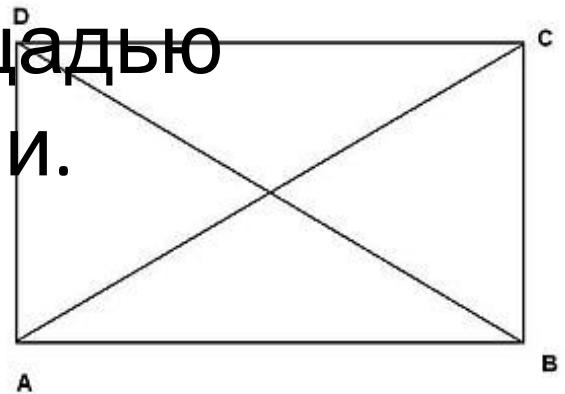


# Площадь квадрата

Презентация по геометрии  
ученицы 8 «В» класса  
Жиряковой Марии.

- **Площадь** — численная характеристика двумерной (плоской или искривлённой) геометрической фигуры, неформально говоря, показывающая размер этой фигуры.
- Фигуры с одинаковой площадью называются равновеликими.



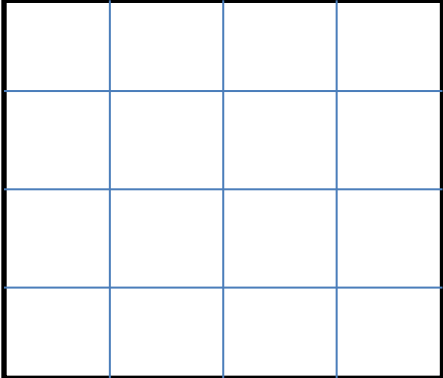
# Аксиомы площади

- Площадь единичного квадрата равна 1.
- Площадь аддитивна.
- Площадь неотрицательна.

аддитивность площади означает, что площадь целого равен сумме ...составляющих его частей.

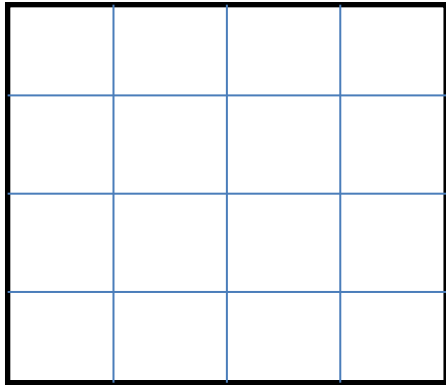
$$f(a + b) = f(a) + f(b).$$

- Докажем, что площадь квадрата со стороной  $a$  равна  $a^2$ .
- 1 случай.
- $a=1/n$ , где  $n$ - нат.число. Возьмем квадрат со стороной 1 и разобьем его на  $n^2$  равных квадратов, как на рисунке.

-  Так как площадь большого квадрата равна 1, то площадь каждого маленького квадрата...

- Сторона каждого маленького квадрата равна..., т.е. равна  $a$ . Итак,  $S = 1/n^2 = (1/n)^2 = a^2$   
(1)
- Случай 2.

Пусть теперь  $a$  представляет собой конечную десятичную дробь, содержащую  $n$  знаков после запятой, так же число  $a$  может быть целым, и тогда  $n=0$ . Тогда число квадратиков на каждой стороне  $m = a \cdot 10^n$ . Разобьем данный квадрат со стороной  $a$  на  $m^2$  равных квадратов, как на рисунке.



- При этом каждая сторона данного квадрата разобьется на  $m$  равных частей, и, значит, сторона любого маленького квадрата равна  
$$a/m = a/a \cdot 10^n = 1/10^n$$
По формуле(1) площадь маленького квадрата равна  $(1/10^n)^2$ .

- Следовательно, площадь данного квадрата равна

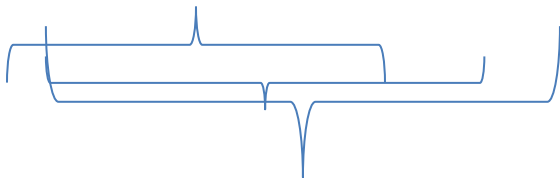
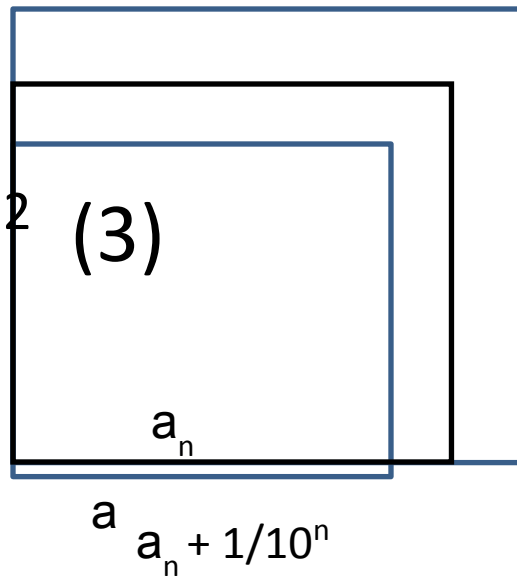
$$m^2 * (1/10^n)^2 = (m/10^n)^2 = (a * 10^n / 10^n)^2 = a^2 .$$

