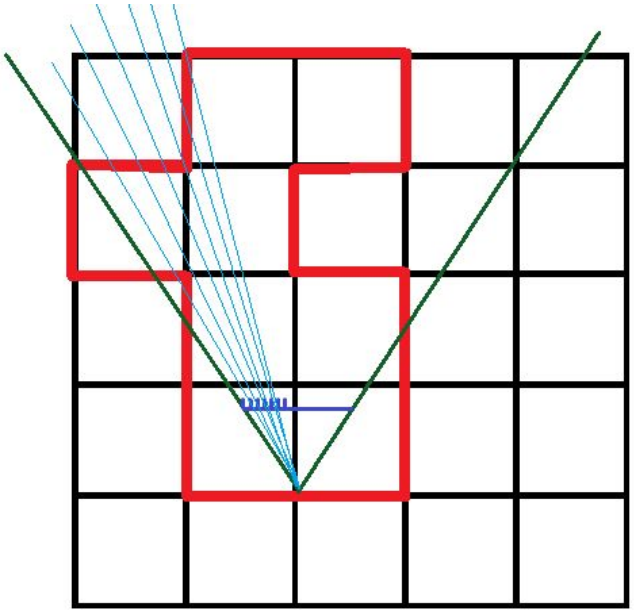
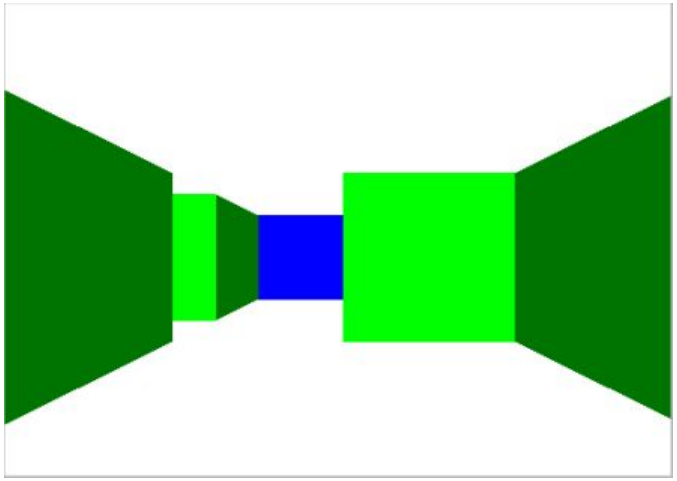
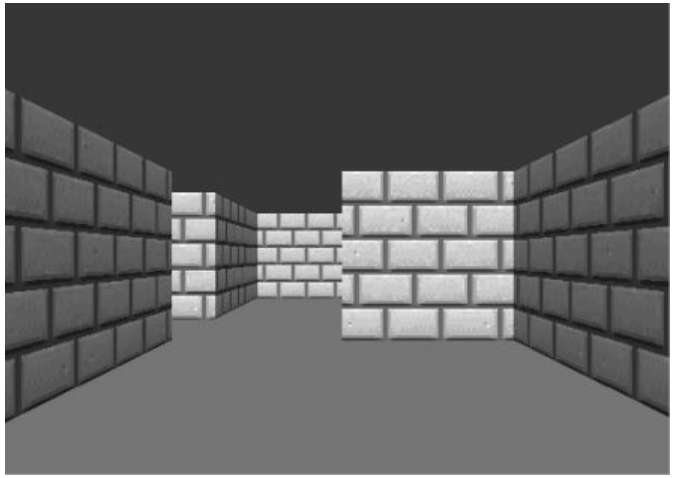
Введение в алгоритм трассировки лучей

