angle A=\angle A_1$, $\angle B=\angle B_1$.

Доказать: $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$

Доказательство:

1. Так как по условию $\angle A=\angle A_1$, $\angle B=\angle B_1$, значит $\angle A+\angle B=\angle A_1+\angle B_1$, т.е. $\angle C=\angle C_1$. Следовательно углы ΔABC соответственно равны углам $\Delta A_1B_1C_1$.

2. Используем **т.** «Об отношении площадей Δ-ов, имеющих по равному углу, докажем, что стороны ΔABC пропорциональны сходственным сторонам $\Delta A_1B_1C_1$:

$$\text{т. к. } \angle A=\angle A_1, \text{ то } \frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}}=\frac{AC\cdot AB}{A_1C_1\cdot A_1B_1} \quad (1) \qquad \text{т. к. } \angle C=\angle C_1, \text{ то } \frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}}=\frac{AC\cdot BC}{A_1C_1\cdot B_1C_1} \quad (2)$$

$$\text{из равенств (1) и (2) следует, что } \frac{AB}{A_1B_1}=\frac{BC}{B_1C_1}$$

3. Аналогично рассуждая и используя равенство углов $\angle A=\angle A_1$, $\angle B=\angle B_1$, получим

$$\frac{BC}{B_1C_1}=\frac{AC}{A_1C_1}$$

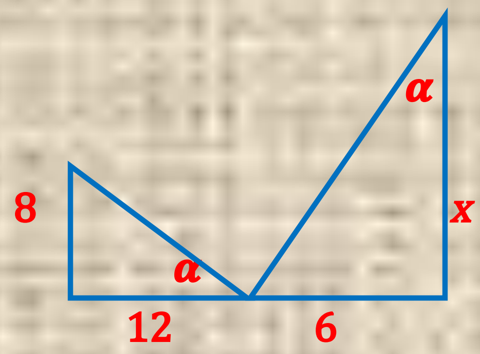
4. Итак углы треугольников соответственно равны, их сходственные стороны пропорциональны, значит по определению подобных треугольников $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$.

Что и требовалось доказать.

Закрепление

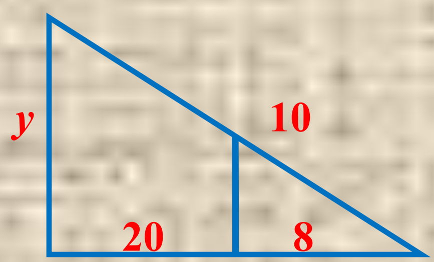
№ 550

а)



а) так как два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то по первому признаку подобия треугольники подобны, значит $\frac{8}{6} = \frac{12}{x}$, отсюда $x = \frac{12 \cdot 6}{8} = \mathbf{9}$

б)



б) треугольники подобны по двум углам.

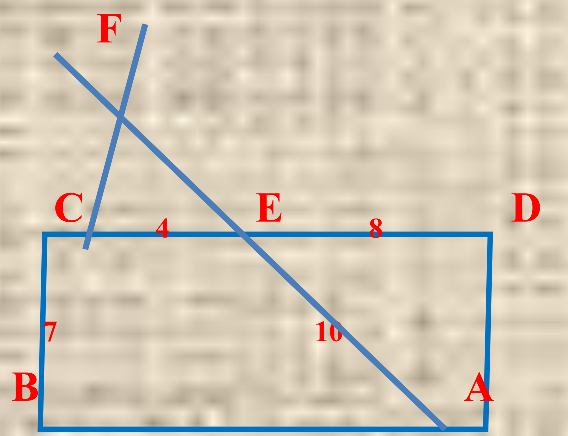
Найду неизвестный катет меньшего треугольника по теореме Пифагора:

$$\sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$$

Получаем: $\frac{28}{8} = \frac{y}{6}$, отсюда $y = \frac{28 \cdot 6}{8} = \mathbf{21}$

Ответ: а) 9, б) 21

Закрепление
№ 551а



Дано: ABCD – параллелограмм, E Є CD,
AE пересекает BC в точке F, EA=10*см*, CE=4*см*, ED=8*см*, BC=7*см*

Найти: EF, FC

Решение:

1.Так как ∠FEC=∠DEA – как вертикальные,
∠FCE=∠EDA – как накрест лежащие,
то ΔCEF∾ ΔADE (по двум углам)

2.Значит $\frac{ED}{CE} = \frac{8}{4} = 2 = k$, отсюда $\frac{EA}{FE} = K$, т. е. $k = \frac{10}{EF} = 2, EF = 5$

3.По свойству параллелограмма BC=AD=7*см*, отсюда:

$$\frac{AD}{CF} = k, \text{т. е } \frac{7}{CF} = 2, CF = 3{,}5$$

Ответ: EF = 5*см*, FC = 3,5*см*.

