

Треугольник.

*9 задач с решением для подготовки к
ЕГЭ.*



Автор проекта учитель математики МОУ
СОШ №96

Сосна Ольга Александровна.

**Геометрия полна
приключений, потому что за
каждой задачей скрывается
приключение мысли. Решить
задачу – это значит пережить
приключение.**

V.

Произволов

Аннотация к работе.

Цель моей работы - помочь учащимся подготовиться к итоговой аттестации. Для успешного выполнения экзаменационных заданий необходимы твердые знания основных геометрических фактов и некоторый практический опыт .

Работа может быть полезна учащимся не только 9 класса, но и 8 и 10 классов, которые в будущем будут сдавать ЕГЭ.

Кроме того презентация послужит хорошим подспорьем для учителей математики при проведении уроков по темам , связанным с треугольником.

Текст на слайдах появляется по щелчку мышки, есть время подумать над задачей , проанализировать условие, потом сравнить свое решение с предложенным.

Презентация содержит историческую справку о треугольниках и краткий справочный материал.

Содержани

- Задача №1 е .
- Задача №2
- Задача №3
- Задача №4
- Задача №5
- Задача №6
- Задача №7
- Задача №8
- Задача №9



Исторические
сведения

Справочный
материал

Задача №1

Стороны треугольника равны 12 м., 16 м., и 20 м.. Найдите его высоту, проведенную из вершины большего

угла.
Дано:

ABC - треугольник

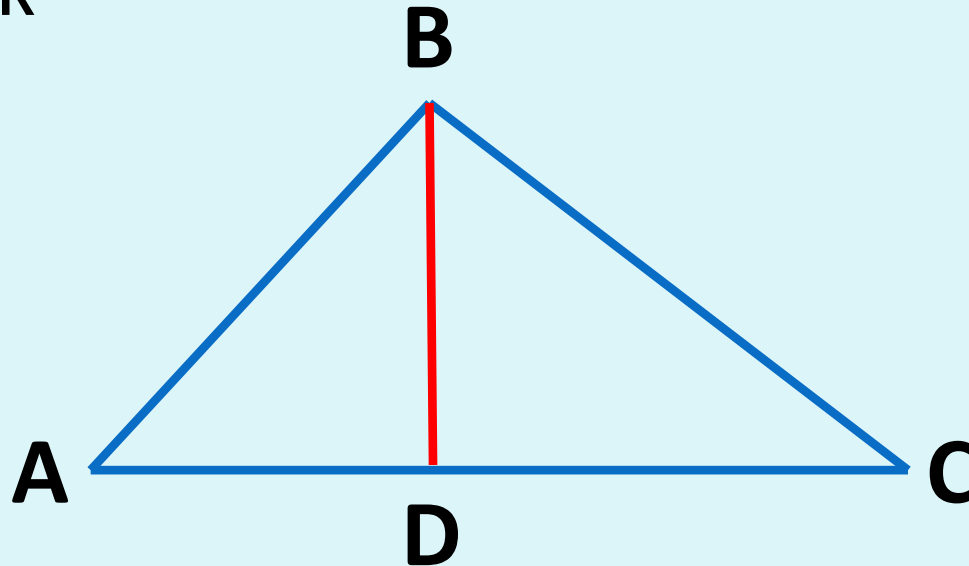
AB = 12 м.

BC = 16 м.

AC = 20 м.