URL: http://www.school30.spb.ru/cgsg/cgc/
E-mail: CGSG@yandex.ru

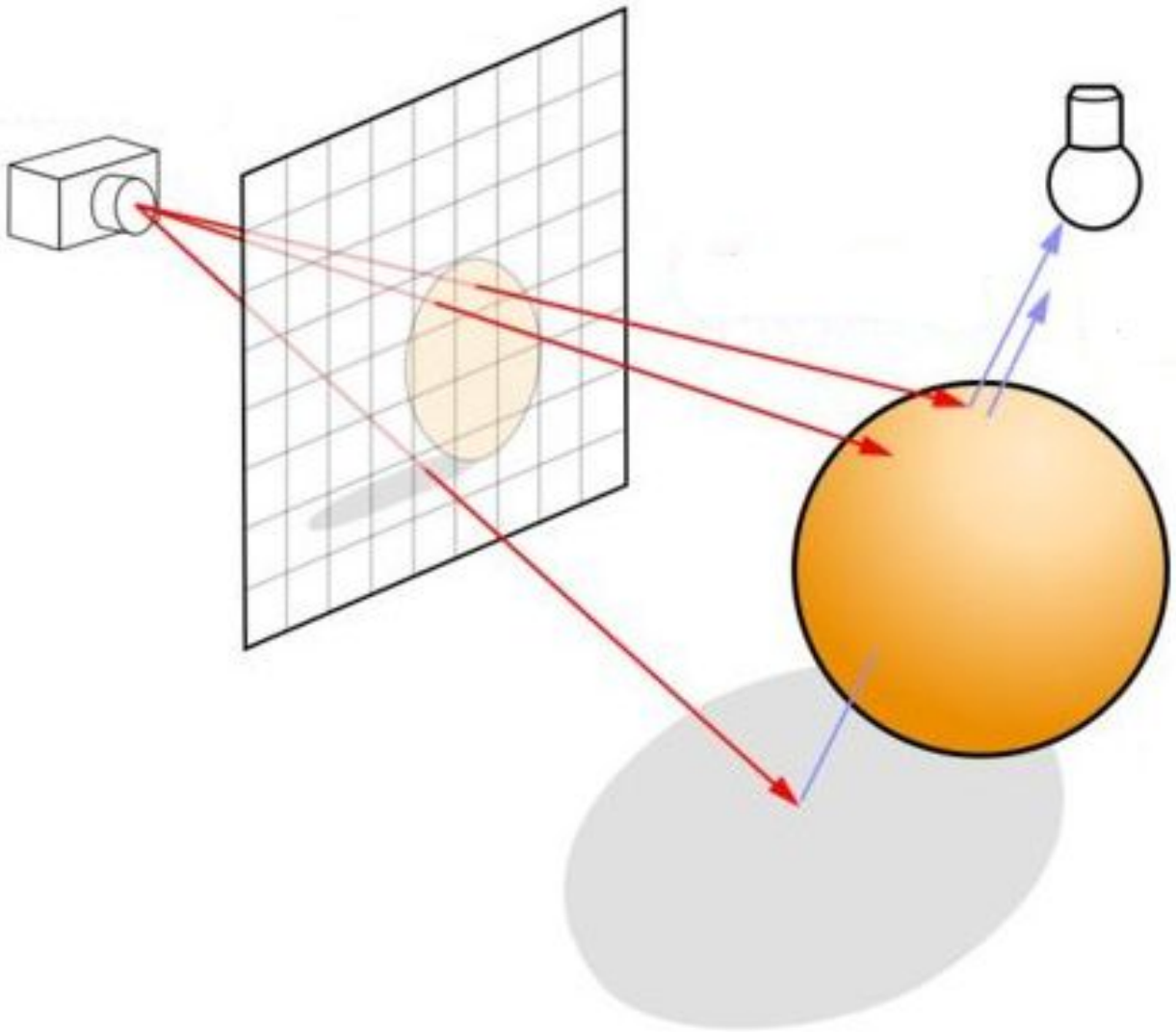
Ray Casting



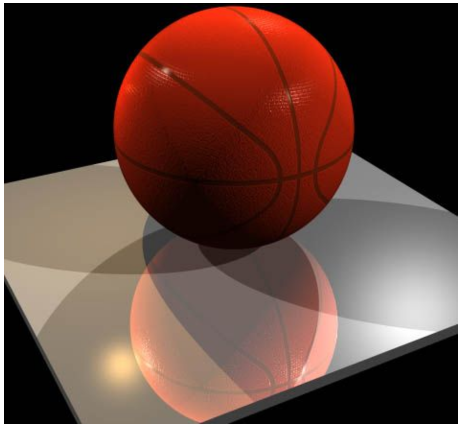


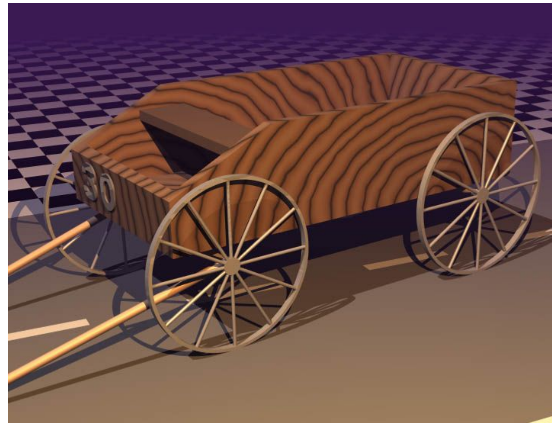


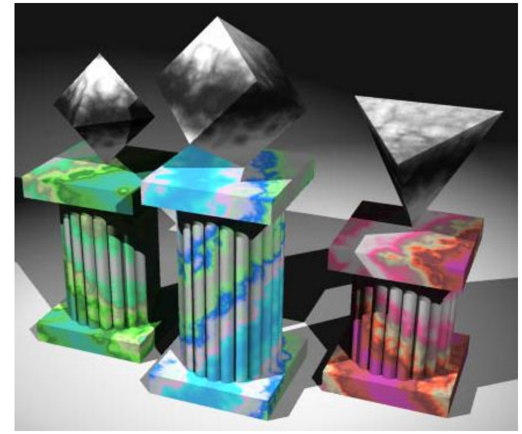
Ray Tracing

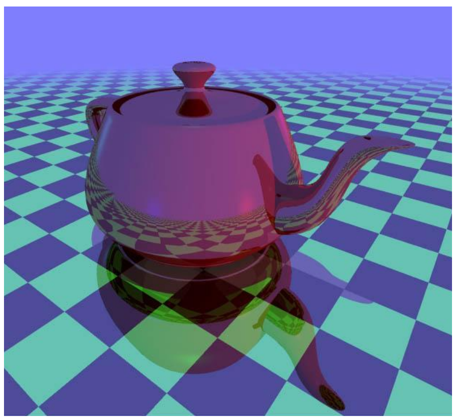


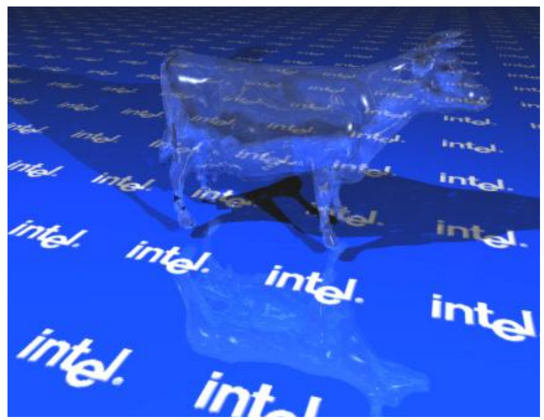
Ray Tracing

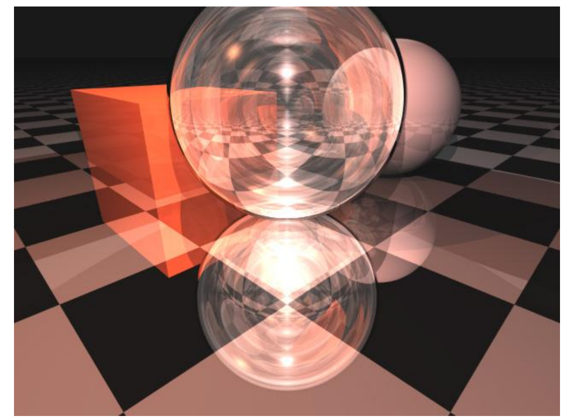


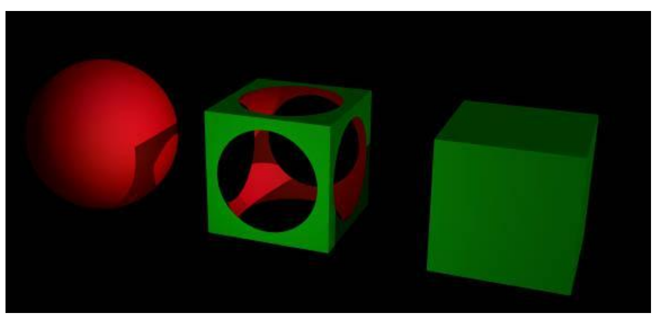


