Зарядка для ума

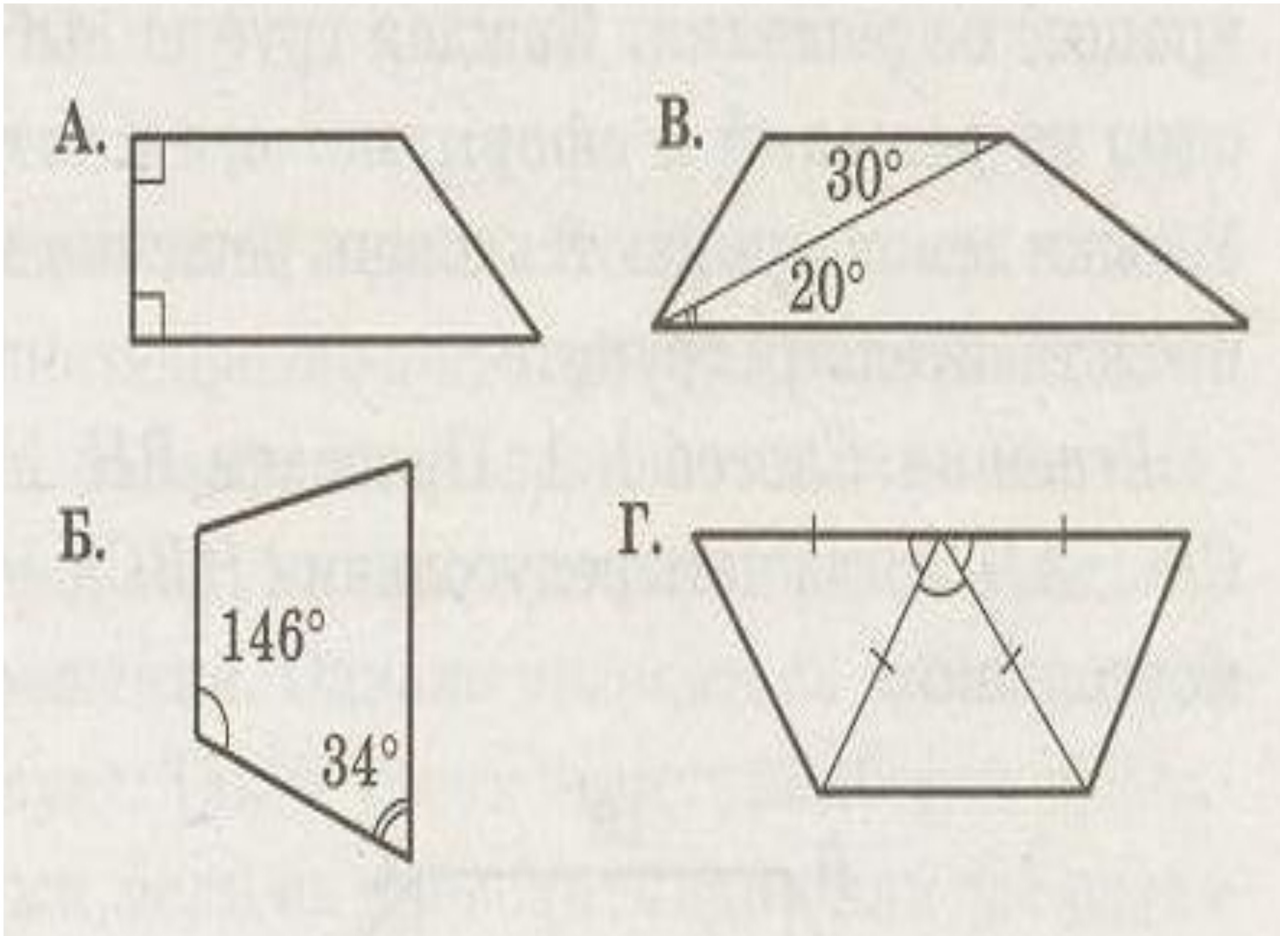
- Фигура представляет собой выпуклый многоугольник.
- сумма её внутренних углов равна 360°.
- существует сторона такая, что сумма внутренних углов, прилежащих к ней, равна 180°.
- данная фигура хорошо разбивается на параллелограмм и треугольник.


