Треугольник.

9 *задач с решением для подготовки к ЕГЭ.*

.

Автор проекта учитель математики МОУ СОШ №96

Сосна Ольга Александровна.

Геометрия полна приключений, потому что за каждой задачей скрывается приключение мысли. Решить задачу – это значит пережить приключение.

В. Произволов

Аннотация к работе.

Цель моей работы - помочь учащимся подготовиться к итоговой аттестации. Для успешного выполнения экзаменационных заданий необходимы твердые знания основных геометрических фактов и некоторый практический опыт .

Работа может быть полезна учащимся не только 9 класса, но и 8 и 10 классов, которые в будущем будут сдавать ЕГЭ.

Кроме того презентация послужит хорошим подспорьем для учителей математики при проведении уроков по темам , связанным с треугольником.

Текст на слайдах появляется по щелчку мышки, есть время подумать над задачей , проанализировать условие, потом сравнить свое решение с предложенным.

Презентация содержит историческую справку о треугольниках и краткий справочный материал.

Содержание.

- Задача №1
- Задача №2
- Задача №3
- Задача №4
- Задача №5
- Задача №6
- Задача №7
- Задача №8
- Задача №9

Исторические сведения

Справочный материал

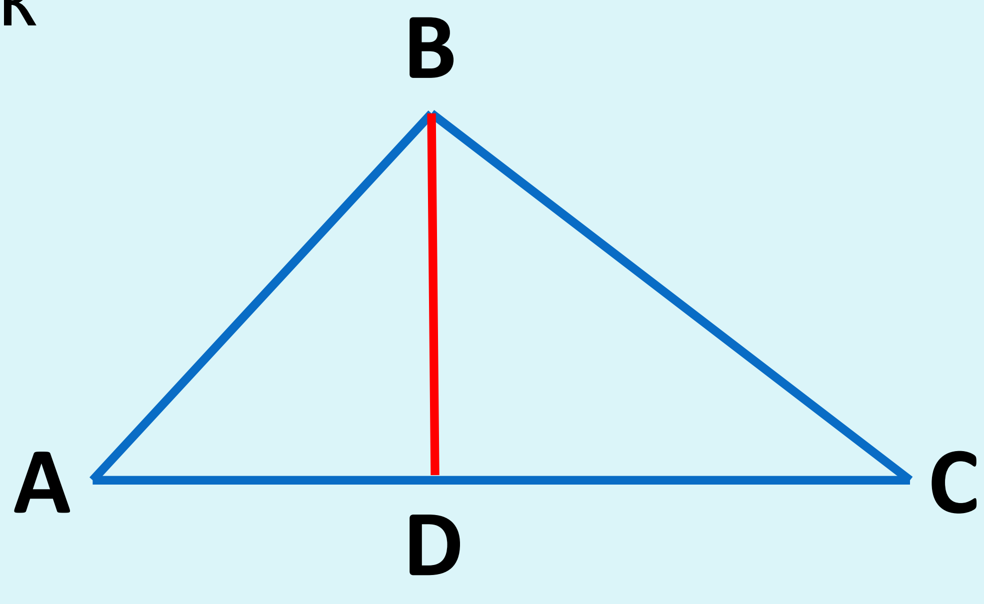
Задача №1

Стороны треугольника равны 12 м., 16 м., и 20 м.. Найдите его высоту, проведенную из вершины большего угла.

Дано:

ABC - треугольник
AB = 12 м.
BC = 16 м.
AC = 20 м.

Найти: **BD**



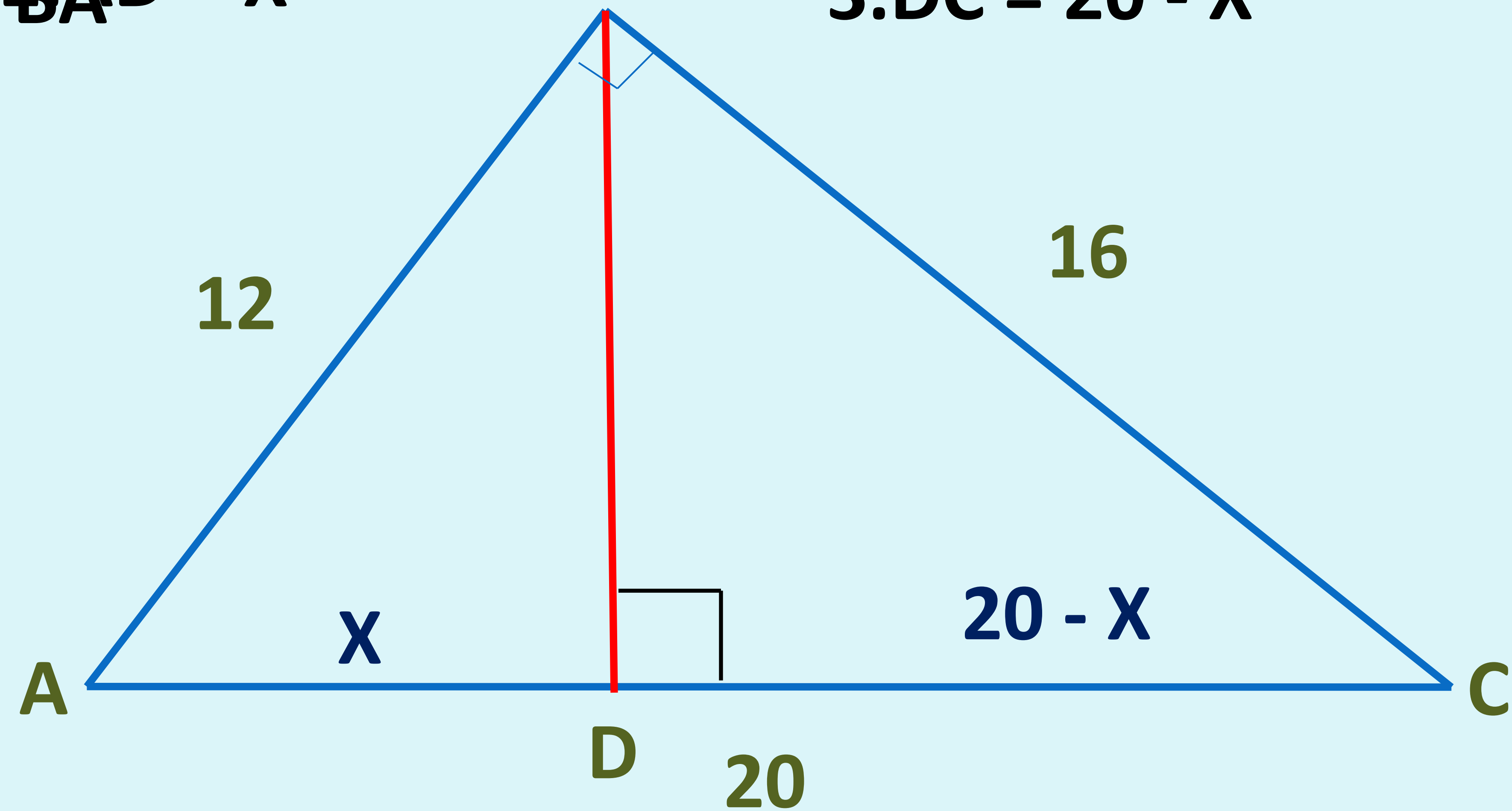
Решение задачи №1:

1.Угол В = 90˚, так как $AC^2 = BC^2 + {}^2$

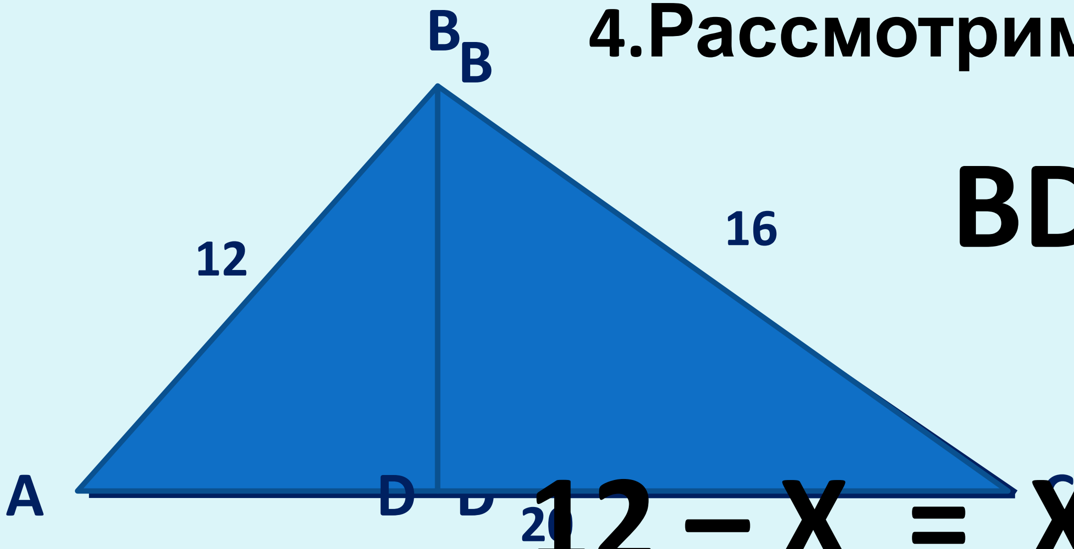
2.AD = X

4.ВА

3.DC = 20 - X



Решение задачи №1:



4.Рассмотрим треугольник ABD и BDC

$$BD^2 = 12^2 - X^2$$

$$12 - X = X(20 - X)$$

$$BD^2 = X(20 - X)^2 \qquad ^2$$

Решение задачи №1:

$$144 - X^2 = 20X - X^2$$

$$144 - X^2 - 20X + X^2 = 0$$

$$BD^2 = 7,2(20 - 7,2) = 92,16$$

$$144 - 20X = 0$$

$$12^2 - X^2 = X(20 - X)$$

$$7,5 - X = 0$$

$$BD = 9,6$$

$$X = 7,2$$

Задача №2

Один из катетов прямоугольного треугольника равен 15, проекция второго катета на гипотенузу равна 16. Найдите диаметр окружности, описанной около этого треугольника.

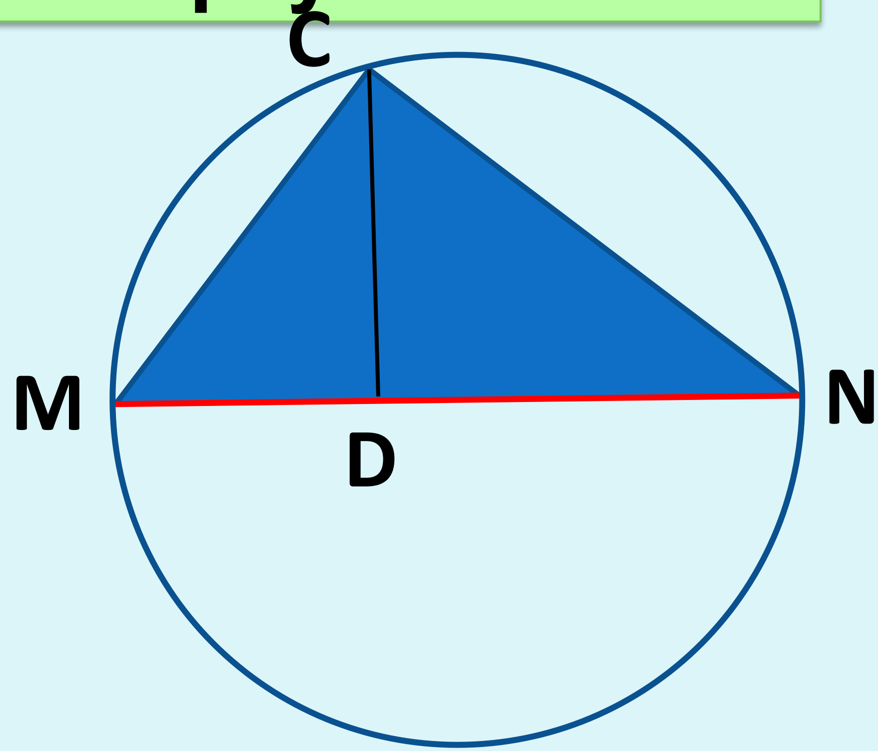
Дано:

MCN – вписанный треугольник

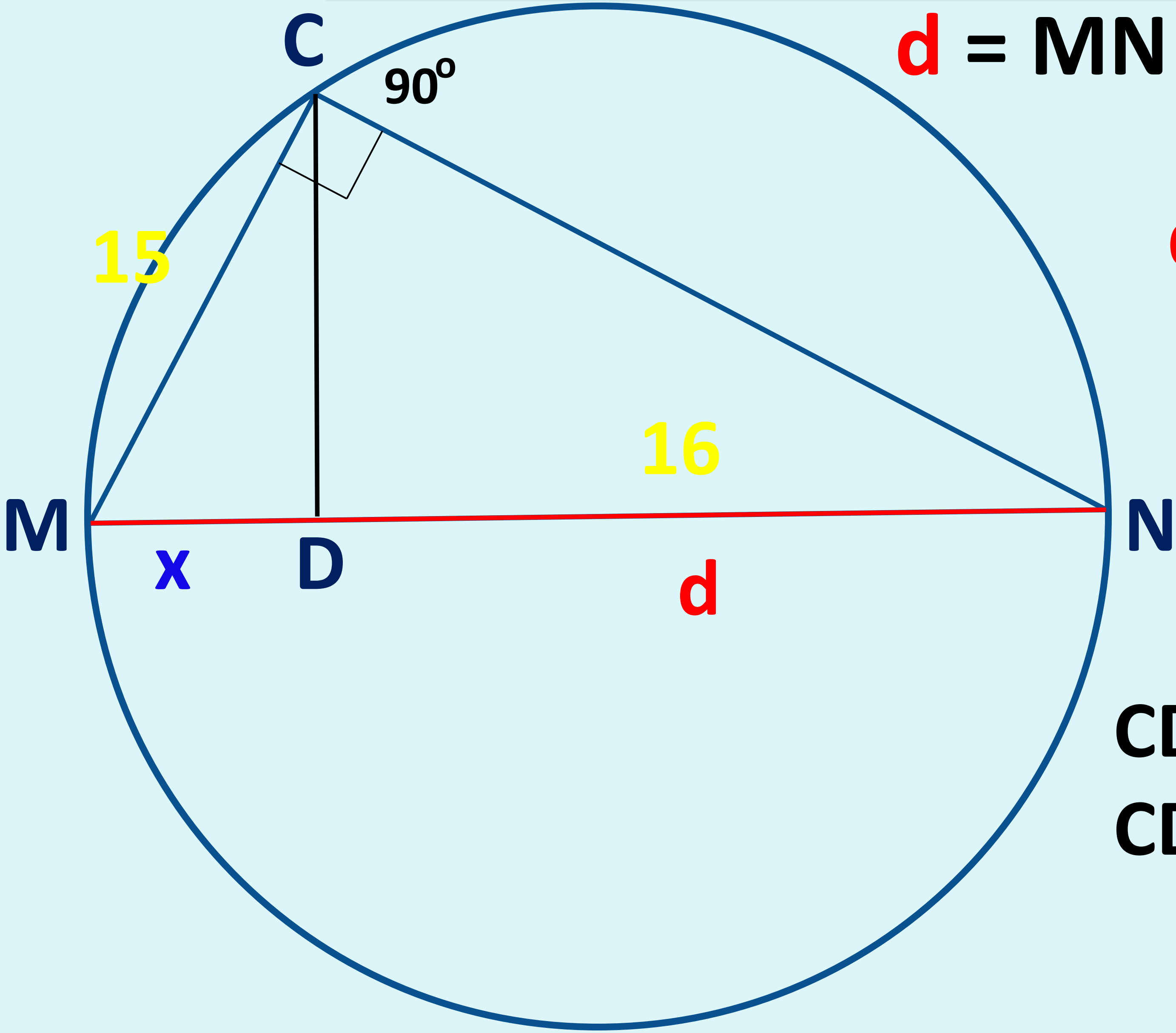
MC = 15

DN = 16 (проекция CN)

Найти: **MN**



Решение задачи №2:



$d = MN = MD + DN$

$MD = x$

$d = x + DN$

$CD^2 = 15 - x$

$CD^2 = 16x$

Решение задачи №2:

$$15^2 - x^2 = x \times 16$$

$$x^2 + 16x - 225 = 0$$

$$D = 256 + 900 = 1156$$

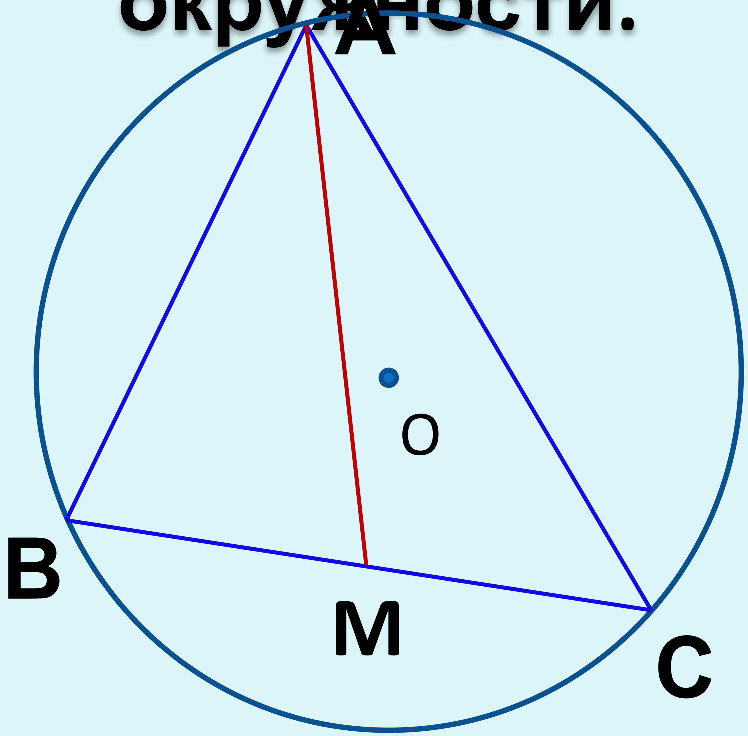
$$x_1 = \frac{-16 - 34}{2} = -25 \qquad x_2 = \frac{-16 + 34}{2} = 9$$