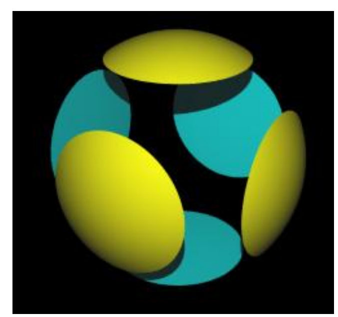




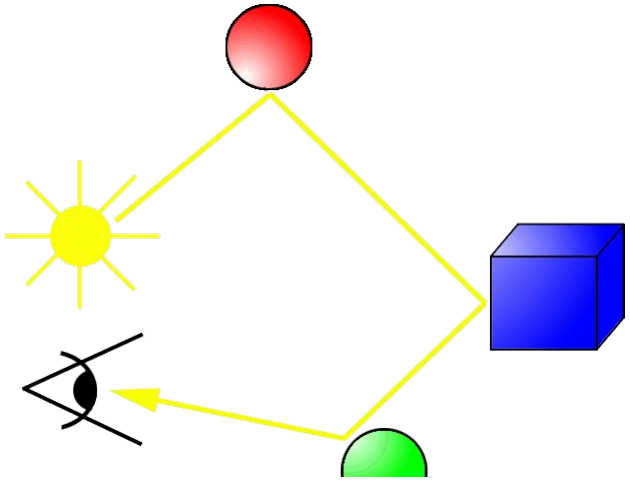


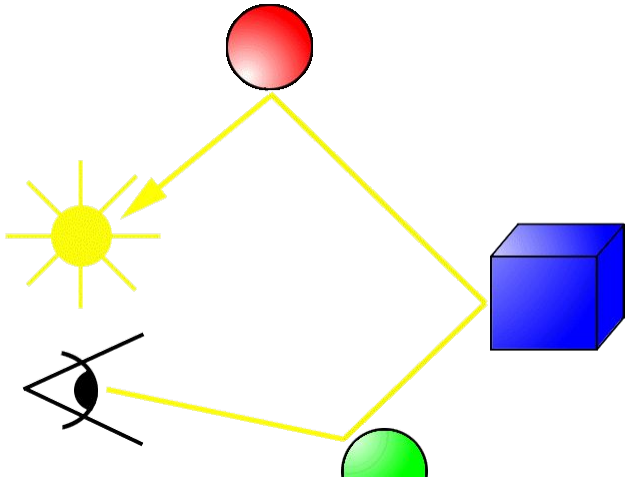


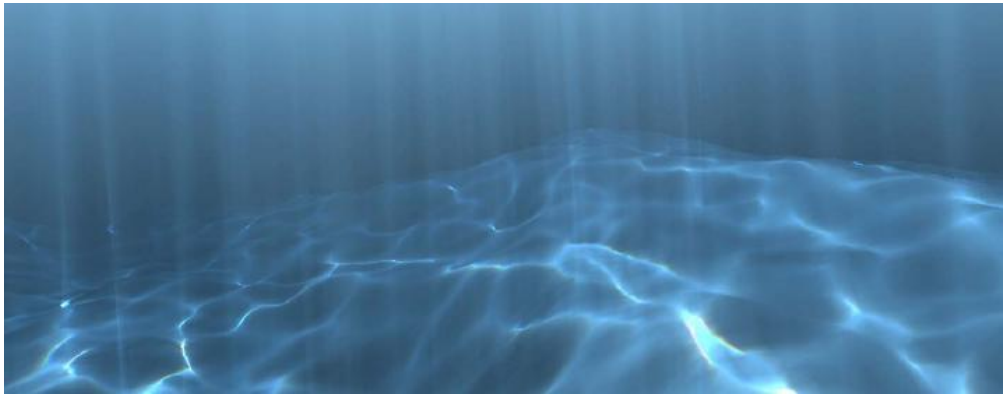


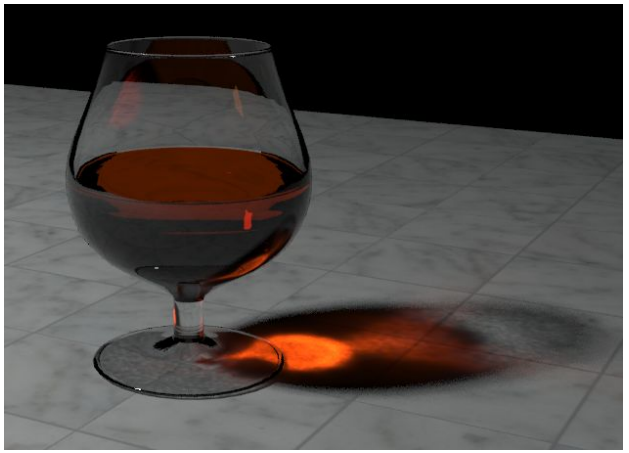


Forward vs. Backward





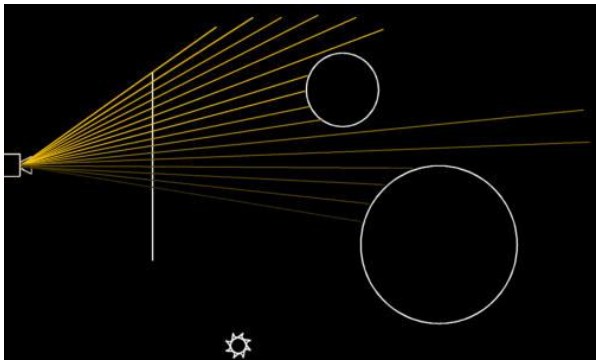


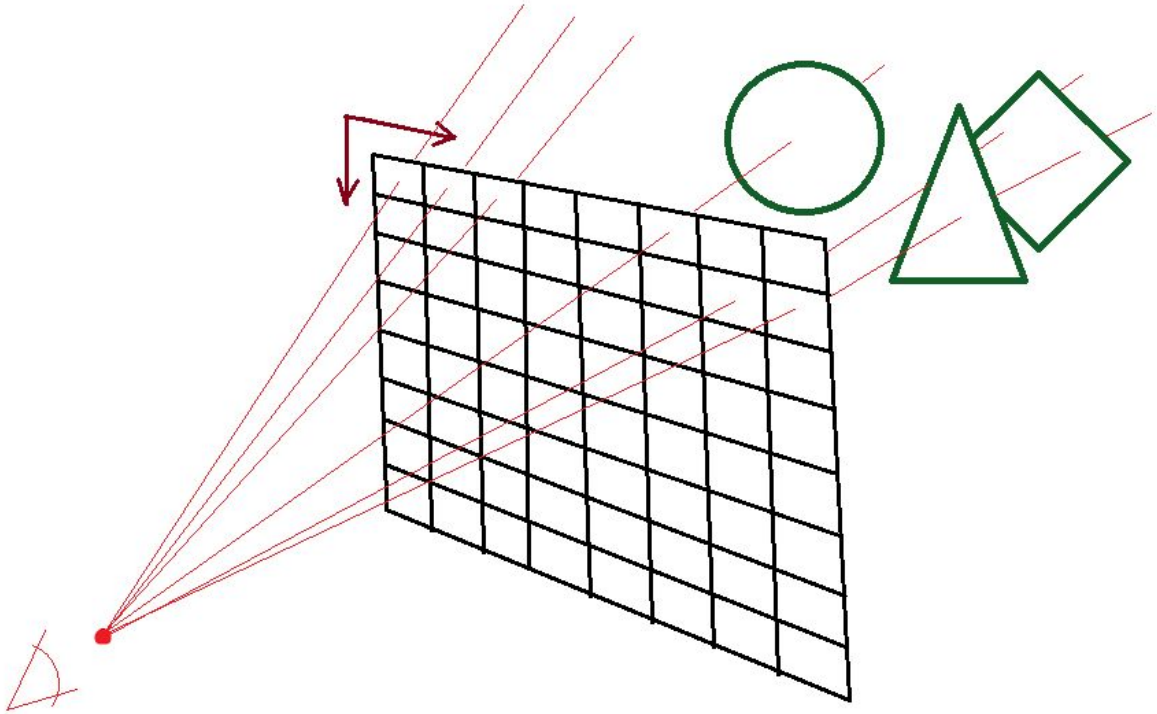


Алгоритм

$$Луч: \vec{P} = \vec{O} + \vec{D} \cdot t$$

$$\begin{cases} x = Ox + Dx \cdot t \\ y = Oy + Dy \cdot t \\ z = Oz + Dz \cdot t \end{cases}$$