П Ц

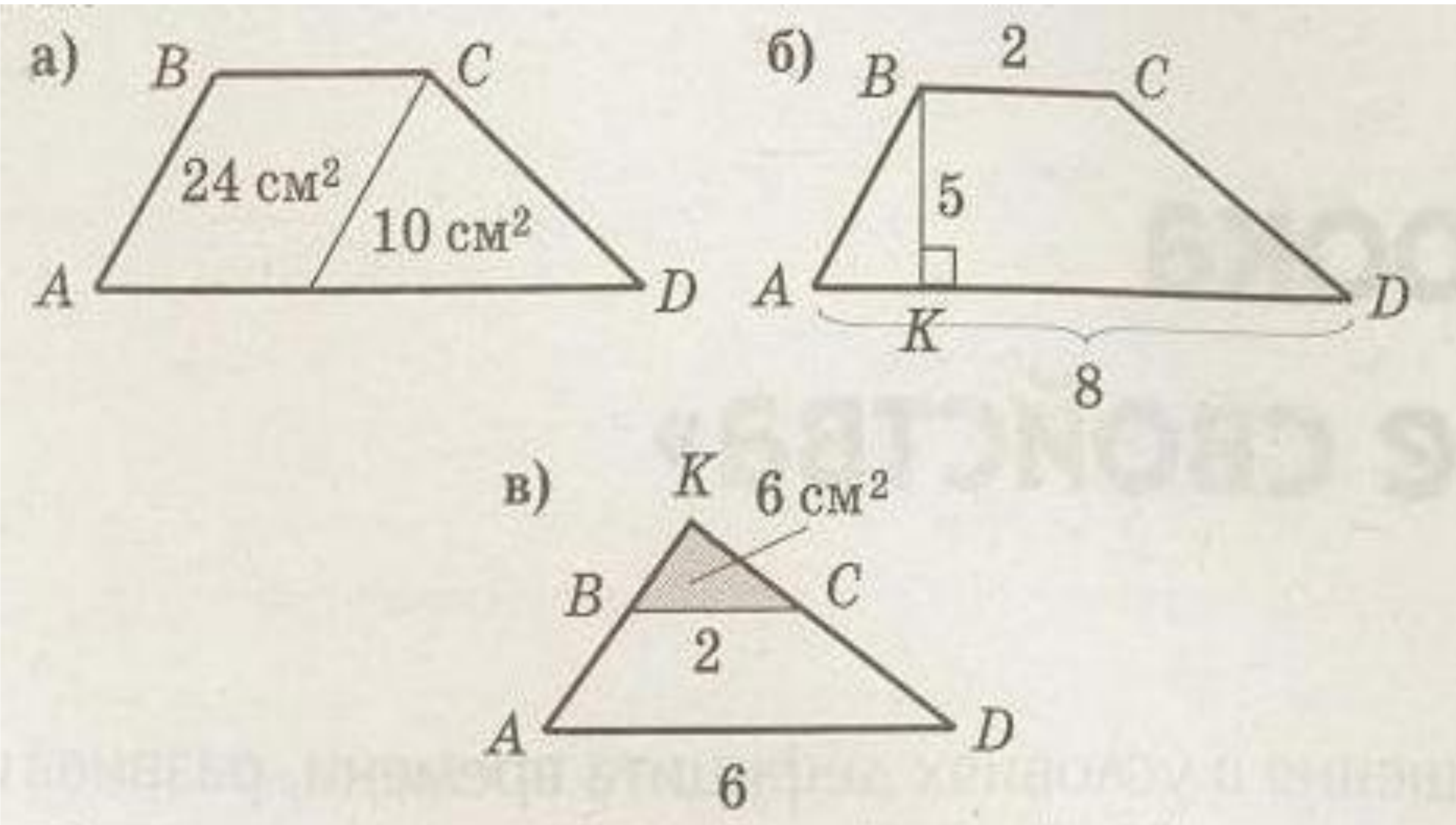
Трапеция

- Дать определение трапеции.
- Перечислить виды и свойства трапеции.
- Как разбить трапецию на параллелограмм и треугольник.
- Дать определение средней линии трапеции и перечислить её свойства.
- Как найти площадь трапеции.