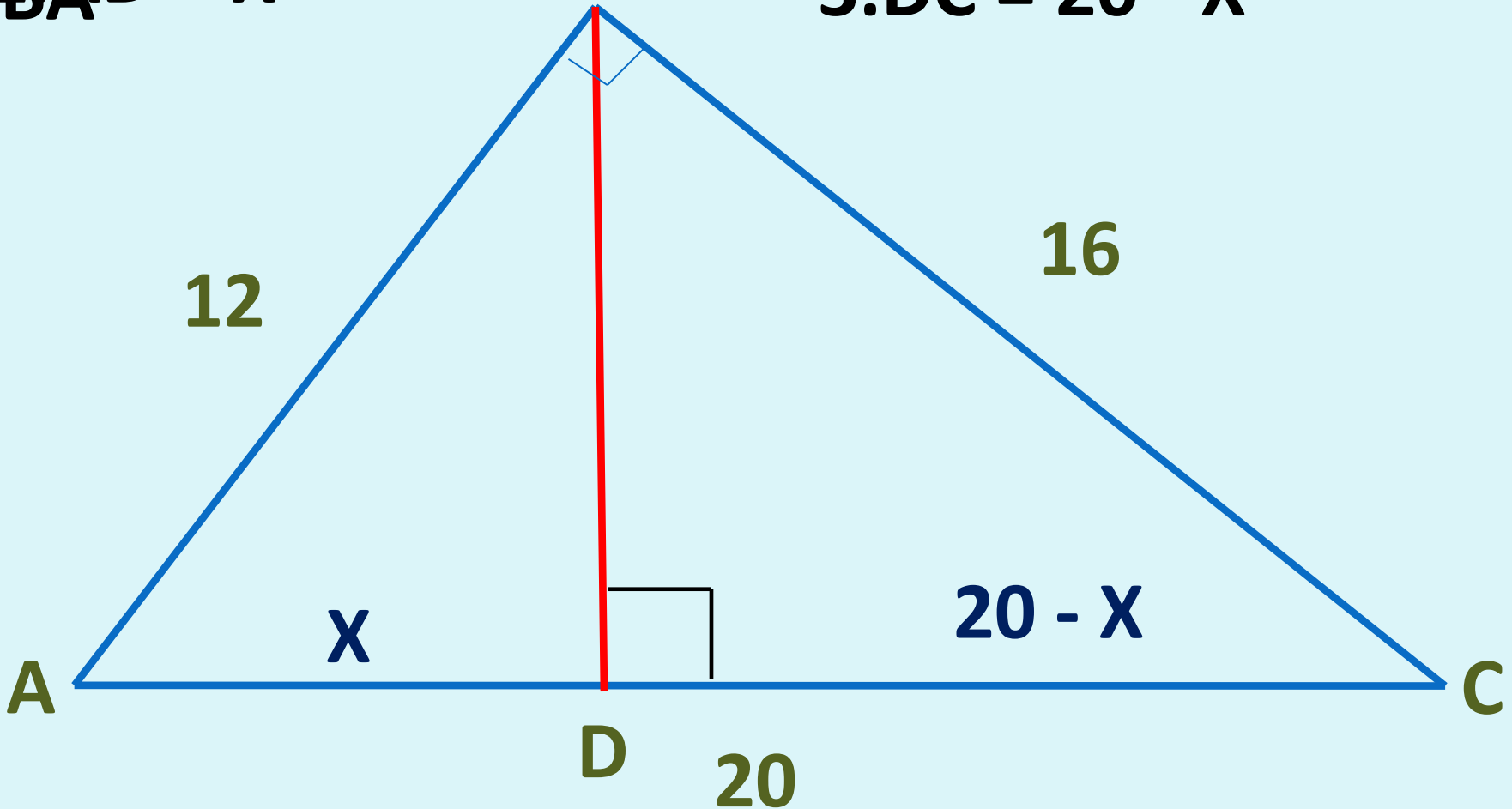
Найти BD

и:



Решение задачи №1:

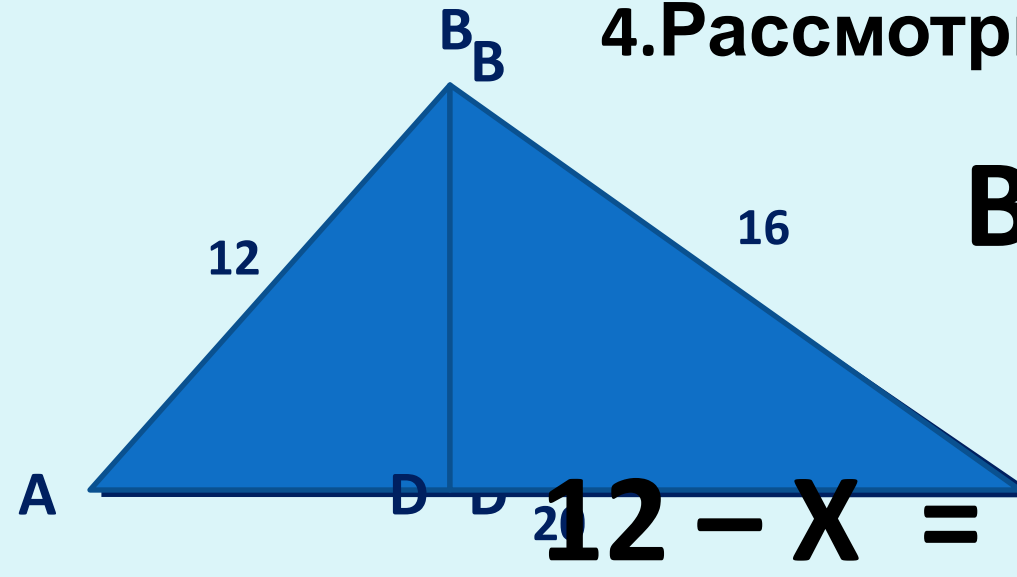
1. Угол $B = 90^\circ$, так как $AC^2 = BC^2 + AB^2$
2. $\angle BAD = X$
3. $DC = 20 - X$



Решение задачи №1:

4. Рассмотрим треугольник ABD и

$$BD^2 = 12^2 - X^2$$



$$12 - X = X(20 - X)$$

$$BD^2 = X(20 - X)^2$$

Решение задачи №1:

$$144 - X^2 = 20X - X^2$$

$$BD^2 \quad 144 - X^2 - 20X + X^2 = 0$$

$144 - 20X = 0$
 $144 = 20X$
 $7,2 = X$

$$7,5 - BD^0 = 9,6$$

$$X = 7,2$$



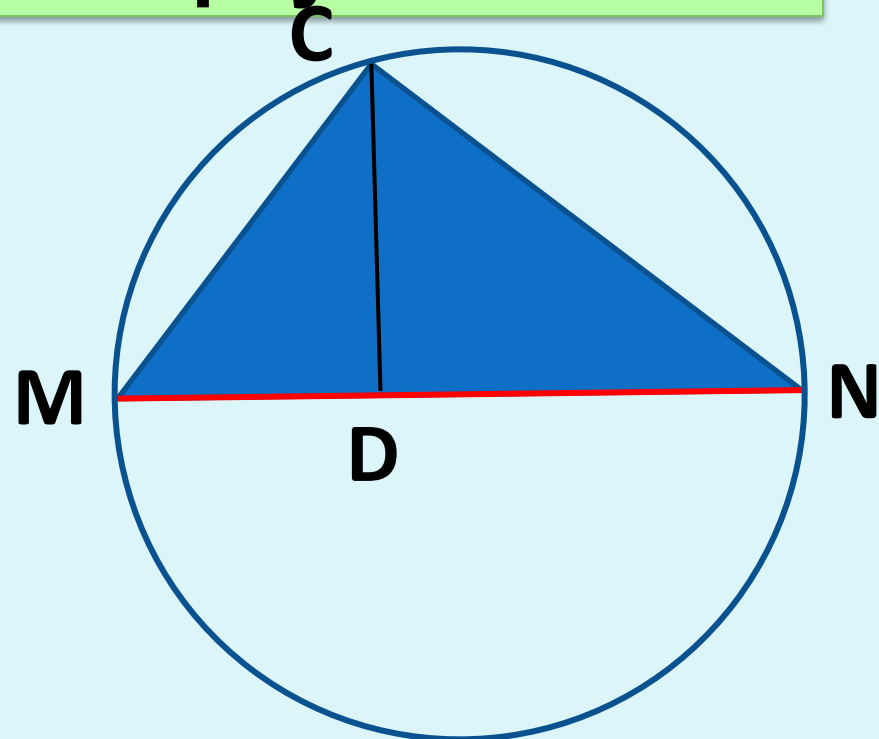
Задача №2

Один из катетов прямоугольного треугольника равен 15, проекция второго катета на гипотенузу равна 16. Найдите диаметр окружности, описанной около этого треугольника.