$$d = x + DN$$

$$d = 9 + 16 = 25$$

Задача №3

Биссектриса АМ треугольника АВС делит сторону СВ на отрезки СМ=10 и МВ = 14, АВ=21. Найдите радиус описанной вокруг треугольника АВС окружности.



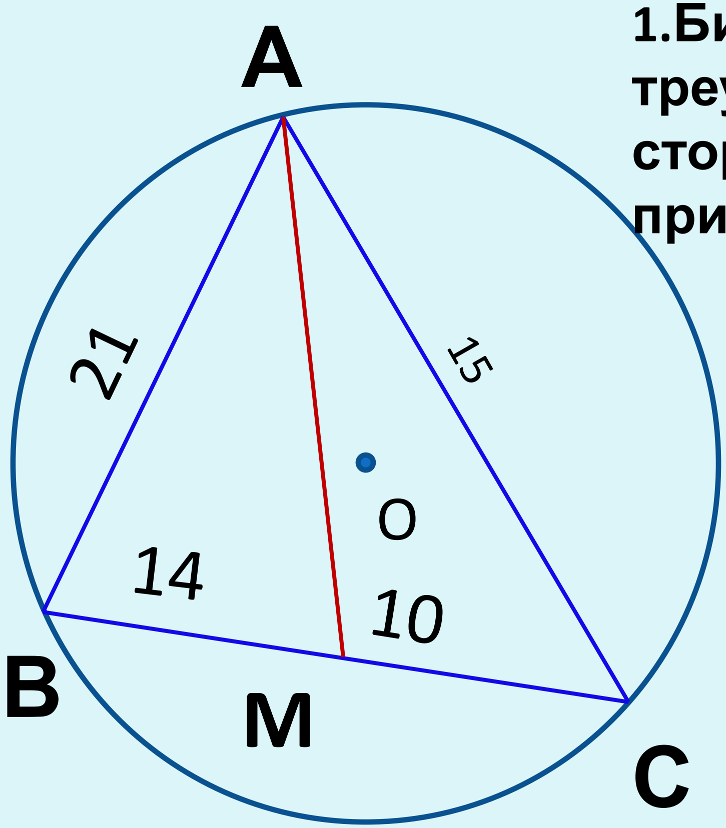
Дано:

СМ=10, МВ=14,

АВ=21

Найти : R

Решение задачи №3:



1.Биссектриса внутреннего угла треугольника делит противолежащую сторону на части, пропорциональные прилежащим сторонам

$$\frac{AB}{BM} = \frac{AC}{CM}$$

$$\frac{21}{14} = \frac{AC}{10}$$

AC= 15

2.Радиус описанной окружности найдём по формуле:

$$R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4 \cdot S}$$

Где S найдём по формуле Герона

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Где $p = \frac{1}{2}(a + b + c)$

$$p = \frac{1}{2}(24 + 21 + 15)$$

p= 30

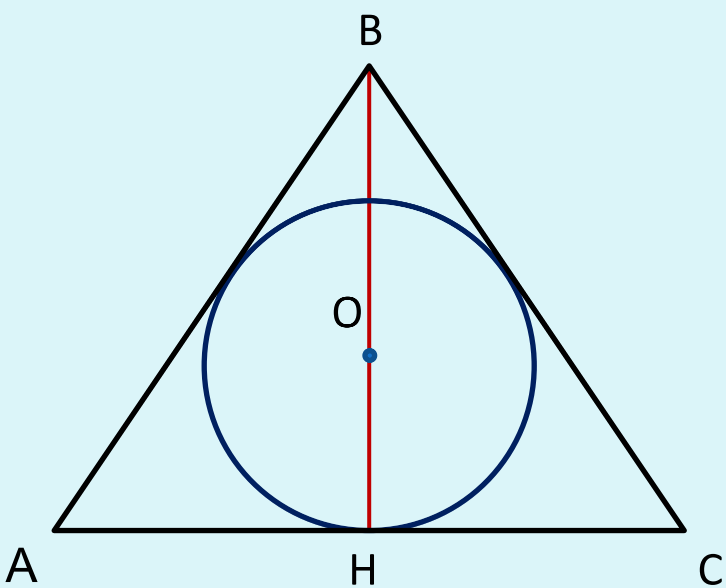
$$S = \sqrt{30 \cdot 9 \cdot 15 \cdot 6} = 90\sqrt{3}$$

$$R = \frac{21 \cdot 15 \cdot 24}{4 \cdot 90 \cdot \sqrt{3}} = 7\sqrt{3}$$

Ответ: R= $7\sqrt{3}$

Задача №4:

Найдите радиус окружности, вписанной в остроугольный треугольник ABC, если высота BH равна 12 и известно, что $\sin A = \frac{12}{13}$ $\sin C = \frac{4}{5}$



Дано: $\triangle ABC$, $BH = 12$, $BH \perp AC$,

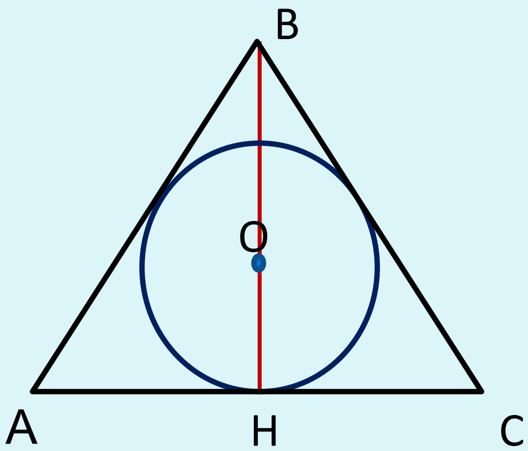
$\sin A = \frac{12}{13}$

$\sin C = \frac{4}{5}$

O – центр , вписанной окружности

Найти: r

Решение задачи №4:



1. $r = \dfrac{S}{p}$

2. По определению синуса из ΔBHC, где $\angle BHC = 90°$ (по условию $BH \perp AC$)

$\sin A = \dfrac{BH}{AB} = \dfrac{12}{13}$

$AB = 12 : \dfrac{12}{13} = 13$

3. $\sin C = \dfrac{BH}{BC} = \dfrac{4}{5}$

$BC = BH : \sin C = 15$

4. $HC^2 = BC^2 - BH^2 = 225 - 144 = 81$

$HC = 9$

5. $AH^2 = AB^2 - BH^2 = 25$

$AH = 5$

6. $AC = AH + HC = 14$

7. $S\Delta = \dfrac{1}{2}ah = \dfrac{168}{2} = 84$

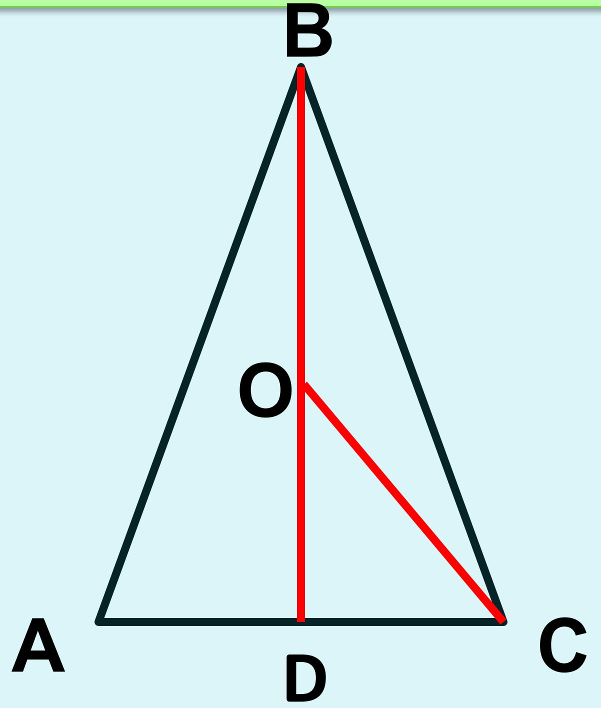
$p = \dfrac{1}{2}(a + b + c) = 21$

$r = \dfrac{84}{21} = 4$

Ответ : r =
4

Задача №5

Около равнобедренного треугольника с основанием АС и углом при основании 75° описана окружность с центром О. Найдите её радиус, если площадь треугольника ВОС равна 16.

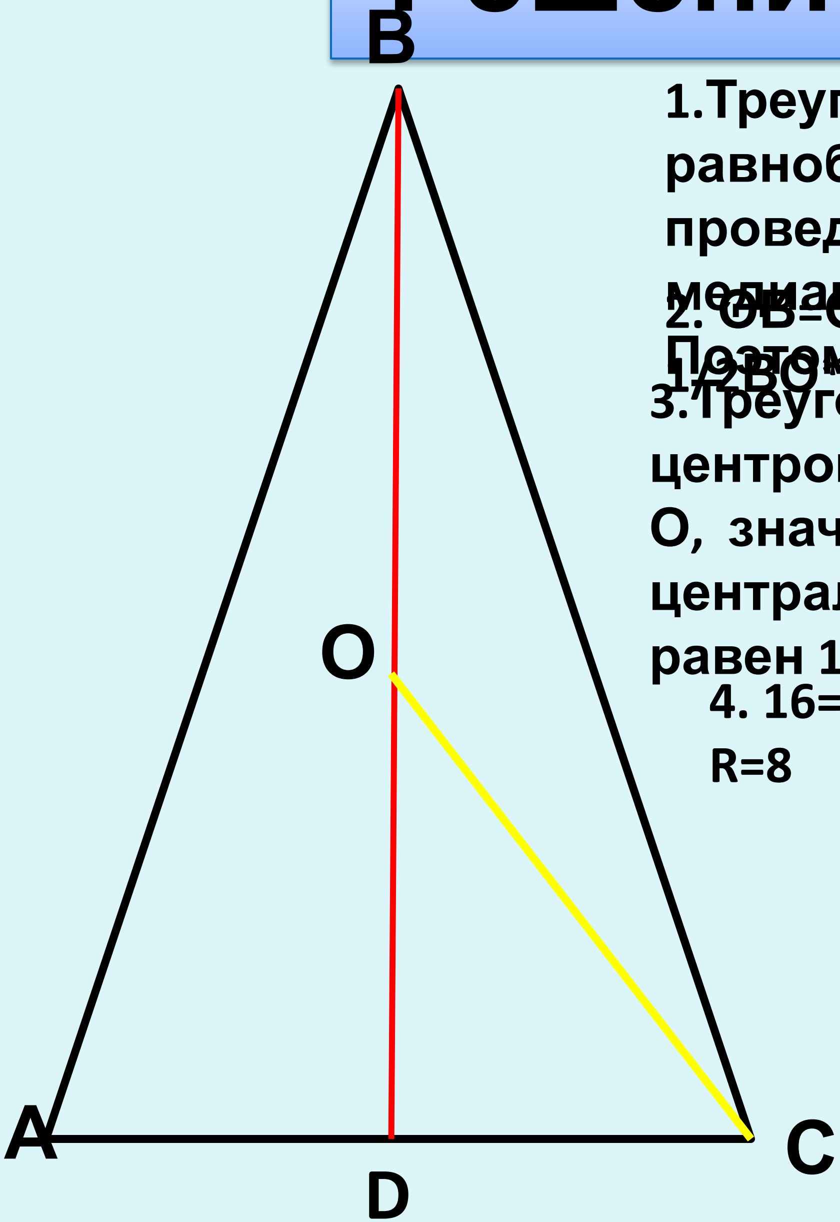


Дано:

Δ АВС, АС- основание, ∠ВАС=75°, О – центр описанной окружности, S ΔBOC=16.