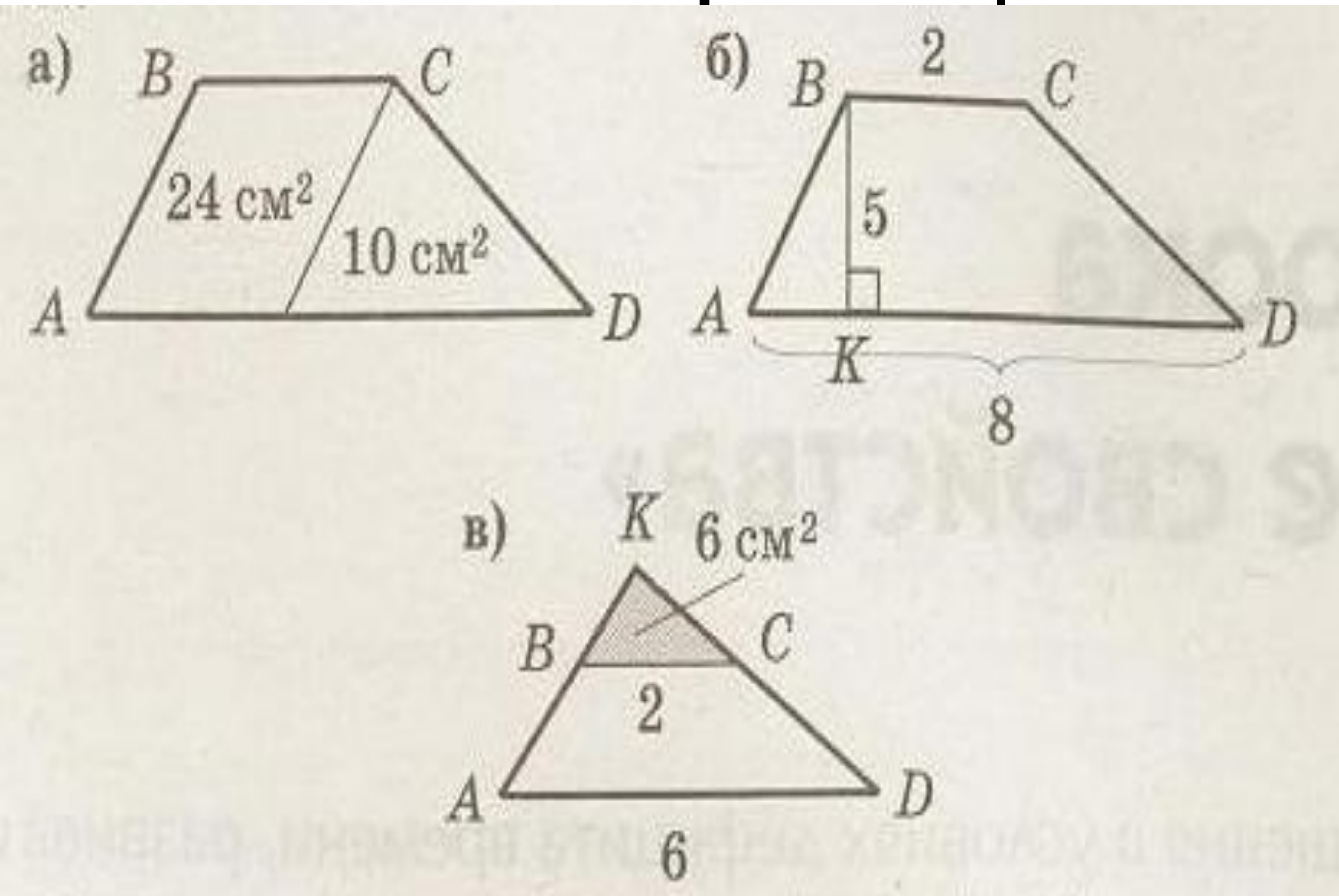
1. Выберите трапеции



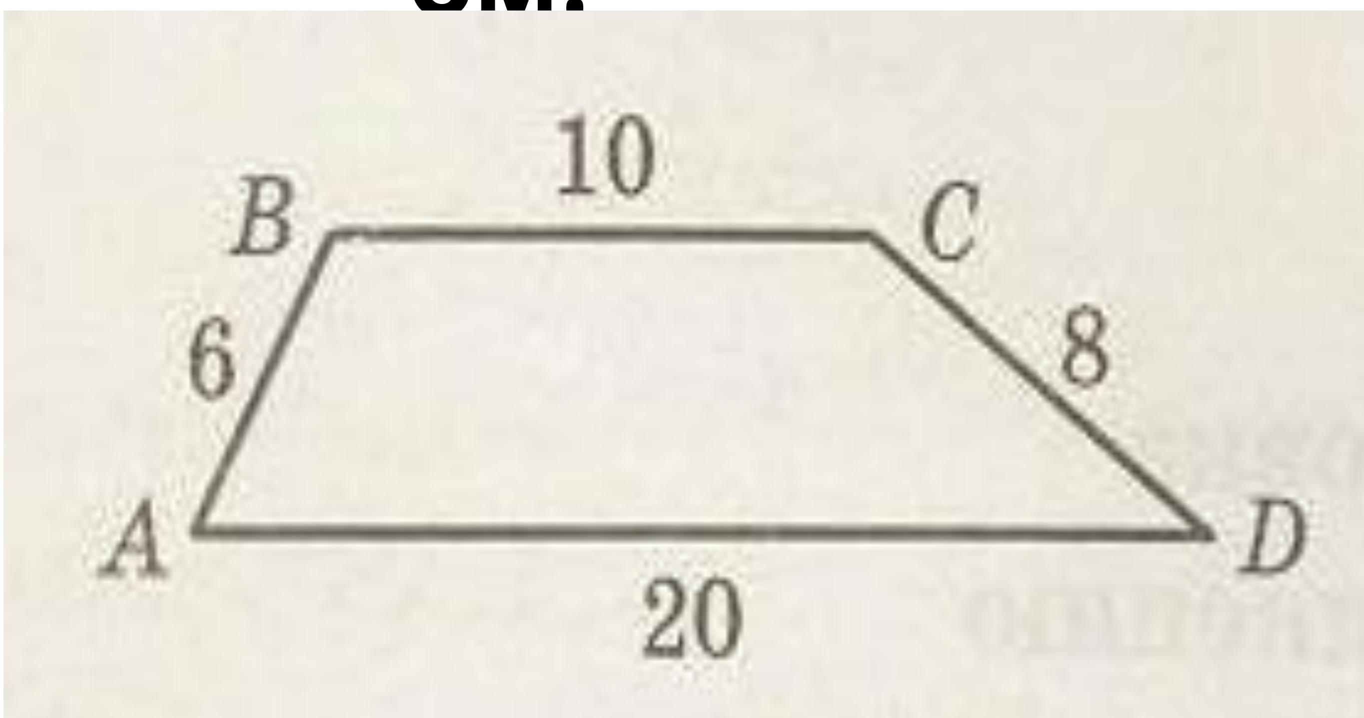
2.Выберите прямоугольные треугольники



3.Вычислите площади трапеций

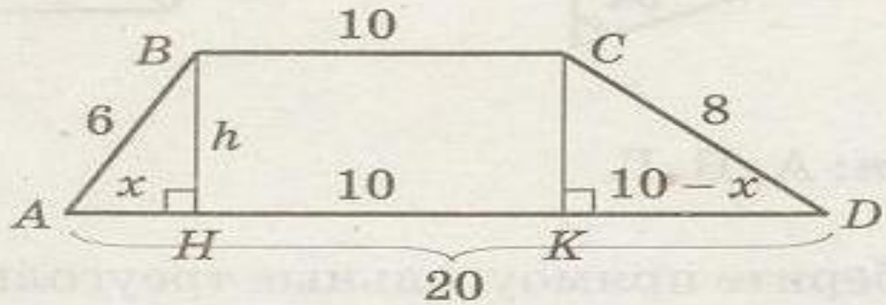


Найти площадь трапеции с основаниями 10 см. и 20 см. и боковыми сторонами 6 см. и 8 см.



Способ 1

Решение. Способ I. 1. Проведем $BH \perp AD$ и $CK \perp AD$, тогда четырехугольник $HBCK$ — прямоугольник.



2. Пусть $AH = x$ см, тогда $KD = (10 - x)$ см. Используя теорему Пифагора, выразим высоту h из треугольников ABH и CKD:

$$h^2 = 6^2 - x^2,\ h^2 = 8^2 - (10 - x)^2.$$

Составляя и решая уравнение, получим, что $h = 4{,}8$ см.

