

«Определение показателя Херста акций компаний- составляющих индекса Dow Jones»»

Сагайдак Максим Ильич

Санкт-Петербургский государственный Университет

Физический факультет

Кафедра статистической физики

28 мая 2010

Показатель Херста

- Свой эмпирический закон Хёрст открыл, занимаясь изучением Нила. Впоследствии оказалось, что многие другие природные явления хорошо описываются этим законом. Оказывается, временные последовательности измерений таких величин, как температура, сток рек, количество осадков, толщина колец деревьев или высота морских волн можно исследовать методом нормированного размаха или методом Хёрста. Такие последовательности характеризуются показателем H , показателем Хёрста.
-
- Временные последовательности, для которых H больше 0.5, относятся к классу персистентных - сохраняющих имеющуюся тенденцию. Если приращения были положительными в течение некоторого времени в прошлом, то есть происходило увеличение, то и впредь в среднем будет происходить увеличение. Таким образом, для процесса с $H > 0.5$ тенденция к увеличению в прошлом означает тенденцию к увеличению в будущем. И наоборот, тенденция к уменьшению в прошлом означает, в среднем, продолжение уменьшения в будущем. Чем больше H , тем сильнее тенденция.
-
- При $H=0.5$ никакой выраженной тенденции процесса не выявлено, и нет оснований считать, что она появится в будущем. Примером такого процесса может быть броуновское движение.
-
- Случай $H < 0.5$ характеризуется антиперсистентностью - рост в прошлом означает уменьшение в будущем, а тенденция к уменьшению в прошлом делает вероятным увеличение в будущем. И чем меньше H , тем больше эта вероятность. В таких процессах после возрастания переменной обычно происходит её уменьшение, а после уменьшения - возрастание.

Метод скалирования временного ряда

- **Алгоритм**

- берется временной ряд S_n (к примеру цены закрытий акций в конце торгового дня), из него путем взятия натурального логарифма получаем новый ряд $S_n \rightarrow \ln(S_n)$;
- далее считаем логарифмические доходности с разными приращениями, взятыми по степеням двойки $\delta=2, 4, 8, 16, 32, 64, 128$:

- $\Delta_1(\delta) = \ln(S_{\delta+1}) - \ln(S_1)$

- $\Delta_2(\delta) = \ln(S_{\delta+2}) - \ln(S_2)$

- ...

- $\Delta_{N(\delta)}(\delta) = \ln(S_{\delta+N(\delta)}) - \ln(S_{N(\delta)})$

- получаем 7 временных рядов $\Delta_k(\delta)$ и вычисляем для каждого стандартное отклонение:

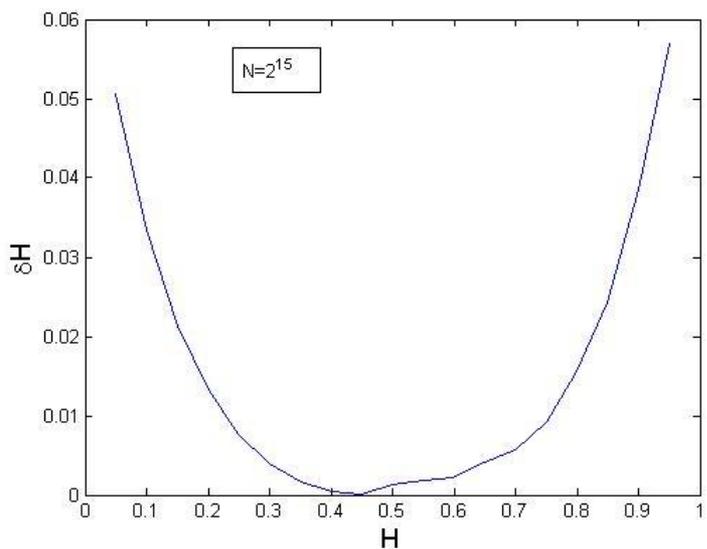
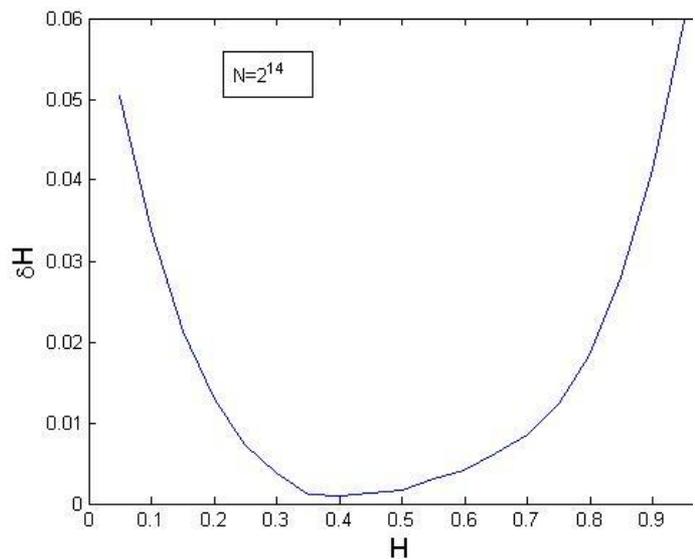
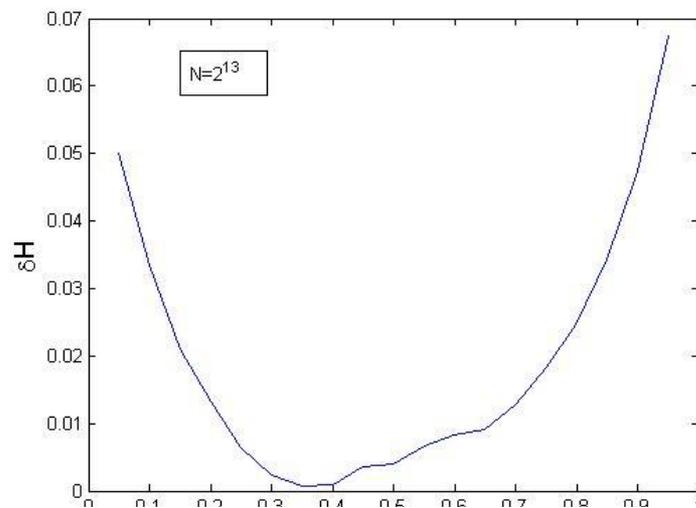
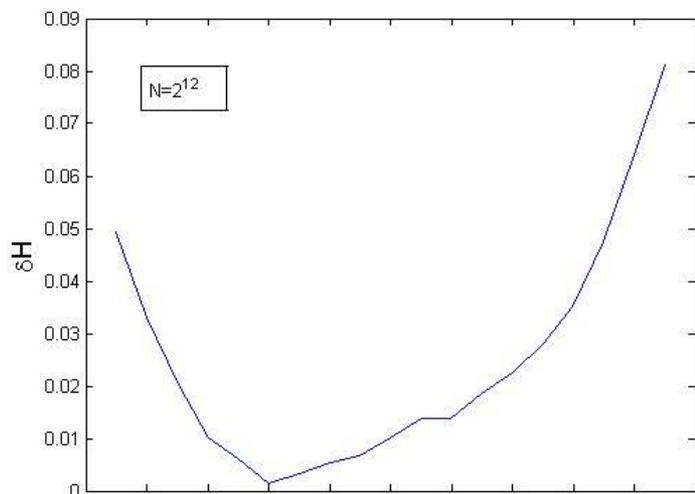
- $$\sigma(\delta) = \sqrt{\frac{1}{N(\delta) - 1} \sum_{k=1}^{N(\delta)} (\Delta_k(\delta) - \overline{\Delta_k(\delta)})^2}$$

- После чего строится график $\log_2 \sigma$ от $\log_2 \delta$ - по полученным точкам с помощью линейной регрессии проводится прямая. Тангенс угла наклона регрессионной прямой к оси Ox и будет значением искомого показателя Херста.

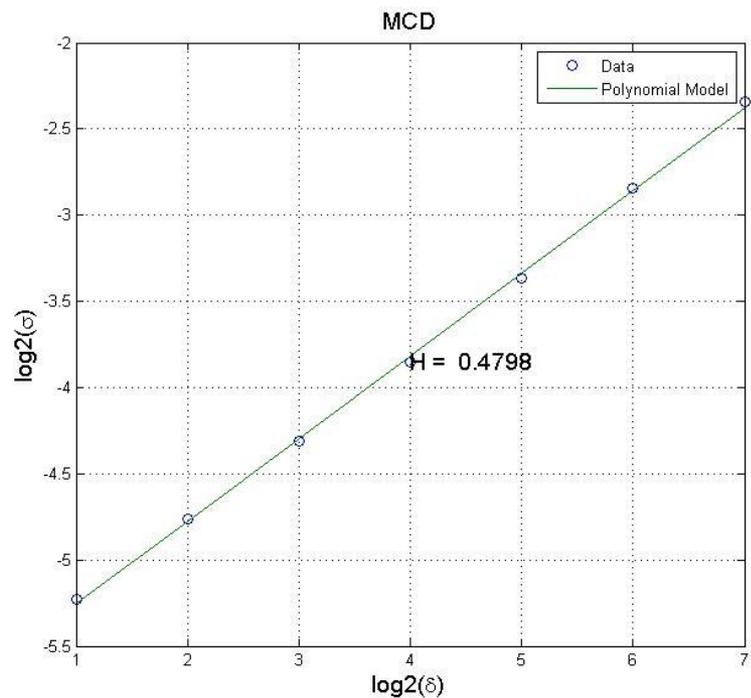
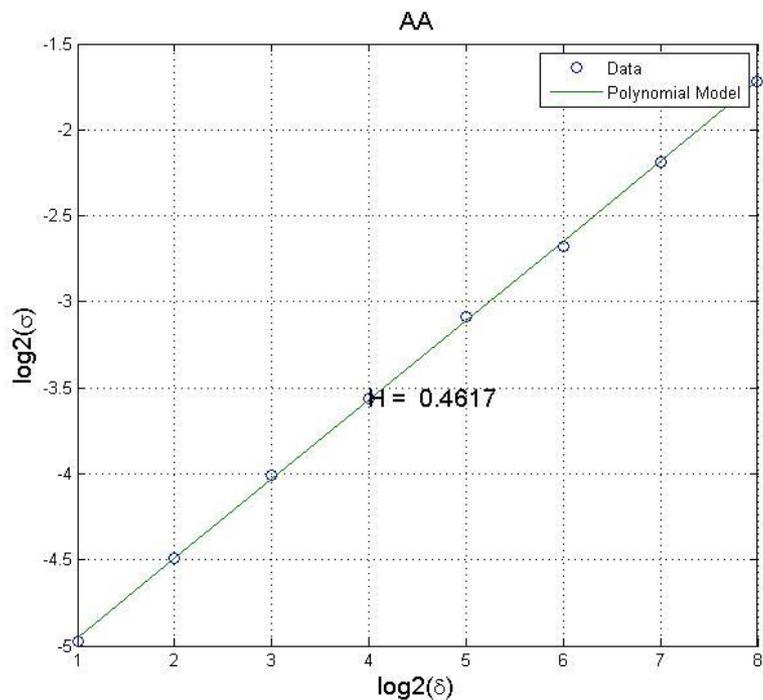
Проверка на искусственных данных