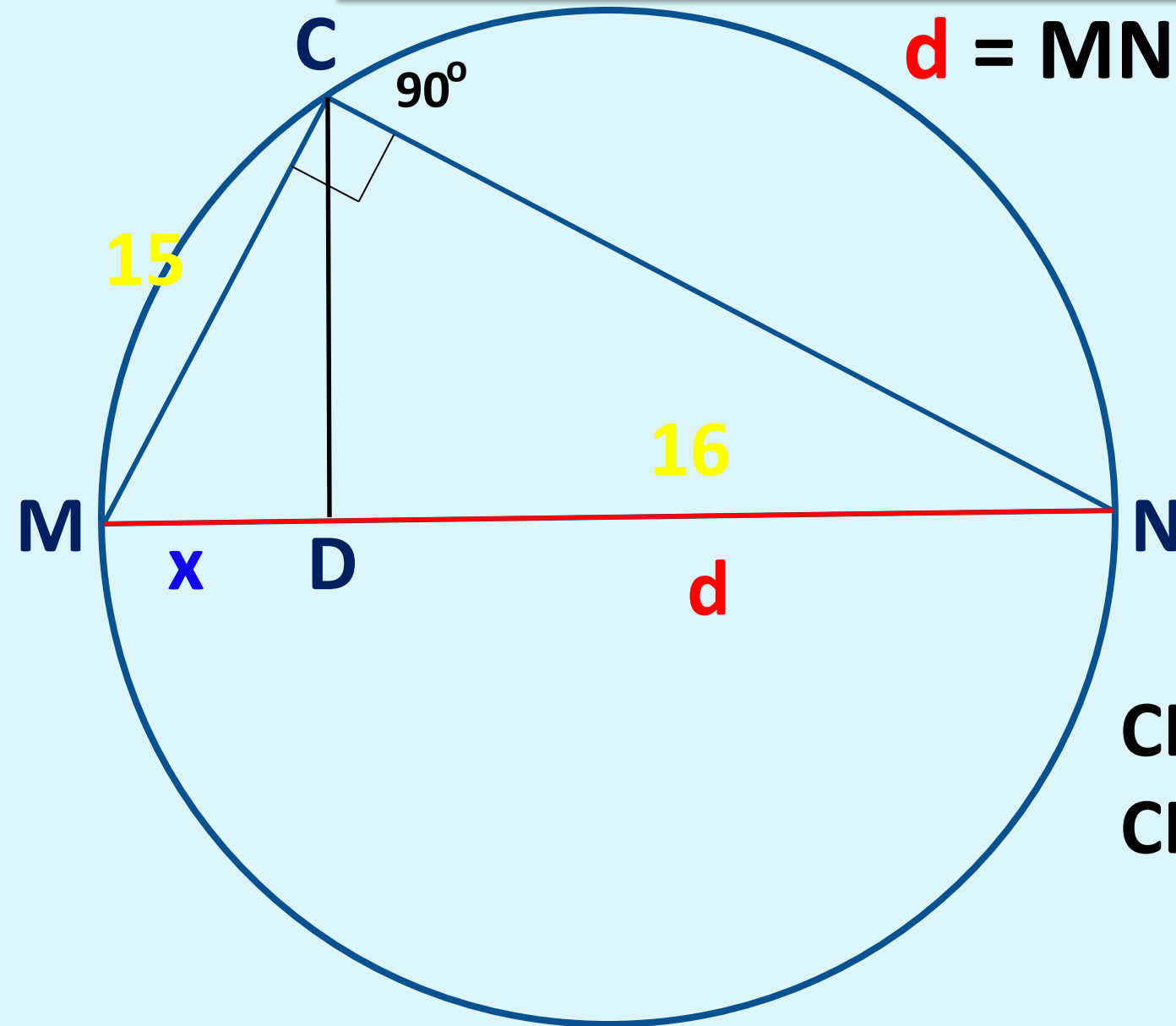
Дано:

$\triangle MCN$ – вписанный
прямоугольный
треугольник
 $DN = 16$ (проекция CN)

Найти: MN



Решение задачи №2:



$$d = MN = MD + DN$$

$$MD = x$$

$$d = x + DN$$

$$CD^2 = 15 - x$$

$$CD^2 = 16x$$

Решение задачи №2:

$$15^2 - x^2 = x \times 16$$

$$x^2 + 16x - 225 = 0$$

$$D = 256 + 900 = 1156$$

$$x_1 = \frac{-16 - 34}{2} = -25 \quad x_2 = \frac{-16 + 34}{2} = 9$$

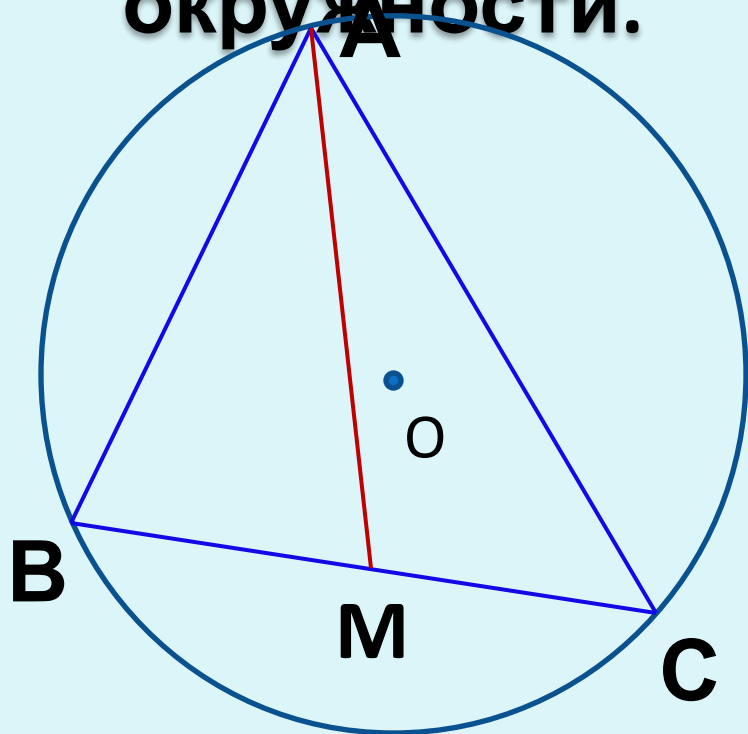
$$d = x + DN$$

$$d = 9 + 16 = 25$$



Задача №3

Биссектриса AM треугольника ABC делит сторону CB на отрезки $CM=10$ и $MB=14$, $AB=21$. Найдите радиус описанной вокруг треугольника ABC окружности.