Камера & построение луча

$$\vec{A} = \vec{N} \cdot Dist,$$

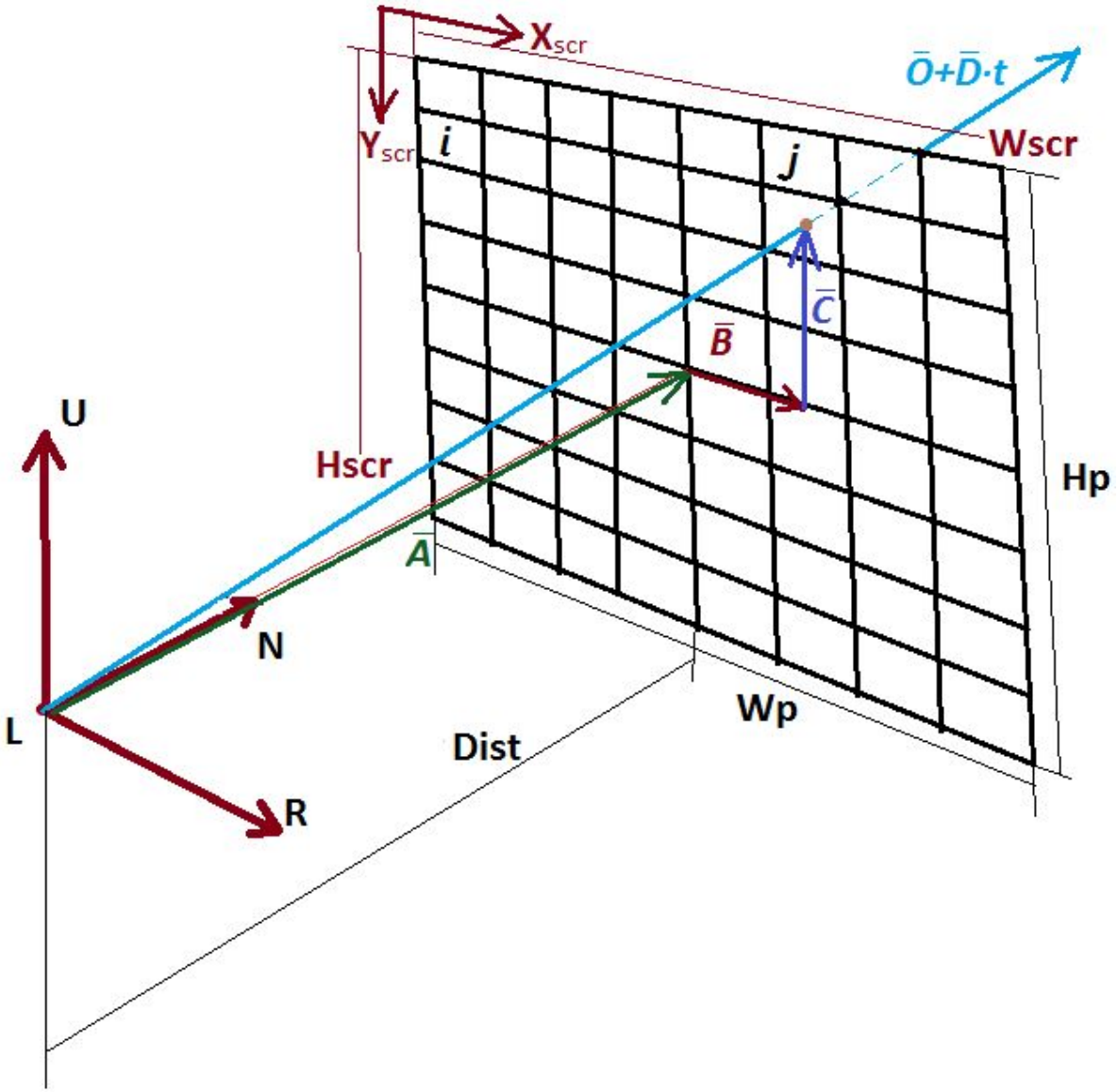
$$\vec{B} = \vec{R} \cdot \frac{(j + 0.5 - Wscr/2)}{Wscr} \cdot Wp$$

$$\vec{C} = \vec{U} \cdot \frac{(-(i + 0.5) + Hscr/2)}{Hscr} \cdot Hp$$

$$\vec{X} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$$

$$\vec{O} = \vec{L} + \vec{X}$$

$$\vec{D} = Normalize(\vec{X})$$



Поиск пересечений (intersections)

- Объекты вида:

$$F(x, y, z) = 0$$

- Подставляем уравнение луча:

$$F(Ox + Dx \cdot t, Oy + Dy \cdot t, Oz + Dz \cdot t) = 0$$

- И решаем относительно *t*
  (t>0)

Intersect Threshold

```
if (value == 0)
  ...
if (value > 0)
  ...
```

```
Threshold = 0.000001;
if (ABS(value) < Threshold)
  ...
if (value > Threshold)
  ...
```

$$Ray = \vec{P}_{пересечения} + \vec{R}_{отраженный} \cdot t$$

$$Ray = (\vec{P}_{пересечения} + \vec{R}_{отраженный} \cdot Threshold) + \vec{R}_{отраженный} \cdot t$$

Пересечение с плоскостью

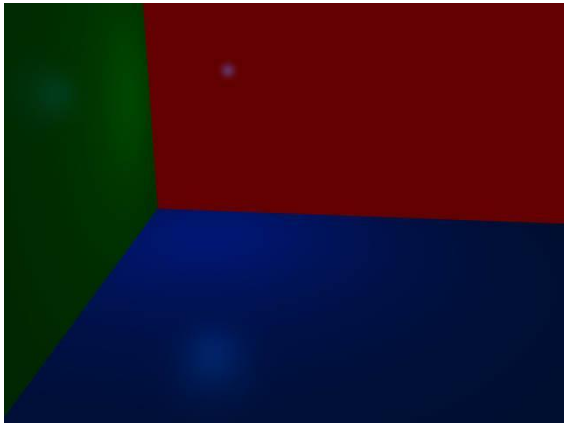
$$\vec{N} = (A, B, C)$$

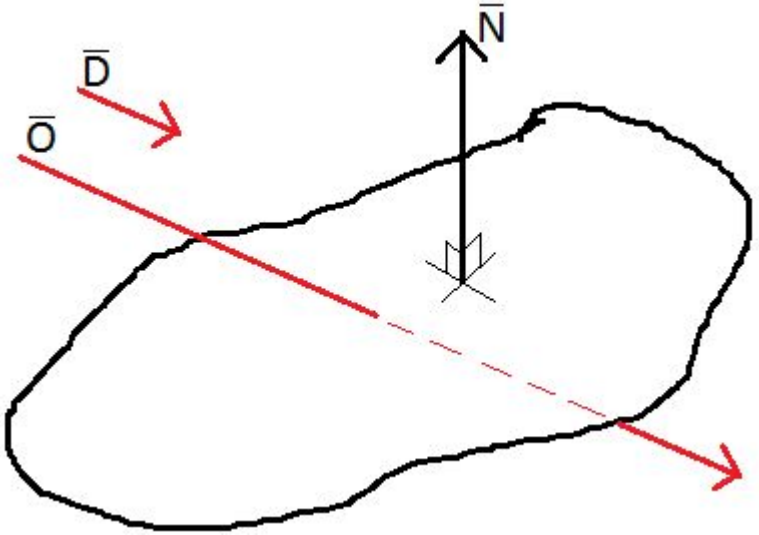
$$\vec{P} = (x, y, z)$$

$$F(x, y, z) = A \cdot x + B \cdot y + C \cdot z + D = 0$$

$$A \cdot (Ox + Dx \cdot t) + B \cdot (Oy + Dy \cdot t) + C \cdot (Oz + Dz \cdot t) + D = 0$$