Найти: R.

Решение задачи №5



1.Треугольник по условию равнобедренный, проведем высоту BD, она является и медианой. Поэтому точка О принадлежит BD.

2. OB=OC =R, SΔBOC= 1/2BO*OC*sin∠BOC

3.Треугольник вписан в окружность с центром О, значит ∠BOC это соответствующий центральный угол вписанного угла A и равен 150°

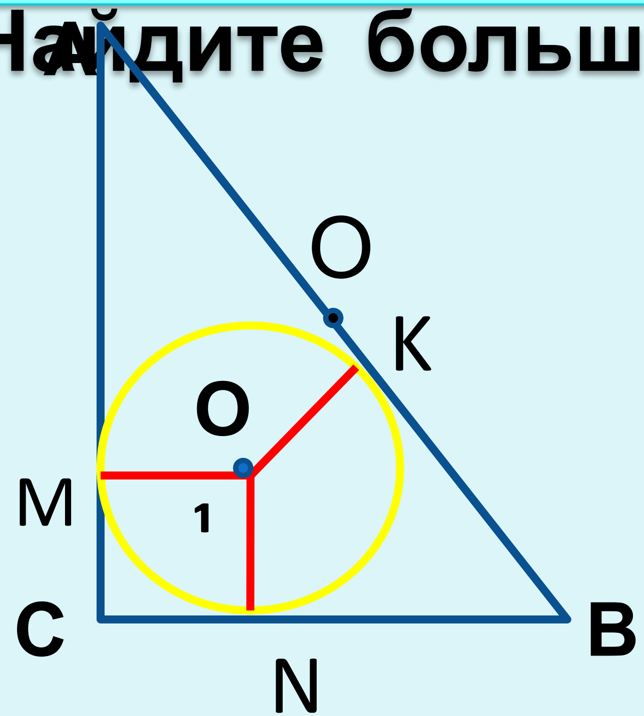
4. 16= 1/2 R*R*sin150°, sin150°=sin30°=1/2
R=8

Ответ: 8

Задача №6

Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник равен 2 м, а радиус описанной окружности равен 5 м.

Найдите больший катет треугольника



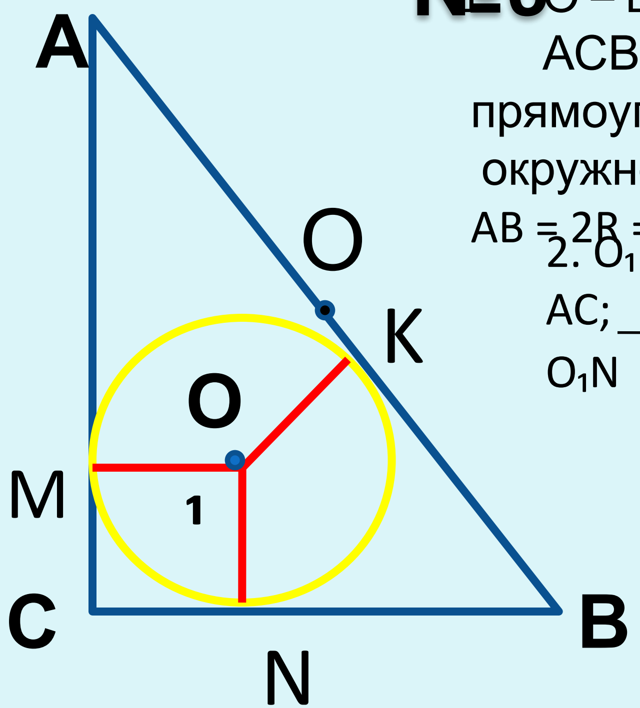
Дано:

Δ ABC, ∠C=90°

r=2 м, R=5м, O_1- центр вписанной окружности,

Найти: больший катет

Решение задачи №6



1. O – центр описанной окружности; так как треугольник ACB прямоугольный, то его гипотенуза является диаметром окружности, угол ACB =90° и является вписанным AB = 2R = 5 · 2 = 10 м.

2. O_1 - центр вписанной окружности: $O_1K \perp AB$; $O_1M \perp AC$; $O_1N \perp CB$; $O_1N = O_1K = O_1M = r = 2$м, CMO_1N – квадрат

3. Отрезки BK и BN равны как отрезки касательных, проведенных из одной точки, аналогично CN = CM;

AM = AK; обозначим BK = BN = x; тогда CB = 2 + x;

AK = AM = 10 – x; AC = 12 – x.

4. По т. Пифагора $AB^2 = CB^2 + AC^2$; $10^2 = (2 + x)^2 + (12 – x)^2$

$2x^2 - 20x + 48 = 0$, $x^2 - 10x = 24 = 0$,

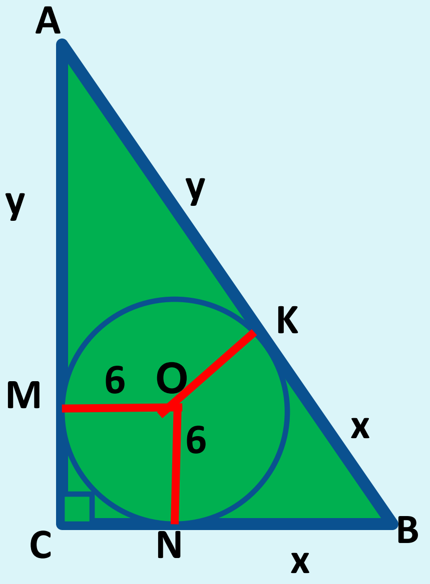
$x_1 = 6$, $x_2 = 4$;

AC = 12- 6 = 6; CB = 2 + 6 = 8м.