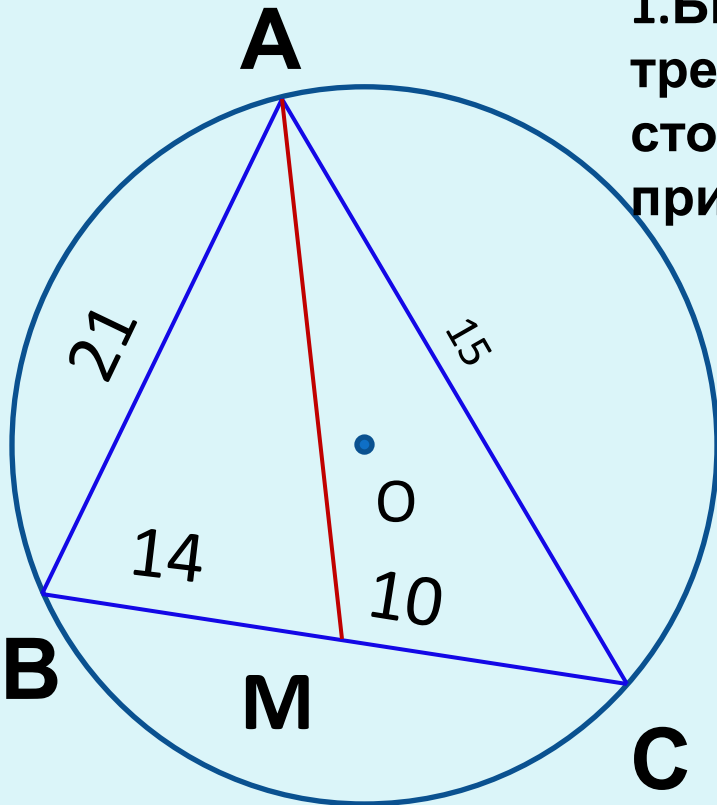
Дано:

$CM=10$, $MB=14$,

$AB=21$

Найти : R

Решение задачи №3:



1. Биссектриса внутреннего угла треугольника делит противоположную сторону на части, пропорциональные прилежащим сторонам.

$$\frac{AB}{BM} = \frac{AC}{CM}$$

$$\frac{21}{14} = \frac{AC}{10}$$

$$AC = 15$$

2. Радиус описанной окружности найдём по формуле:

$$R = \frac{abc}{4 \cdot S}$$

Где S найдём по формуле Герона

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Где $p = \frac{1}{2}(a + b + c)$

$$p = \frac{1}{2}(24 + 21 + 15)$$

$$p = 30$$

$$S = \sqrt{30 \cdot 9 \cdot 15 \cdot 6} = 90\sqrt{3}$$

$$R = \frac{21 \cdot 15 \cdot 24}{4 \cdot 90 \cdot \sqrt{3}} = 7\sqrt{3}$$

Ответ: $7\sqrt{3}$

R=



Задача №4:

Найдите радиус окружности, вписанной в остроугольный треугольник ABC, если

$$\sin A = \frac{12}{13} \quad \sin C = \frac{4}{5}$$

высота BH равна 12 и известно, что

Дано

: $\triangle ABC$, $BH = 12$, $BH \perp AC$

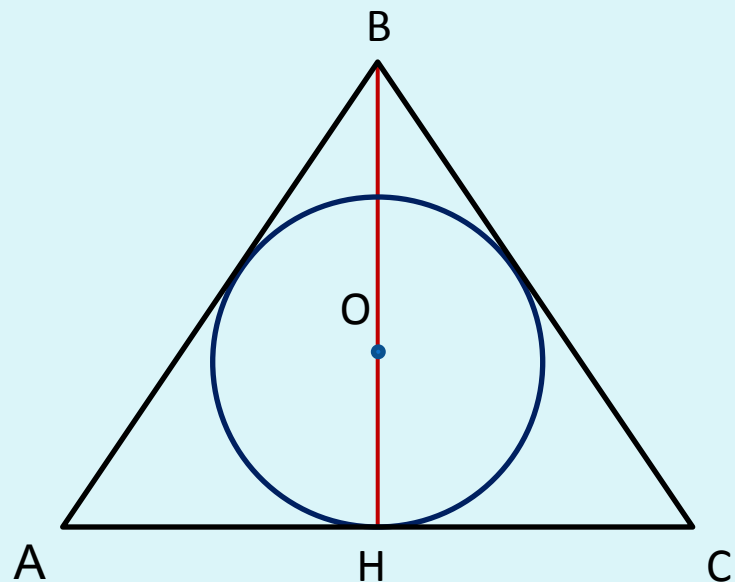
$$\sin A = \frac{12}{13}$$

$$\sin C = \frac{4}{5}$$

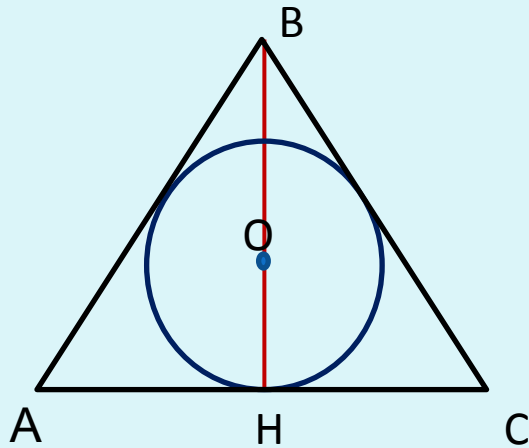
O – центр, вписанной
окружности

Найти:

r



Решение задачи №4:



$$1. r = \frac{S}{p}$$

2. По определению синуса из $\triangle BHC$, где $\angle BHC = 90^\circ$
(по условию $BH \perp AC$)

$$\sin A = \frac{BH}{AB} = \frac{12}{13}$$

$$AB = 12 : \frac{12}{13} = 13$$

$$3. \sin C = \frac{BH}{BC} = \frac{4}{5}$$

$$BC = BH : \sin C = 15$$

$$4. HC^2 = BC^2 - BH^2 = 225 - 144 = 81$$

$$HC = 9$$

$$5. AH^2 = AB^2 - BH^2 = 25$$

$$AH = 5$$

$$6. AC = AH + HC = 14$$

$$7. S_{\triangle} = \frac{1}{2} ah = \frac{168}{2} = 84$$

ОТВЕТ: $r = \frac{1}{21}(a+b+c) = 21$

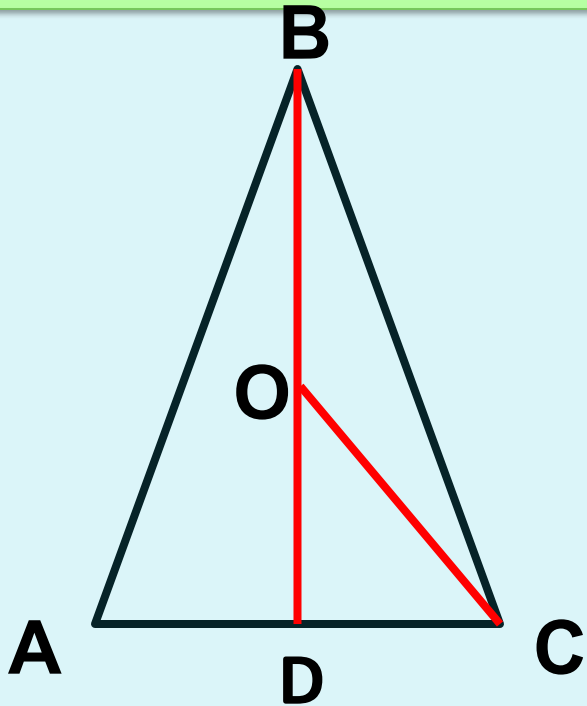
$$r = \frac{84}{21} = 4$$

4



Задача №5

Около равнобедренного треугольника с основанием AC и углом при основании 75° описана окружность с центром O . Найдите её радиус, если площадь треугольника BOC равна 16.



Дано:

$\triangle ABC$, AC - основание,
 $\angle BAC = 75^\circ$, O – центр
описанной
окружности,
 $S_{\triangle BOC} = 16$.

Найти: R .

Решение задачи №5

В



1. Треугольник по условию равнобедренный, проведем высоту BD, она является и медианой.
2. $OB=OC=R$, $S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} BO \cdot OC \cdot \sin \angle BOC$. Поэтому точка O принадлежит BD.
3. Треугольник вписан в окружность с центром O, значит $\angle BOC$ это соответствующий центральный угол вписанного угла A и равен 150° .
4. $16 = \frac{1}{2} R \cdot R \cdot \sin 150^\circ$, $\sin 150^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$
 $R=8$

Ответ: 8



Задача

№6

Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник равен 2 м, а радиус описанной окружности равен 5 м.

Найдите больший катет треугольника

Дано:

$\triangle ABC$, $\angle C=90^\circ$

$r=2$ м, $R=5$ м, O_1 -

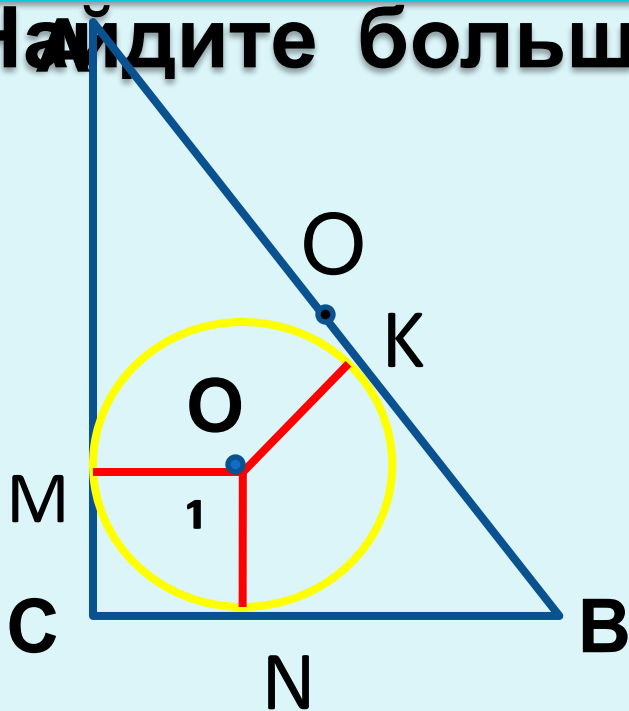
центр

вписанной

окружности,

Найти: больший

катет



Решение задачи

№6 O – центр описанной окружности; так как треугольник ACB

прямоугольный, то его гипотенуза является диаметром окружности, угол $ACB = 90^\circ$ и является вписанным

$$AB = 2R = 5 \cdot 2 = 10 \text{ м.}$$

2. O_1 – центр вписанной окружности: $O_1K \perp AB$; $O_1M \perp AC$; $O_1N \perp CB$;

3. Отрезки OK и ON равны как отрезки

касательных, проведенных из одной точки, аналогично $CN = CM$;

$AM = AK$; обозначим $BK = BN = x$; тогда $CB = 2 + x$;