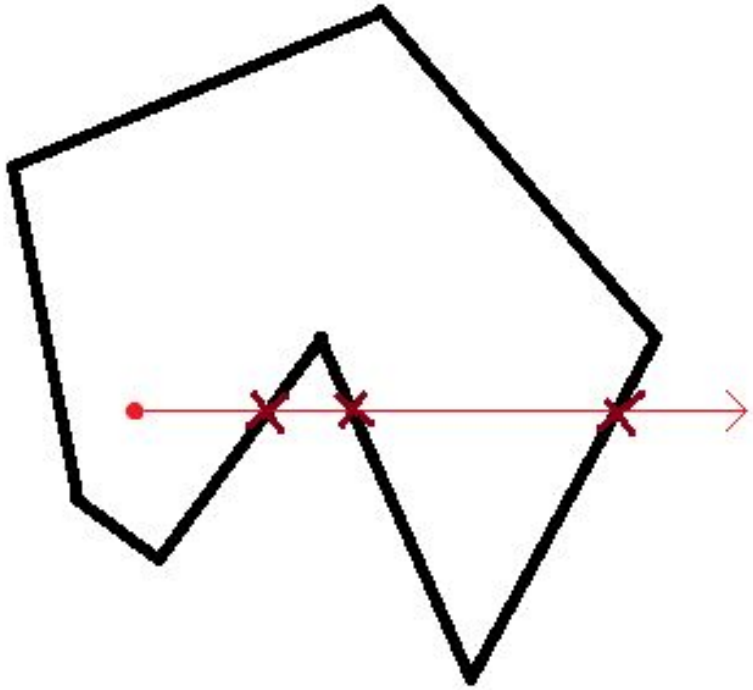
$$t = \frac{-(A \cdot Ox + B \cdot Oy + C \cdot Oz + D)}{A \cdot Dx + B \cdot Dy + C \cdot Dz}, \qquad t = \frac{-(\vec{N} \cdot \vec{P} + D)}{\vec{N} \cdot \vec{D}}$$





Пересечение с многоугольником на плоскости

1. Пересечение с плоскостью
2. Проверка принадлежности точки пересечения многоугольнику



Пересечение со сферой

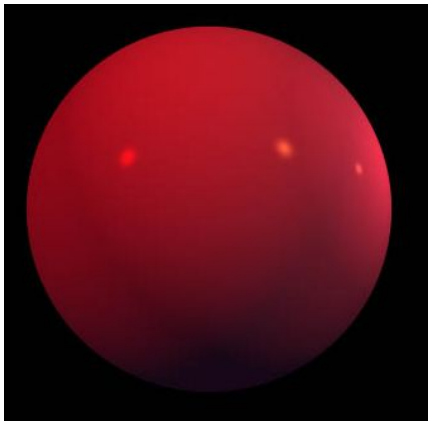
$$F(x,y,z) = (x - Cx)^2 + (y - Cy)^2 + (z - Cz)^2 - R^2 = 0$$

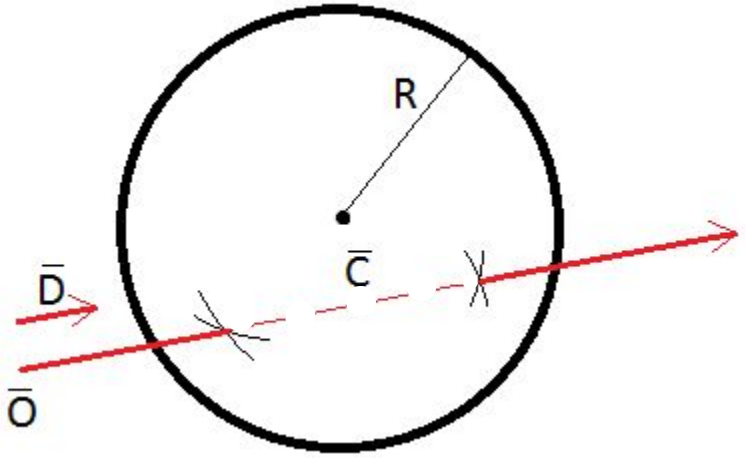
$$(\vec{P} - \vec{C})^2 - R^2 = 0$$

$$(\vec{O} + \vec{D} \cdot t - \vec{C})^2 - R^2 = 0$$

$$\vec{D}^2 \cdot t^2 + 2 \cdot (\vec{D} \cdot (\vec{O} - \vec{C})) \cdot t + (\vec{O} - \vec{C})^2 - R^2 = 0$$

$$t_{0,1} = -\vec{D} \cdot (\vec{O} - \vec{C}) \pm \sqrt{(\vec{D} \cdot (\vec{O} - \vec{C}))^2 - (\vec{O} - \vec{C})^2 + R^2}$$