Ответ: 8м

Задача №7

Периметр прямоугольного треугольника равен 72 м, а радиус вписанной в него окружности - 6 м. Найдите диаметр описанной окружности.



Дано:

ABC – треугольник

P=72

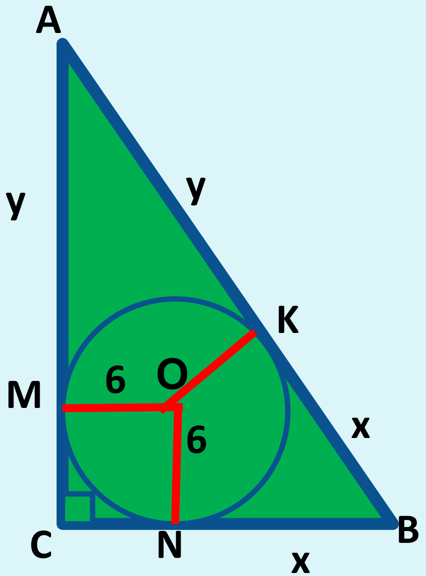
$\angle$C=90⁰

r = 6 м

Найти: d описанной окружности.

Решение задачи №7:

1. ΔABC – прямоугольный ; угол C = 90˚, Значит диаметр описанной окружности совпадает с гипотенузой т.е. d=AB



2. О – центр вписанной окружности, ON = OM = r = 6
По свойству касательной ON ⊥ CB, OM ⊥ BC ; значит CM=CN, как отрезки касательных к окружности с центром О,
проведенных из одной точки, итак , четырехугольник
CMON – квадрат со стороной OM = 6.

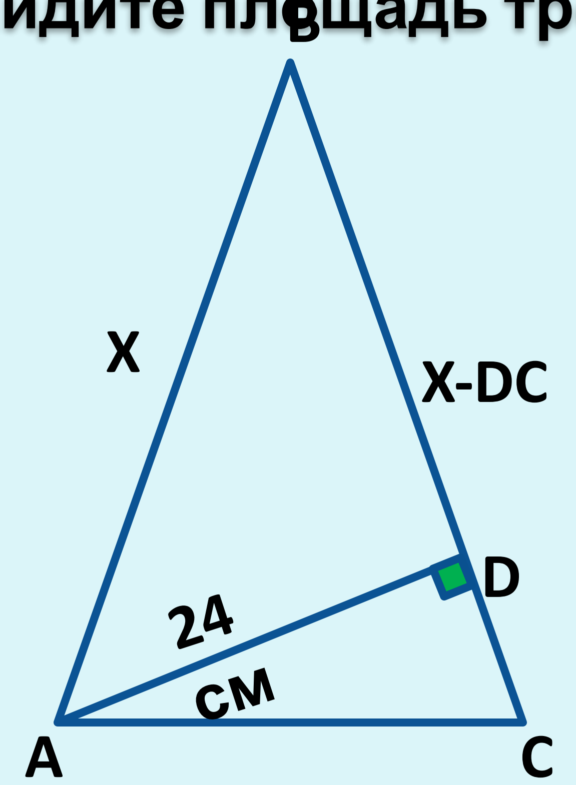
3. Обозначим отрезки BN = BK = x (OK ⊥ AB)
OK=r , BN=BK как отрезки касательных AM = MK = y
P ΔABC = AC + AB + CB, но
AC = 6+y, AB = x + y CB = 6+x
P ΔABC = 6+y+x+y+6+x = 12+2x+2y = 72 (по условию)
x + y = (72-12) : 2 , x + y = 30 , AB=30

Ответ : 30

Задача № 8

Основание равнобедренного треугольника равно 30 м, а высота, проведённая из вершины основания – 24 м.

Найдите площадь треугольника.



Дано:

ABC – треугольник

AB=BC

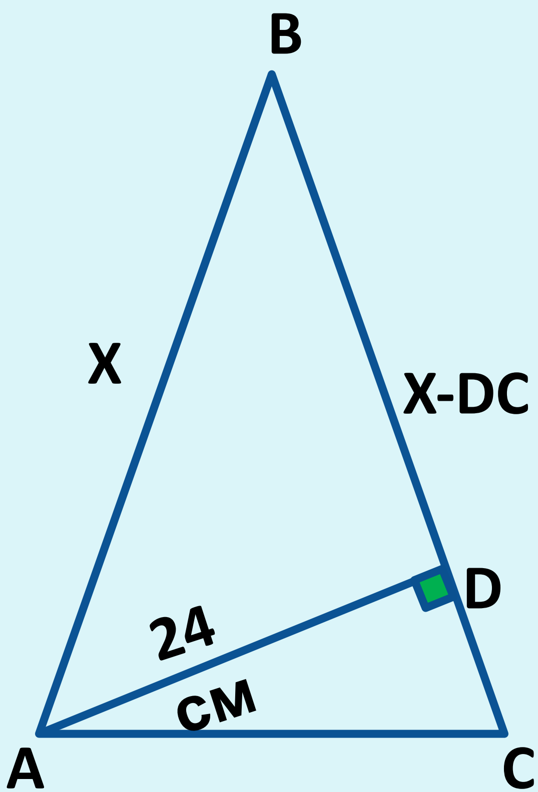
AC=3 см

AD ⊥ BC

AD=24 см

Найти: S ABC

Решение задачи №8:



1. $S\,\Delta ABC = \frac{1}{2}\,AD \cdot BC$

Найдём ВС, обозначим АВ = ВС = х, тогда DB = х - DC

2. Из ΔABC найдём DC

$DC = \sqrt{30^2 - 24^2} = \sqrt{(30 - 24) \cdot (30 + 24)} = 18$

$DB = x - 18$

3. ΔABD по т. Пифагора имеем:

$AB^2 = BD^2 + AD^2$; $BD^2 = \sqrt{AB^2 - AD^2}$

$(x - 18)^2 = x^2 - 24^2$

$36x = 324 + 576$

$4x = 100$

$X = 25$

$S\,\Delta ABC = \frac{1}{2}\;24 \cdot 25 = 300$ (м^2)

Ответ: 300 ^{2}

Задача № 9

В равнобедренный треугольник АВС вписана
окружность. Параллельно его основанию АС
проведена касательная к окружности, пересекающая
боковые стороны в точках D и E. Найдите радиус
окружности, если DE = 8, AC = 18.