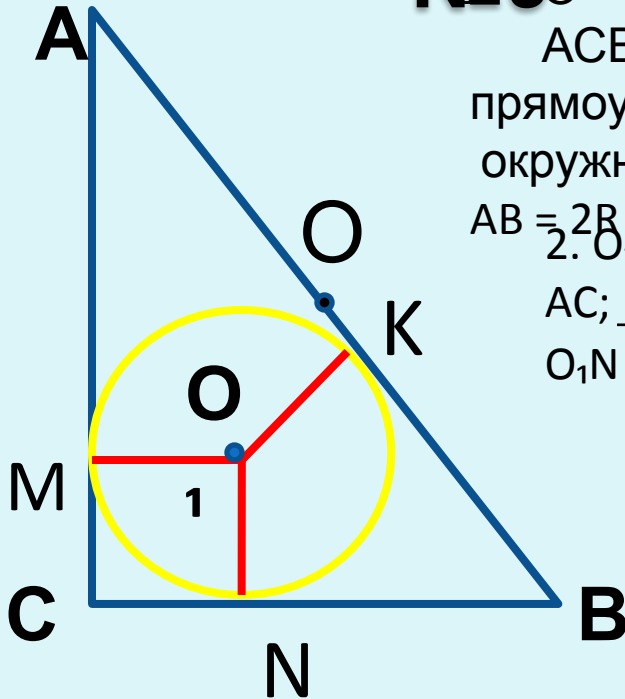
$$AK = AM = 10 - x; AC = 12 - x.$$

4. По т. Пифагора $AB^2 = CB^2 + AC^2$; $10^2 = (2 + x)^2 + (12 - x)^2$

$$2x^2 - 20x + 48 = 0, \quad x^2 - 10x + 24 = 0,$$

$$x_1 = 6, \quad x_2 = 4;$$

$$AC = 12 - 6 = 6; \quad CB = 2 + 6 = 8 \text{ м.}$$



Ответ:

8 м



Задача

№7

Периметр прямоугольного треугольника равен 72 м, а радиус вписанной в него окружности - 6 м.

Найдите диаметр описанной окружности.

Дано:

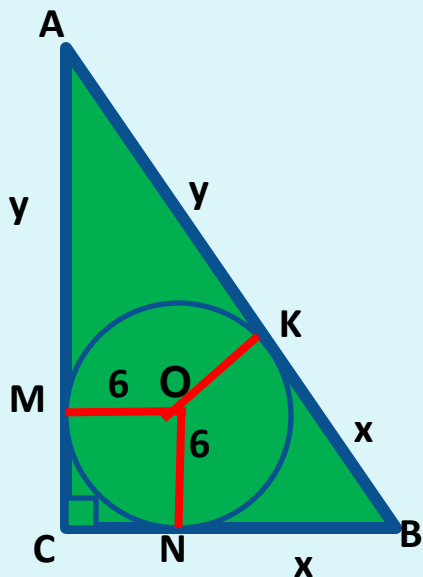
ABC – треугольник

$P=72$

$\angle C=90^\circ$

$r = 6$ м

Найти: d описанной окружности.



Решение задачи

№7:

1. $\triangle ABC$ – прямоугольный ; угол $C = 90^\circ$,
Значит диаметр описанной окружности
совпадает с
гипотенузой т.е. $d=AB$

2. O – центр вписанной окружности, $ON = OM = r = 6$
По свойству касательной $ON \perp CB$, $OM \perp AC$; значит
 $CM = CN$, как отрезки касательных к окружности с
центром O ,
проведенных из одной точки, итак,
четырёхугольник

3. $CMON$ – квадрат со стороной $OM = 6$ ($OK \perp AB$)
3. Обозначим отрезки $BN = BK = x$ ($OK \perp AB$)
 $OK = r$, $BN = BK$ как отрезки касательных $AM =$
 $MK = y$

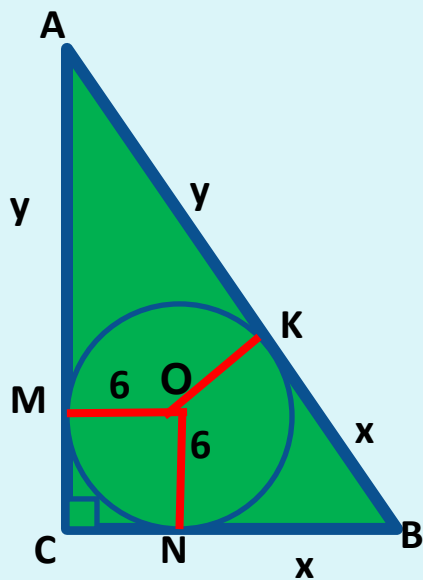
$P \triangle ABC = AC + AB + CB$, но

$$AC = 6 + y, \quad AB = x + y, \quad CB = 6 + x$$

$P \triangle ABC = 6 + y + x + y + 6 + x = 12 + 2x + 2y = 72$ (по
условию)

$$x + y = (72 - 12) : 2, \quad x + y = 30, \quad AB = 30$$

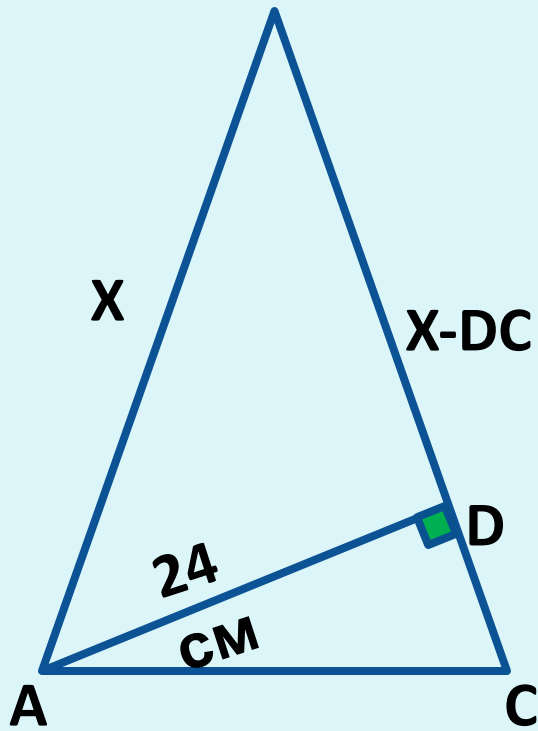
Ответ : 30



Задача № 8

Основание равнобедренного треугольника равно 30 м, а высота, проведённая из вершины основания – 24 м.

Найдите площадь треугольника.