Геометрическое решение

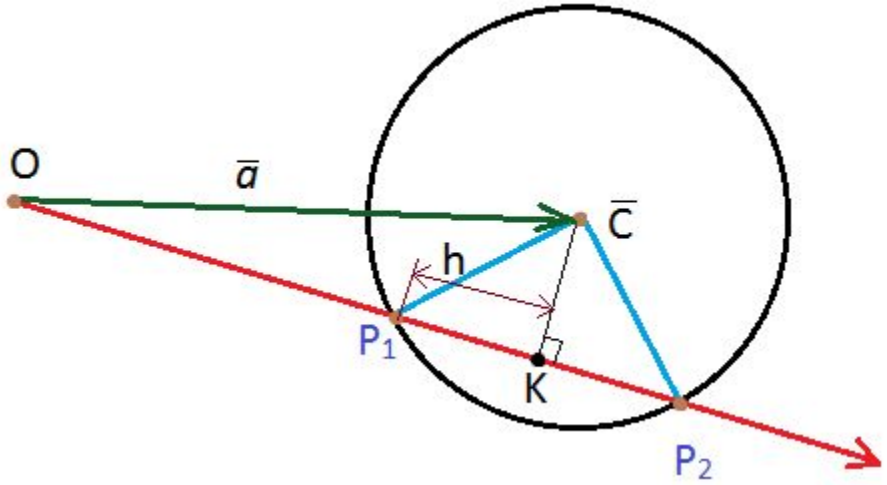
$$\vec{a} = (\vec{C} - \vec{O})$$

$$OC^2 = \vec{a} \cdot \vec{a}$$

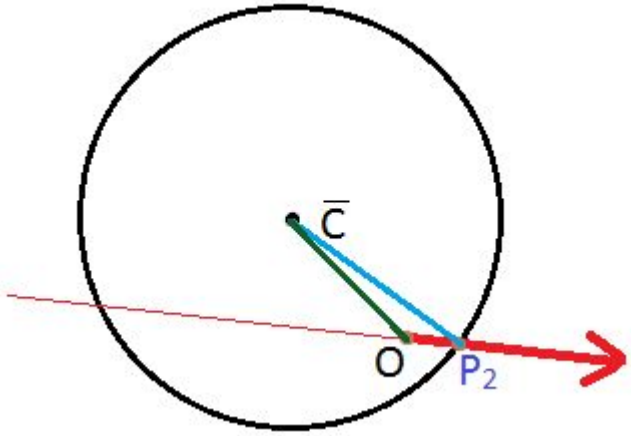
$$OK = \vec{a} \cdot \vec{D}$$

$$OK^2 = (\vec{a} \cdot \vec{D})^2$$

$$h2 = R^2 - (OC^2 - OK^2)$$



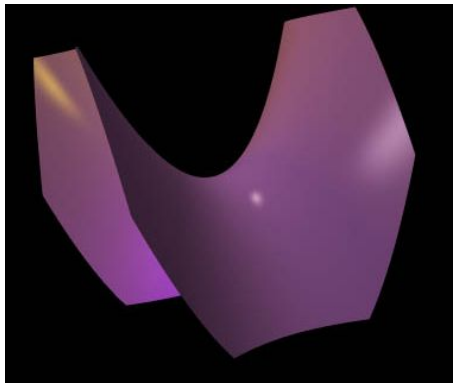
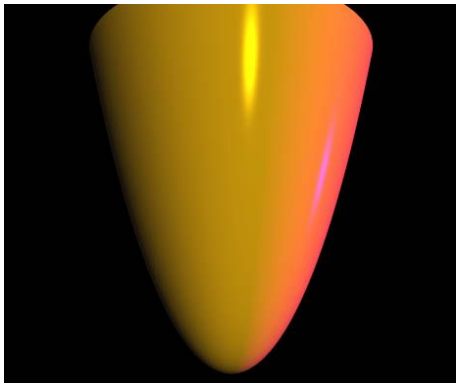
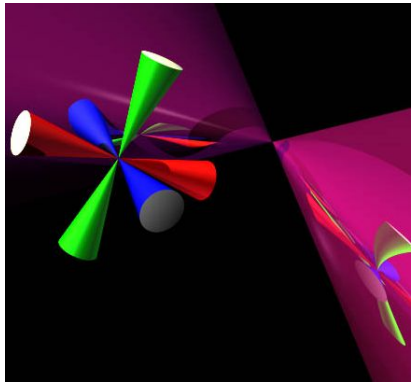
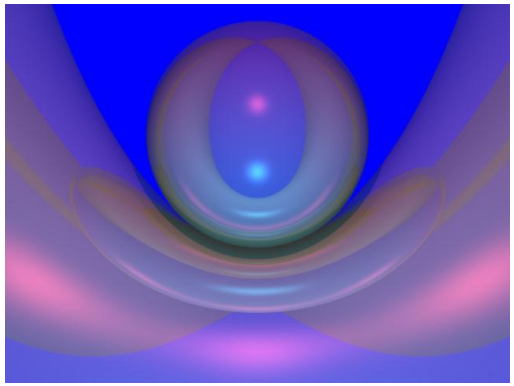

```
// Луч стартует внутри сферы
if (OC² < R²)
{
  t = OK + sqrt(h2);
  return TRUE;
}
// Луч оставляет центр сферы "позади"
if (OK < 0)
  return FALSE;
// Луч проходит мимо сферы
if (h2 < 0)
  return FALSE;
// Луч стартует извне сферы
t = OK - sqrt(h2);
return TRUE;
```



Поверхности второго порядка (quadrics)

$$\begin{pmatrix} x & y & z & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A & B & C & D \\ B & E & F & G \\ C & F & H & I \\ D & G & I & J \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$F(x,y,z) = A \cdot x^2 + 2 \cdot B \cdot x \cdot y + 2 \cdot C \cdot x \cdot z + 2 \cdot D \cdot x +$$
$$E \cdot y^2 + 2 \cdot F \cdot y \cdot z + 2 \cdot G \cdot y +$$
$$H \cdot z^2 + 2 \cdot I \cdot z + J = 0$$

Поверхности второго порядка (quadrics)

$$a = A \cdot Dx^2 + 2 \cdot B \cdot Dx \cdot Dy + 2 \cdot C \cdot Dx \cdot Dz + E \cdot Dy^2 + 2 \cdot F \cdot Dy \cdot Dz + H \cdot Dz^2$$

$$b = 2 \cdot (A \cdot Ox \cdot Dx + B \cdot (Ox \cdot Dy + Dx \cdot Oy) + C \cdot (Ox \cdot Dz + x \cdot Oz) + D \cdot Dx + E \cdot Oy \cdot Dy + F \cdot (Oy \cdot Dz + Dy \cdot Oz) + G \cdot Dy + H \cdot Oz \cdot Dz + I \cdot Dz)$$

$$c = A \cdot Ox^2 + 2 \cdot B \cdot Ox \cdot Oy + 2 \cdot C \cdot Ox \cdot Oz + 2 \cdot D \cdot Ox + E \cdot Oy^2 + 2 \cdot F \cdot Oy \cdot Oz + 2 \cdot G \cdot Oy + H \cdot Oz^2 + 2 \cdot I \cdot Oz + J$$

$$t_{0,1} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Параллелепипед (box)

- определяется:

$$B_1 = (X_1, Y_1, Z_1), B_2 = (X_2, Y_2, Z_2)$$

- алгоритм

если $Dx = 0$ то

  если $Ox < X_1$ *или* $Ox > X_2$ то пересечений нет

иначе

  вычисляем пересечения:

  $t_0 = (X_1 - Ox)/Dx, t_1 = (X_2 - Ox)/Dx$

  если $t_0 > t_1$ то Swap(t_0, t_1)

  если $t_0 > t_{near}$ то установить t_{near} в t_0

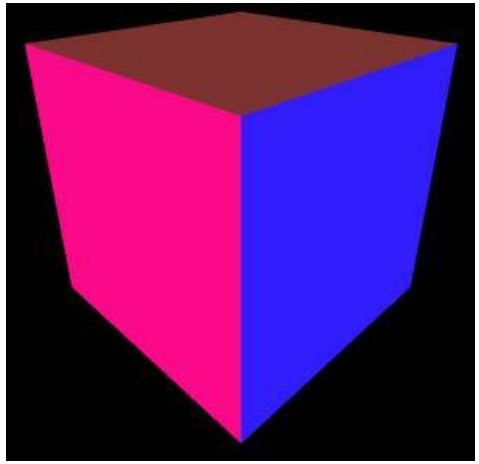
  если $t_1 < t_{far}$ то установить t_{far} в t_1