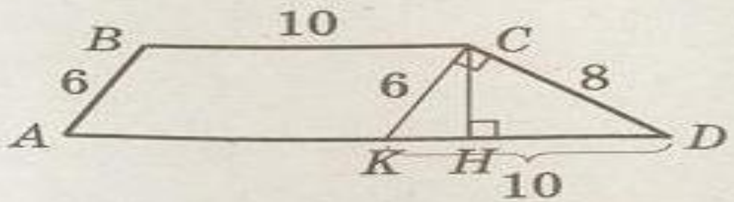
3. Тогда

$$S = \frac{BC + AD}{2} \cdot h = \frac{10 + 20}{2} \cdot 4{,}8 = 72 \text{ см}^2.$$

Способ 2

Способ II. 1. Проведем $CH \perp AD$ и $CK \parallel AB$, тогда $ABCK$ — параллелограмм. Следовательно,

$$AK = BC = 10 \text{ см и } AB = KC = 6 \text{ см}.$$



2. Рассмотрим треугольник KCD, в котором

$$KC = 6 \text{ см}, CD = 8 \text{ см}, KD = 10 \text{ см}.$$

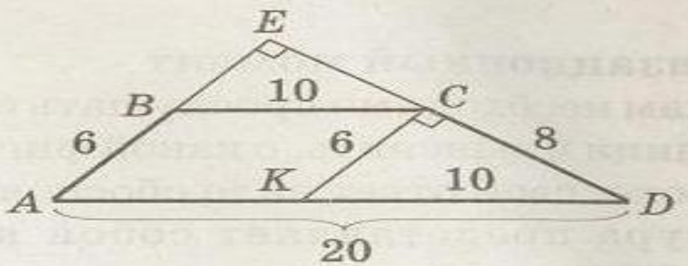
Так как $KD^2 = KC^2 + CD^2$, то по теореме, обратной теореме Пифагора, треугольник KCD — прямоугольный.

3. Можно найти высоту по формуле:

$$CH = \frac{CK \cdot CD}{KD} = \frac{6 \cdot 8}{10} = 4,8 \text{ см}.$$

4. Площадь трапеции находим так же, как и в первом способе решения.

Способ III. 1. Продолжим AB до пересечения с CD в точке E, проведем $CK \parallel AB$.



2. Устанавливаем, что $ABCK$ — параллелограмм и треугольник KCD — прямоугольный.

3. Треугольники AED и KCD подобны по первому признаку ($\angle D$ — общий, $\angle KCD = \angle AED$ по свойству параллельных прямых), коэффициент подобия $k = 2$, так как $k = \dfrac{AD}{KD}$.

4. Отсюда

$$AE = KC \cdot k = 12 \text{ см}, \quad DE = DC \cdot k = 16 \text{ см}.$$

5. Так как треугольники AED и KCD — прямоугольные, то

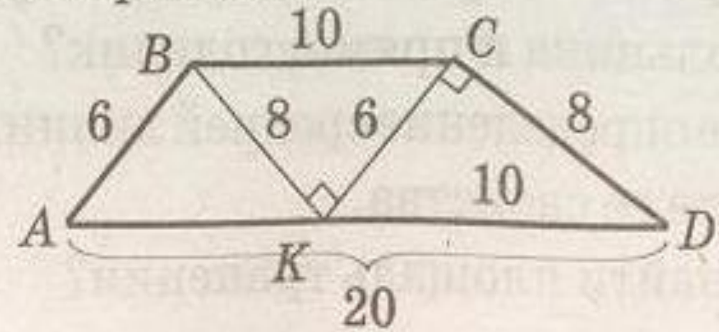
$$S_{AED} = \frac{AE \cdot ED}{2} = \frac{12 \cdot 16}{2} = 96 \text{ см}^2,$$

$$S_{KCD} = \frac{KC \cdot CD}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24 \text{ см}^2.$$

Площадь треугольника AED можно было найти через отношение площадей подобных треугольников: $S_{AED} = 4 \cdot S_{KCD}$. Теперь можно найти площадь трапеции:

$$S = S_{AED} - S_{KCD} = 96 - 24 = 72 \text{ см}^2.$$

Способ IV. 1. Проведем $CK \parallel AB$ и соединим точки K и B отрезком.



Нетрудно догадаться , что треугольники АВК , ВКС, КСД равные и прямоугольные.

$S = 3\ S_{вкс} = 3 = 72$ см^2 .

После анализа всех способов решений приходим к выводу, что самым рациональным и оригинальным является четвёртый способ, а наиболее привычным способом является первый способ.

1. Всегда ли трапецию можно разбить на 3 равных треугольника?

2. Можно ли составить трапецию из трёх равных треугольников другого вида?

3. Сохранятся ли способы решения?