Дано:

ABC –
треугольник

$AB=BC$

$AC=30$ см

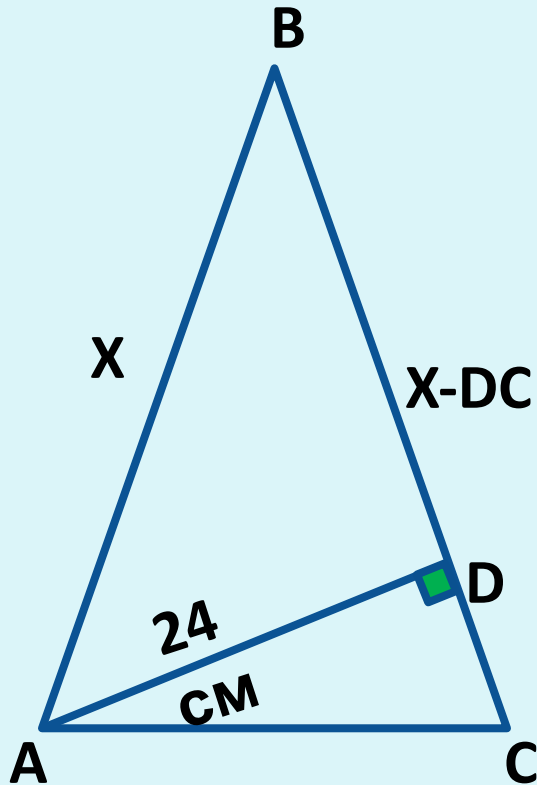
$AD \perp BC$

$AD=24$ см

Найти: S_{ABC}

Решение задачи

№8:



1. $S \triangle ABC = \frac{1}{2} AD \cdot BC$

Найдём BC, обозначим $AB = BC = x$, тогда $DB = x - DC$

2. Из $\triangle ABC$ найдём

DC

$$DC = \sqrt{30^2 - 24^2} = \sqrt{(30 - 24) \cdot (30 + 24)} = 18$$

$DB = x - 18$

3. $\triangle ABD$ по т. Пифагора имеем:

$$AB^2 = BD^2 + AD^2 ; \quad BD^2 = \sqrt{AB^2 - AD^2}$$

$$(x - 18)^2 = x^2 - 24^2$$

$$36x = 324 + 576$$

$$4x = 100$$

$$x = 25$$

$$S \triangle ABC = \frac{1}{2} 24 \cdot 25 = 300 \text{ (м}^2\text{)}$$

)
Ответ: 300²



Задача № 9

В равнобедренный треугольник ABC
вписана окружность. Параллельно его основанию AC
проведена касательная к окружности,
пересекающая

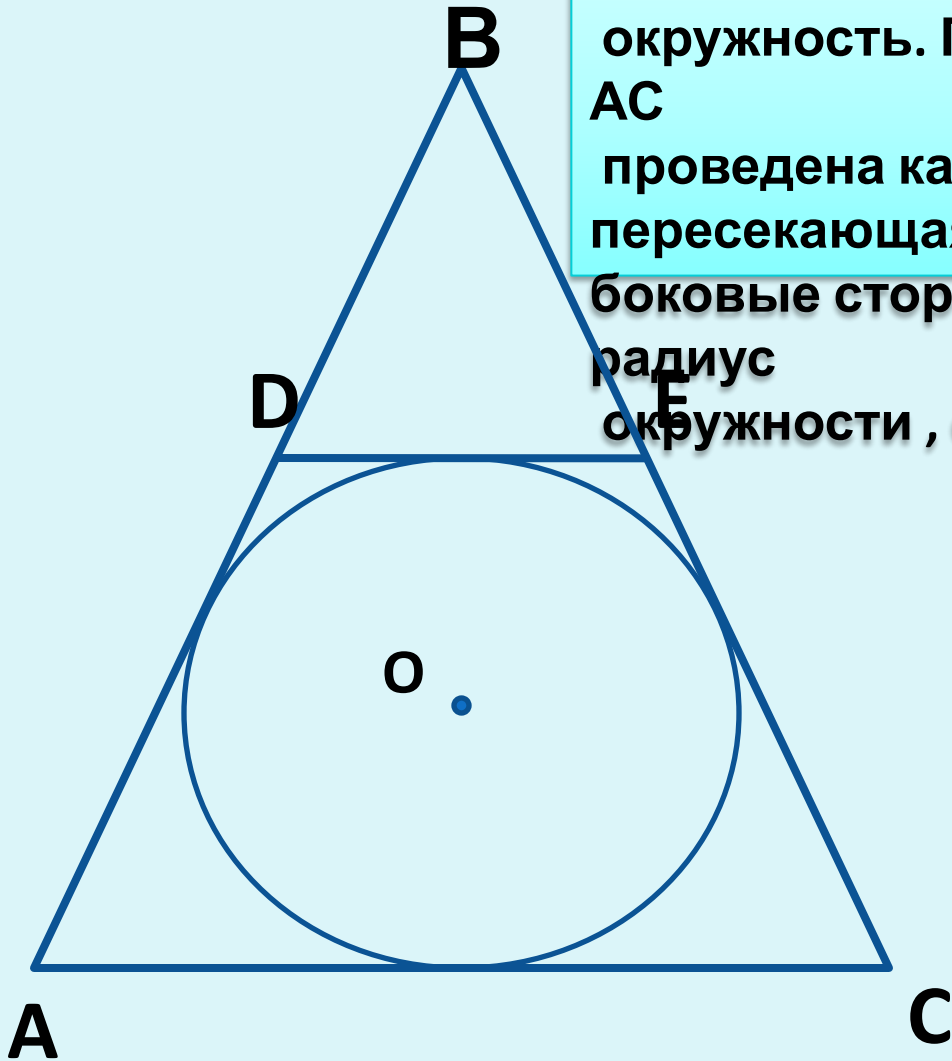
боковые стороны в точках D и E. Найдите
радиус

окружности, если $DE = 8$, $AC = 18$.