  если $t_{near} > t_{far}$ то луч проходит мимо

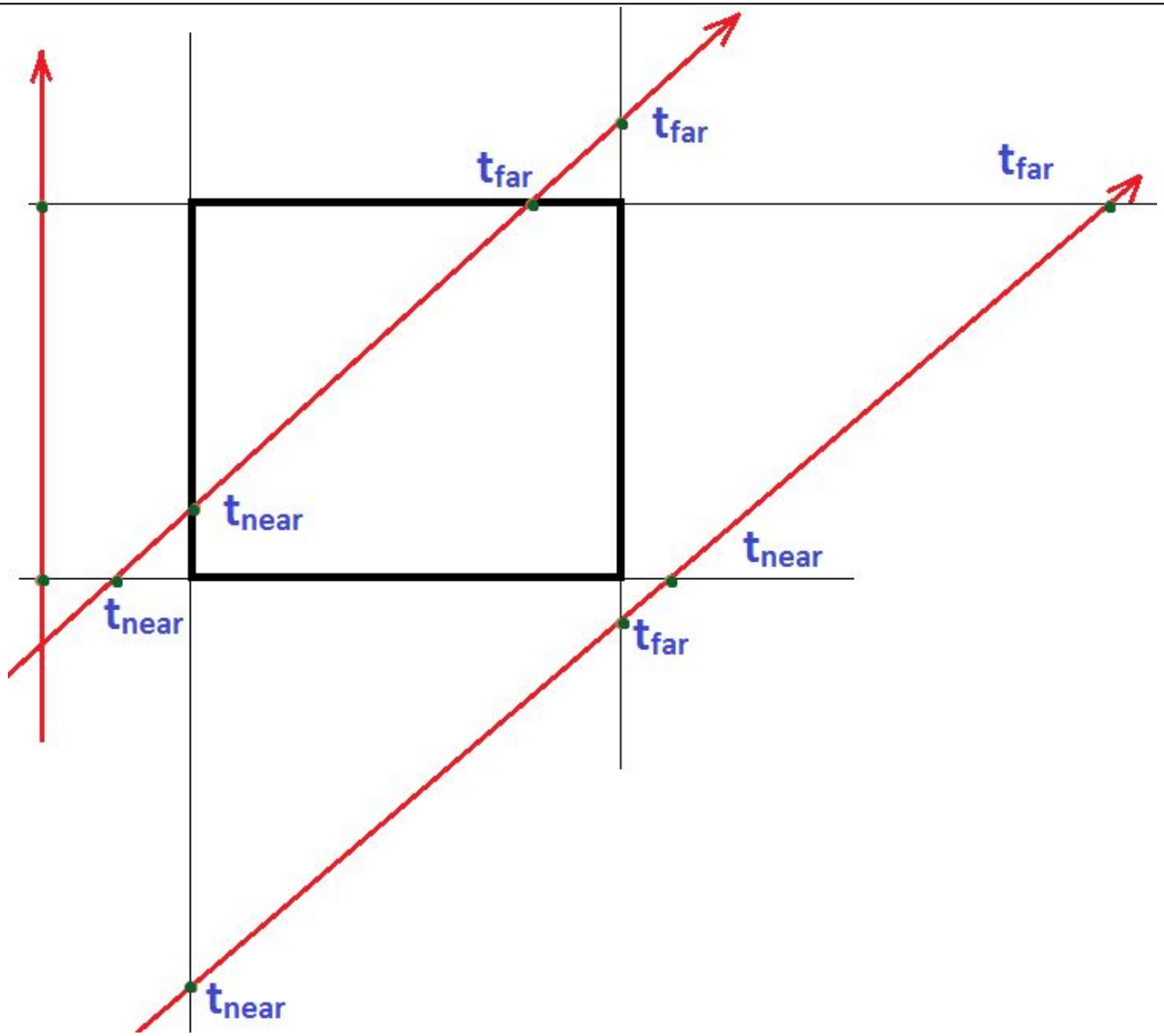
  если $t_{far} < 0$ то параллелепипед "сзади" луча