Постановка домашнего задания

Глава VII: §1, §2 (п59),

вопросы 1-5, стр.160,

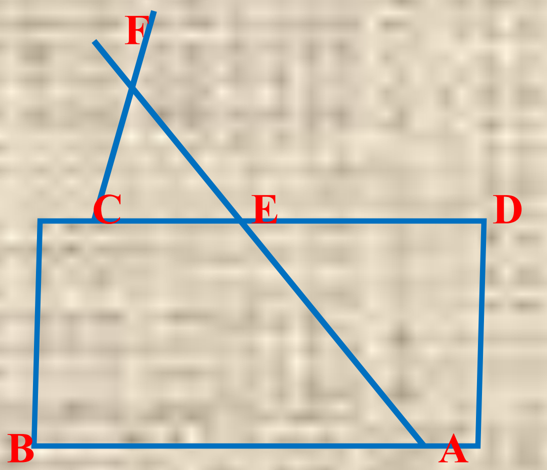
теоремы с доказательствами,

№ 552 а – «3»

№ 551 б, № 552 а – «4»

№ 551 б, № 552 а, № 554 – «5»

Взаимопроверка домашнего задания по образцу
№ 551 б



Дано: ABCD – параллелограмм, E Є CD,
AE пересекает BC в точке F, AB=8*см*, AD=5*см*, CF=2*см.*
Найти: DE, CE
Решение:

1.Так как $\angle FEC=\angle DEA$ – как вертикальные,
$\angle FCE=\angle EDA$ – как накрест лежащие,
то $\Delta CEF \backsim \Delta ADE$ (по двум углам)

2.Значит $\frac{AD}{CF}=\frac{5}{2}=2{,}5$, AB=CD=8*см.*
Пусть CE=x, тогда DE=8-x.

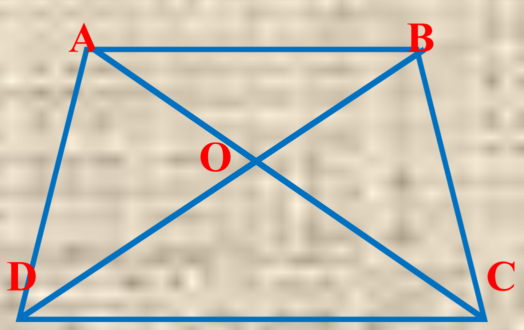
3.Составлю пропорцию: $\frac{ED}{CE}=\frac{8-x}{x}=\frac{5}{2}$ отсюда $x=2\frac{2}{7}$ (см)

Значит $CE=2\frac{2}{7}$ (см), тогда $ED=8-\frac{16}{7}=\frac{56-16}{7}=\frac{40}{7}=5\frac{5}{7}$ (см)

Ответ: Значит $CE=2\frac{2}{7}$ см, $ED=5\frac{5}{7}$ см

Взаимопроверка домашнего задания по образцу
№ 552 а

Дано: ABCD – трапеция, $AC \cap BD = O$, OB=4*см*, OD=10*см*, DC=25*см.*
Найти: AB
Решение:



1.Так как $\angle AOB = \angle DOC$ – как вертикальные,
$\angle ABO = \angle ODC$ – как накрест лежащие,
то $\Delta AOB \backsim \Delta DOC$ (по двум углам)

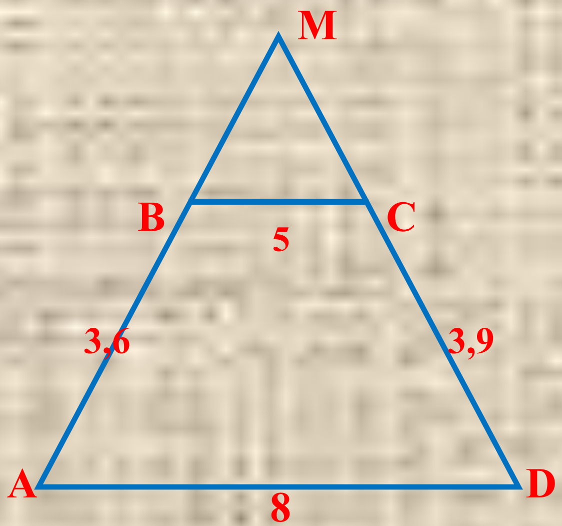
$$\frac{DO}{OB} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = \frac{DC}{AB} = \frac{25}{AB}, \text{значит } AB = \frac{25 \cdot 2}{5} = 10(\text{см})$$

2.Так как $\Delta AOB \backsim \Delta DOC$, то

Ответ: AB=10*см.*

Взаимопроверка домашнего задания по образцу
№ 554

Дано: ABCD – трапеция, $AB \cap CD = M$
AB = 3,6*см*, AD = 8*см*, BC = 5*см,* CD = 3,9 *см*
Найти: BM, MC
Решение:



1. Так как ∠M – общий для ΔAMD и ΔBMC , ∠DAB =∠CBM (как соответственные углы при параллельных CB и DA и секущей AM), то ΔAMD ∾ ΔBMC (по двум углам).

2. Так как ΔAMD ∾ ΔBMC то $k = \frac{AD}{BC} = \frac{8}{5}$

3. Пусть BM = *x*, AM = 36+*x*

4. так как $k = \frac{AM}{BM} = \frac{8}{5}$, то $\frac{3,6+x}{x} = \frac{8}{5}$, **x=6*см***
Значит BM=6*см.*

5. Пусть MC=y, тогда MD=y+3,9
так как $\frac{MD}{MC} = k$; $k = \frac{8}{5}$, то $\frac{3,9+y}{y} = \frac{8}{5}$, значит $\boldsymbol{y = 6,5}$
Значит MC=6,5*см*.

Ответ: BM=6*см,* MC=6,5*см*