О - центр вписанной
окружности

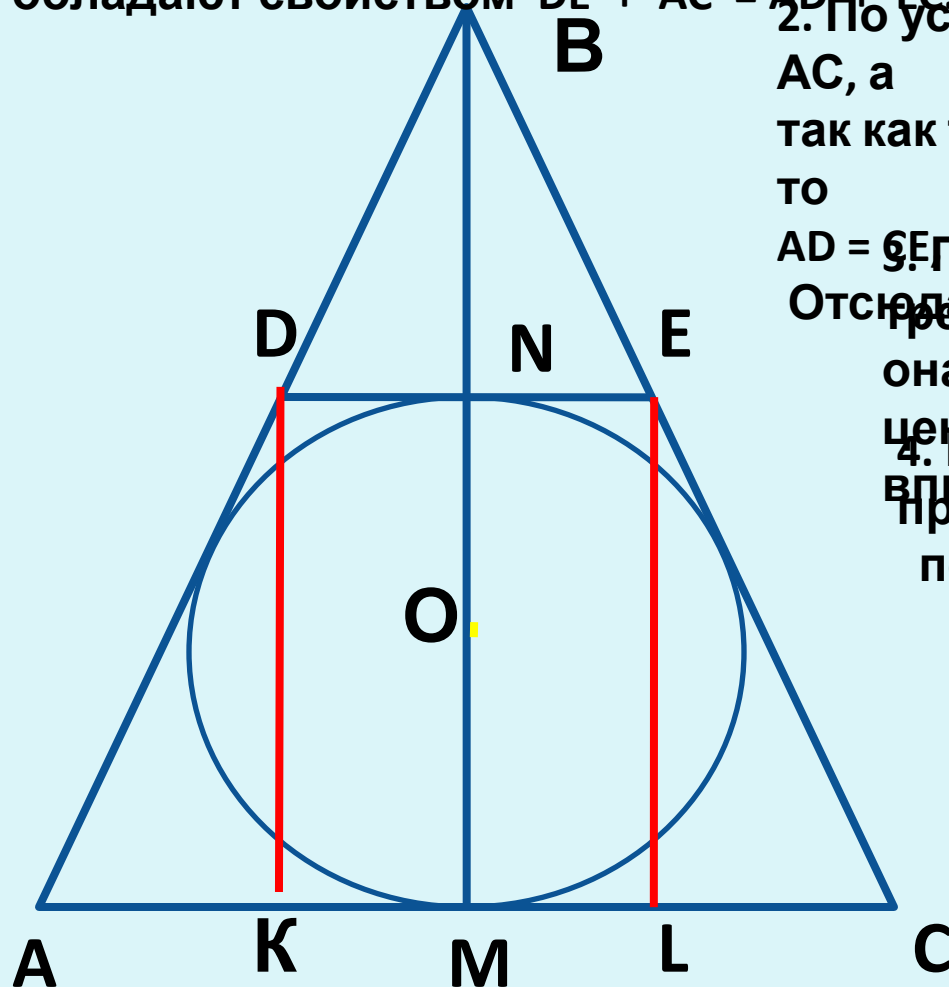
DE \parallel AC, $DE = 8$ $AC = 18$

Найти :
r



Решение задачи

1. Четырехугольник **№9** описанный, все его стороны касаются окружности с центром O . Стороны такого четырехугольника обладают свойством $DE + AC = AD + EC$.



2. По условию отрезок DE параллелен AC , а

так как треугольник равнобедренный, то

$AD = EC$.

3. Проведем BM высоту

треугольника, она является и биссектрисой, значит центр

4. Из вершины D и E вписанной окружности O проведем

перпендикуляры.

5. $KL = DE$, $AK = LC$ и $AK + LC = 18 - 8 = 10$

$AK = 5$.

6. Из треугольника

ADK :

$DK = 12$, $DK = MN = 2r$,

$r = 6$.

Ответ :

6



Исторические сведения.

Треугольник - самая простая замкнутая прямолинейная фигура; одна из первых, свойства которой человек узнал еще в глубокой древности, так как эта фигура всегда имела широкое применение в практической жизни. В строительном искусстве испокон веков используется свойство жесткости треугольника для укрепления различных строений и их деталей. Изображения треугольников и задачи на треугольники встречаются в папирусах, в старинных индийских книгах и в других древних документах. В древней Греции учение о треугольниках развивалось в ионийской школе, основанной в VII в. до н. э. **Фалесом**, в школе **Пифагора** и других; оно было затем полностью изложено в первой книге «Начал» **Евклида**. Понятие о треугольнике исторически развивалось, так: сначала рассматривались лишь правильные, затем равнобедренные и, наконец, разносторонние



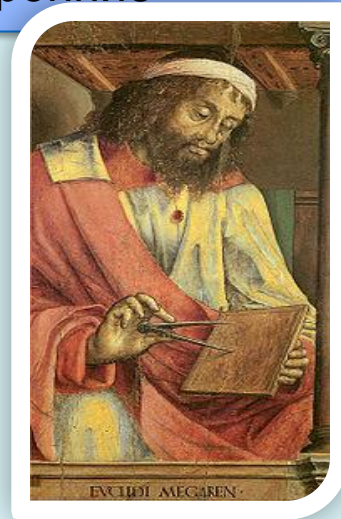
Фалес

640/624 до н. э.



Пифагор

прим. 570 до н. э.



Евклид

III век до н. э.



Справочный материал

- **Проекция катета на гипотенузу**- отрезок (часть гипотенузы) , соединяющий основание перпендикуляра , опущенного из прямого угла и конец катета, общий с гипотенузой.
- **Окружность, касающаяся всех трех сторон треугольника,** называется его **вписанной окружностью**
- **Биссектрисой** треугольника, проведенной из данной вершины, называют отрезок, соединяющий эту вершину с точкой на противоположной стороне и делящий угол при данной вершине пополам.
- **Биссектрисы треугольника** пересекаются в одной точке, и эта точка совпадает с **центром вписанной окружности**.
- Окружность, проходящая через все три вершины треугольника, называется его **описанной окружностью**.
- **Серединные перпендикуляры** к сторонам треугольника пересекаются в одной точке, которая совпадает с **центром описанной окружности**.
- В равнобедренном треугольнике биссектриса, медиана и высота, проведенные к основанию, совпадают.