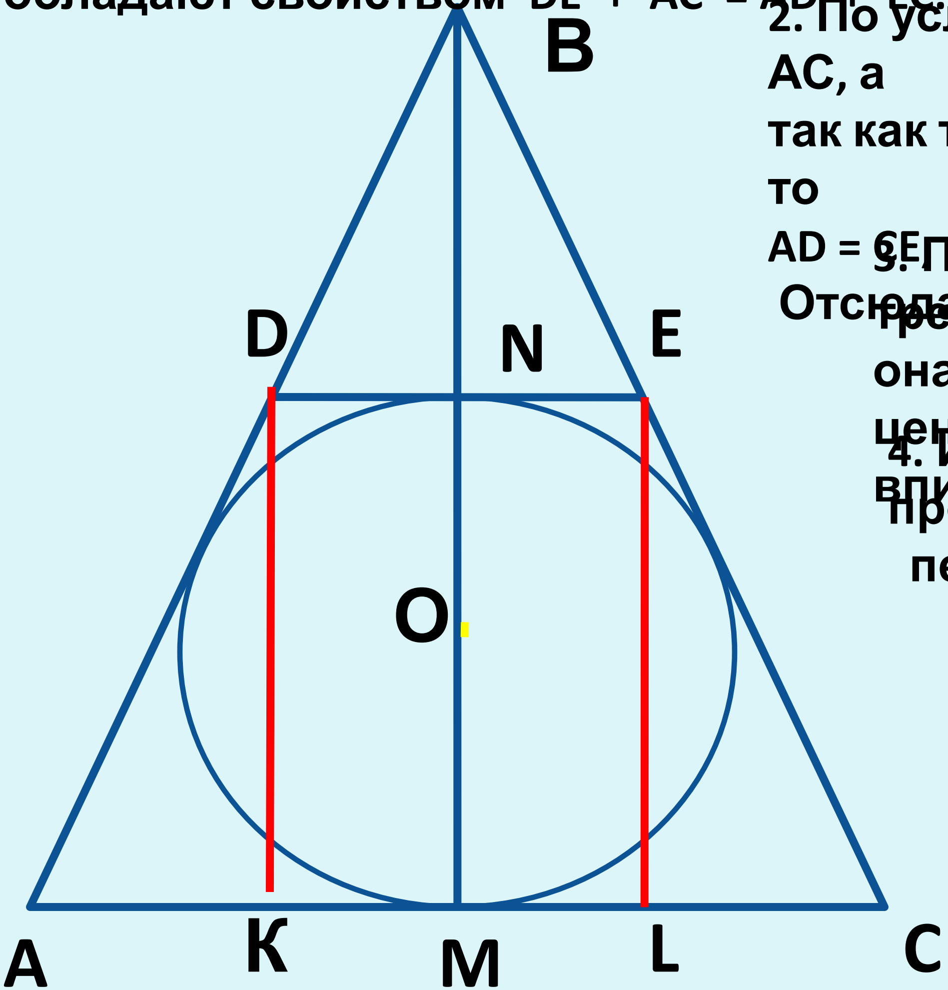
Дано:

ΔABC- равнобедренный,
O- центр вписанной окружности
DE||AC, DE=8 AC=18

Найти :
r

Решение задачи № 9

1.Четырехугольник ADEC – описанный,
все его стороны касаются окружности с центром О. Стороны такого четырехугольника
обладают свойством DE + AC = AD + EC.



2. По условию отрезок DE параллелен AC, а
так как треугольник равнобедренный , то
AD = CE, значит DE и AC = 2AD.
Отсюда AD= 13.

3. Проведем BM –высоту треугольника,
она является и биссектрисой, значит центр
вписанной окружности O лежит на BM

4. Из вершины D и E проведем
перпендикуляры.

5. KL=DE , AK =LC и AK+LC= 18-8=10
AK = 5.

6. Из треугольника ADK :
DK = 12 , DK=MN =2r ,
r = 6 .

Ответ : 6

Исторические сведения.

Треугольник - самая простая замкнутая прямолинейная фигура; одна из первых, свойства которой человек узнал еще в глубокой древности, так как эта фигура всегда имела широкое применение в практической жизни. В строительном искусстве испокон веков используется свойство жесткости треугольника для укрепления различных строений и их деталей. Изображения треугольников и задачи на треугольники встречаются в папирусах, в старинных индийских книгах и в других древних документах. В древней Греции учение о треугольниках развивалось в ионийской школе, основанной в VII в. до н. э. **Фалесом,** в школе **Пифагора** и других; оно было затем полностью изложено в первой книге «Начал» **Евклида**. Понятие о треугольнике исторически развивалось, так: сначала рассматривались лишь правильные, затем равнобедренные и, наконец, разносторонние тре

Фалес
640/624 до н. э.

Пифагор
прим. 570 до н. э.

Евклид
II век до н. э.

Справочный материал

- **Проекция катета на гипотенузу**- отрезок (часть гипотенузы) , соединяющий основание перпендикуляра , опущенного из прямого угла и конец катета, общий с гипотенузой.
- Окружность, касающаяся всех трех сторон треугольника, называется его **вписанной окружностью**
- **Биссектрисой** треугольника, проведенной из данной вершины, называют отрезок, соединяющий эту вершину с точкой на противоположной стороне и делящий угол при данной вершине пополам.
- **Биссектрисы треугольника** пересекаются в одной точке, и эта точка совпадает с **центром вписанной окружности.**
- . Окружность, проходящая через все три вершины треугольника, называется его **описанной окружностью**.
- Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке, которая совпадает с **центром описанной окружности.**
- В равнобедренном треугольнике би**ссект**риса, медиана и высота, проведенные к основанию, совпадают.