Пусть число  $a$  представляет собой бесконечную десятичную дробь.

Рассмотрим число  $a_n$ , получаемое из  $a$  отбрасыванием всех десятичных знаков после запятой, начиная с  $(n+1)$ -го. Так как число  $a$  отличается от  $a_n$  не более чем на  $1/10^n$ , то  $a_n \leq a \leq a_n + 1/10^n$ , откуда  $a_n^2 \leq a^2 \leq (a_n + 1/10^n)^2$ . (2)

- Площадь данного квадрата заключена между площадью квадрата со стороной  $a_n$  и площадью квадрата со стороной  $a_n + 1/10^n$

- $a_n^2 \leq S \leq (a_n + 1/10^n)^2 \quad (3)$





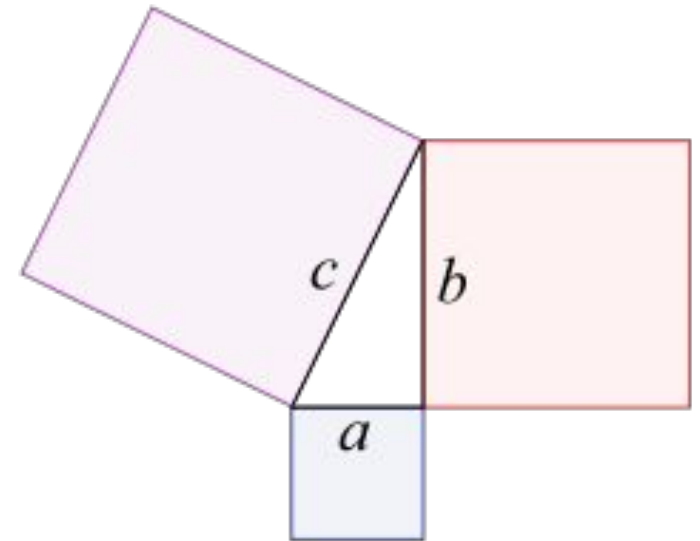
- Будем неограниченно увеличивать число  $n$ . Тогда число  $1/10^n$ , будет становиться сколь угодно малым, и, значит, число  $(a_n + 1/10^n)^2$  будет сколь угодно мало отличаться от числа  $a_n^2$ . Поэтому из неравенств (2) и (3) следует, что число  $S$  сколь угодно мало отличается от числа  $a^2$ . Следовательно, эти числа равны:  $S = a^2$ , Ч.Т.Д.

# Теорема Пифагора.

- **Теорема Пифагора** — одна из основополагающих теорем евклидовой геометрии, устанавливающая соотношение между сторонами прямоугольного треугольника.

# Формулировки

- **Геометрическая формулировка:**
- Изначально теорема была сформулирована следующим образом:
- В прямоугольном треугольнике площадь квадрата, построенного на гипотенузе, равна сумме площадей квадратов, построенных на катетах.



# Алгебраическая формулировка:

- В прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов.
- То есть, обозначив длину гипотенузы треугольника через  $c$ , а длины катетов через  $a$  и  $b$ :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

- Обе формулировки теоремы эквивалентны, но вторая формулировка более элементарна, она не требует понятия площади. То есть второе утверждение можно проверить, ничего не зная о площади и измерив только длины сторон прямоугольного треугольника.
- **Обратная теорема Пифагора:**
- Для всякой тройки положительных чисел  $a$ ,  $b$  и  $c$ , такой, что  $a^2 + b^2 = c^2$ , существует прямоугольный треугольник с катетами  $a$  и  $b$  и гипотенузой  $c$ .

- **Доказательства**
- По преданию, Пифагор отпраздновал открытие своей теоремы гигантским пиром, заклвав на радостях сотню быков.
- На данный момент в научной литературе зафиксировано 367 доказательств данной теоремы. Вероятно, теорема Пифагора является единственной теоремой со столь внушительным числом доказательств. Такое многообразие можно объяснить лишь фундаментальным значением теоремы для геометрии.