переход к следующей оси

ответ t_{near}



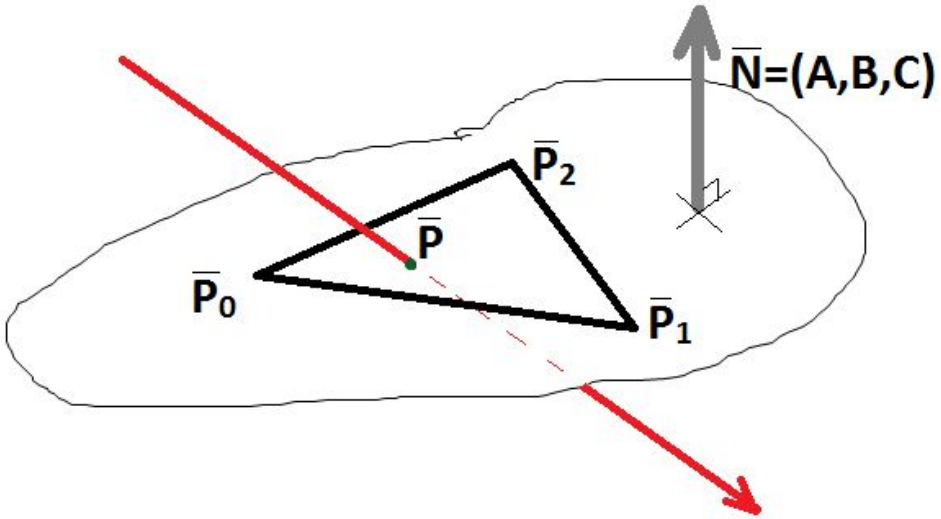
Параллелепипед



Треугольник

$$\vec{N} = (\vec{P}_1 - \vec{P}_0) \times (\vec{P}_2 - \vec{P}_0)$$

$$D = \vec{N} \cdot \vec{P}_0$$



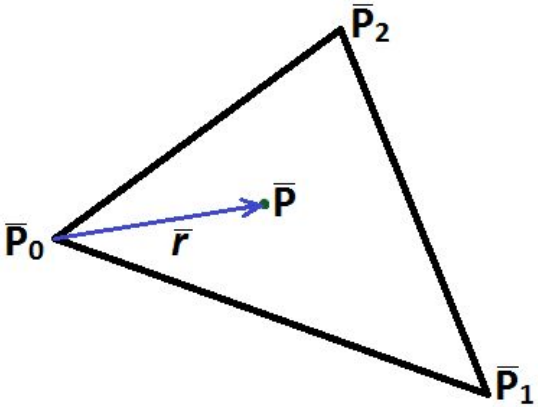
$$\vec{r} = \vec{P} - \vec{P}_0$$

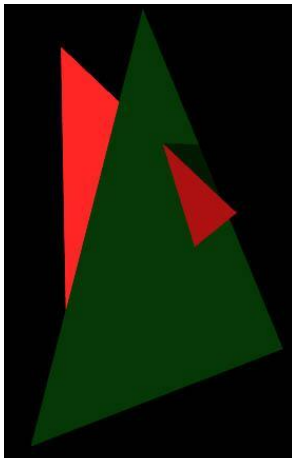
$$\vec{s}_1 = \vec{P}_1 - \vec{P}_0$$

$$\vec{s}_2 = \vec{P}_2 - \vec{P}_0$$

$$\vec{r} = \vec{s}_1 \cdot u + \vec{s}_2 \cdot v$$

$$если\ u \geq 0\ u\ v \geq 0\ u\ (u+v) \leq 1\ то\ P \in \Delta$$





Вычисление пересечения с треугольником

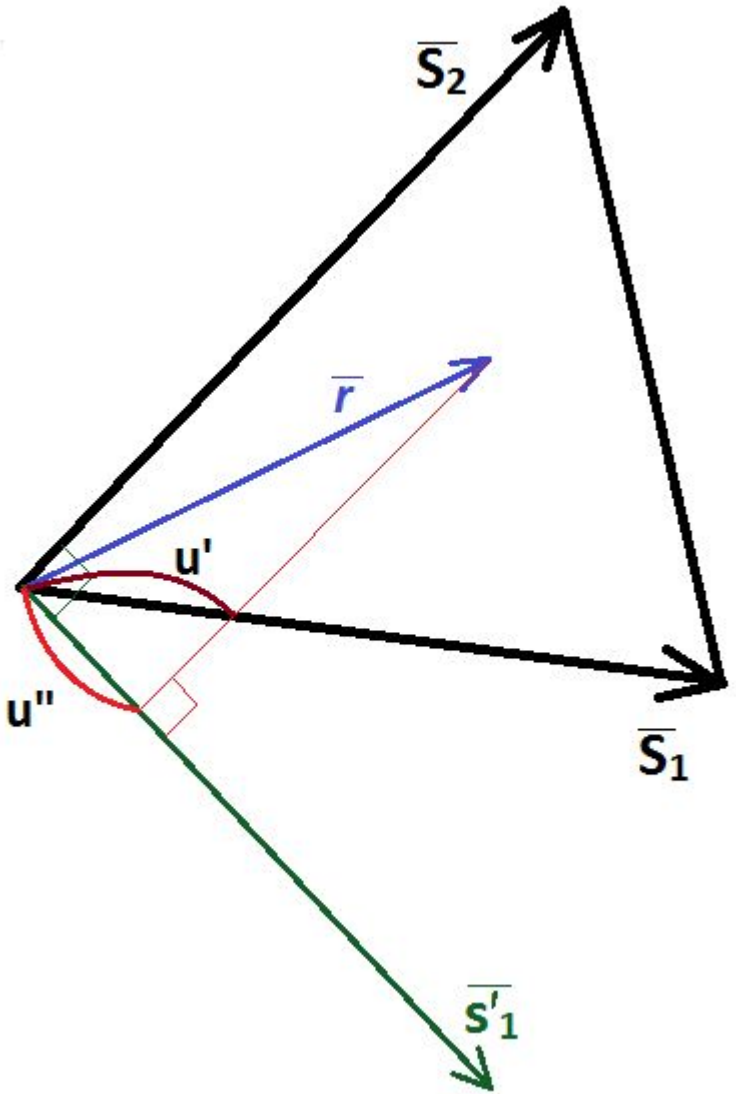
$$u = \vec{P} \cdot \vec{U}_v + U_s$$

$$v = \vec{P} \cdot \vec{V}_v + V_s$$

$$\vec{P} = \vec{P}_0 + (\vec{P}_1 - \vec{P}_0) \cdot u + (\vec{P}_2 - \vec{P}_0) \cdot v =$$

$$= \vec{P}_0 \cdot w + \vec{P}_1 \cdot u + \vec{P}_2 \cdot v, \quad w = 1 - u - v$$

u,v,w – барицентрические координаты



Пересечение с трансформированными объектами

- Луч:

$$\vec{P} = \vec{O} + \vec{D} \cdot t$$

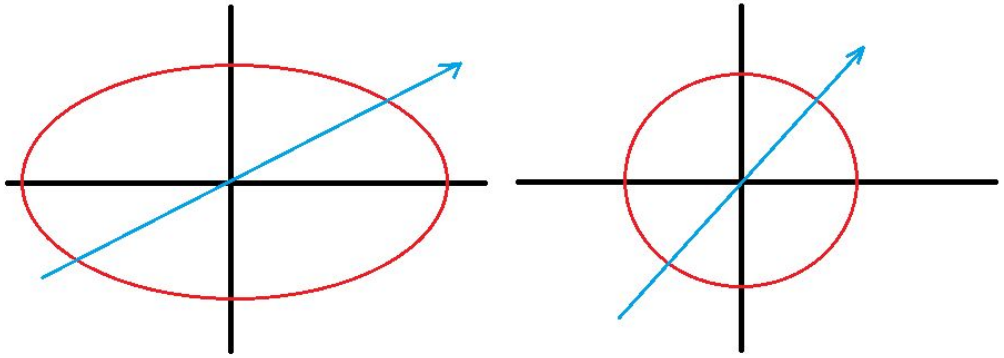
- Точки объекта подвергаются преобразованию M

- Луч преобразуется:

$$\vec{P}' = \vec{O}' + \vec{D}' \cdot t$$

$$\vec{O}' = \vec{O} \cdot \mathbf{M}^{-1}$$

$$\vec{D}' = Normalize(\vec{D} \cdot \mathbf{M}_{3x3}^{-1})$$

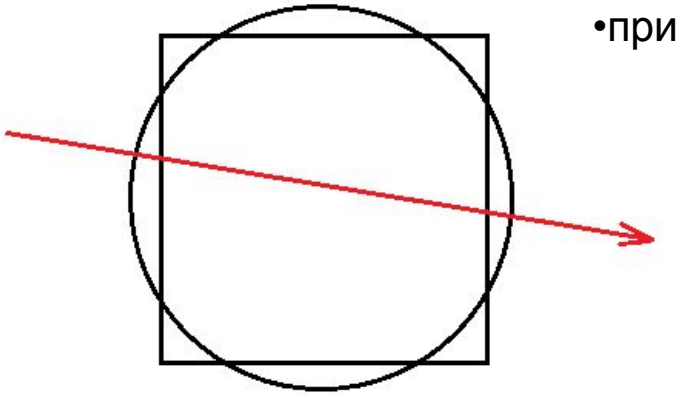


- Ищем пересечение (*t*)

- Найденное *t* сокращаем на длину вектора

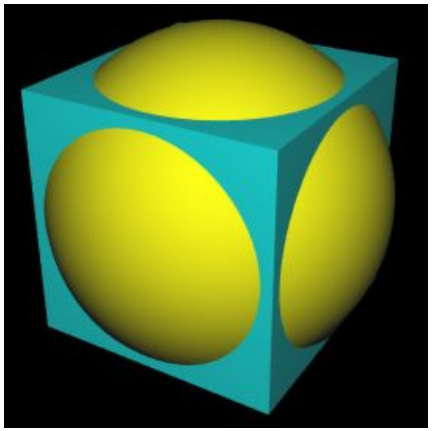
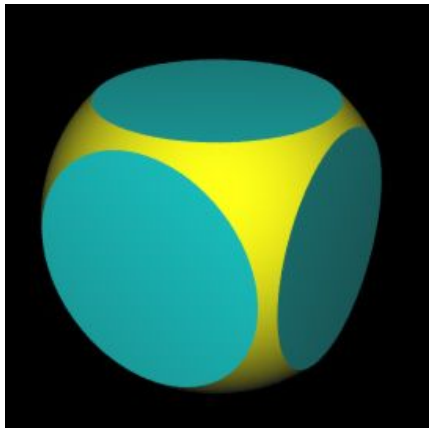
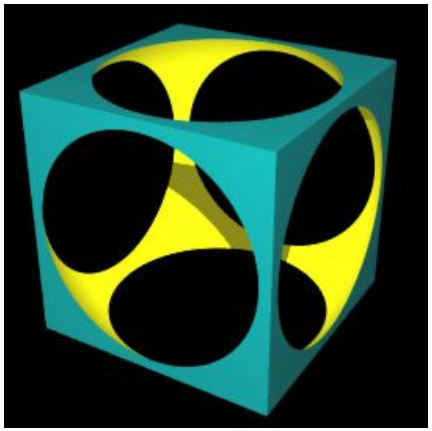
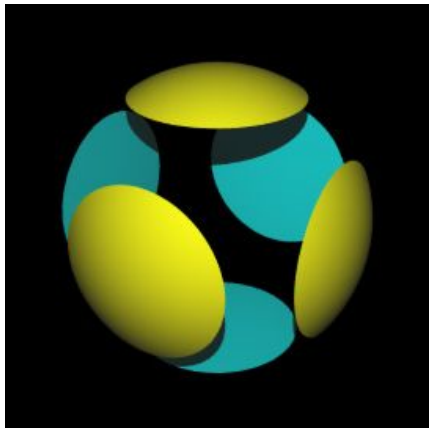
$$\vec{D} \cdot \mathbf{M}_{3x3}^{-1}$$

Constructive Solid Geometry



Необходим поиск ВСЕХ пересечений объекта с лучом

- пример:
  - пересечение:
    - остаются все пересечения, принадлежащие внутренности второго объекта, из получившегося списка берем ближайшее

- Практические задания (до 27.11.2011)
  - Реализовать простейший алгоритм трассировки луча для сфер. Решить задачу удаления невидимых поверхностей. Сферы представлять разными цветами. Результат записывать в файл с растровым изображением.