- Алгоритм тестировался на временном ряде фрактального броуновского движения, генерируемого специальной функцией в Matlab с заранее заданным значением H .
- Брались значения длин ряда N от 2^{12} до 2^{15} со значениями H от 0,05 до 0,95 с шагом 0,05. Для каждого подсчитывался H и его отклонение от реального значения ΔH . В результате многократных компьютерных симуляций ($N=1000$ для каждого значения H) были получены средние значения отклонений вычисляемого алгоритмом показателя от его реального значения

Ошибка алгоритма при различных изначальных значениях N



Подсчет показателя Херста акций компаний Dow Jones



Результаты вычислений для всех 30 компаний-составляющих индекса Dow Jones

Symbol	Name	Herst	Data Length
AA	Alcoa Inc. Common Stock	0,45	11669
AXP	American Express Company Common	0,48	8365
BA	Boeing Company (The) Common Sto	0,51	12171
BAC	Bank of America Corporation Com	0,488	6039
CAT	Caterpillar, Inc. Common Stock	0,473	12171
CSCO	Cisco Systems, Inc.	0,504	5072
CVX	Chevron Corporation Common Stoc	0,426	10184
DD	E.I. du Pont de Nemours and Com	0,479	12170
DIS	Walt Disney Company (The) Commo	0,48	12171
GE	General Electric Company Common	0,466	12171
HD	Home Depot, Inc. (The) Common S	0,468	6486
HPQ	Hewlett-Packard Company Common	0,462	12171
IBM	International Business Machines	0,5	12171
INTC	Intel Corporation	0,494	6011
JNJ	Johnson & Johnson Common Stock	0,448	10184
JPM	JP Morgan Chase & Co. Common St	0,472	6647
KFT	Kraft Foods Inc. Common Stock	0,448	2235

KFT	Kraft Foods Inc. Common Stock	0,448	2235
KO	Coca-Cola Company (The) Common	0,473	12171
MCD	McDonald's Corporation Common S	0,48	10184
MMM	3M Company Common Stock	0,447	10184
MRK	Merck & Company, Inc. Common St	0,472	10184
MSFT	Microsoft Corporation	0,472	6092
PFE	Pfizer, Inc. Common Stock	0,454	7152
PG	Procter & Gamble Company (The)	0,45	10184
T	AT&T Inc.	0,423	6508
TRV	The Travelers Companies, Inc. C	0,427	6005
UTX	United Technologies Corporation	0,466	10184
VZ	Verizon Communications Inc. Com	0,43	6674
WMT	Wal-Mart Stores, Inc. Common St	0,378	9512
XOM	Exxon Mobil Corporation Common	0,4	10184

DMA

- Шаг 1. На первом шаге метод определяет тренды в данных используя скользящее среднее. Простое скользящее среднее придает одинаковые веса каждому значению ряда в окне размера n . Позиция, к которой приписывается среднее всех взвешенных данных, определяет относительный вклад «прошлых» и «будущих» отсчетов. Здесь будет рассматриваться отстающее скользящее среднее.
- Для окна размера n простое отстающее скользящее среднее определяется как

$$\tilde{y}_n(i) = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} y(i-k)$$

- где $y(i)$ — интегрированный сигнал, определяемый как $y(i) = \sum_{j=1}^i [u(j) - \bar{u}]$
- $u(j)$ — исходные данные.

- Шаг 2. Когда получено скользящее среднее $\tilde{y}_n(i)$, следующим шагом мы «детрендруем» сигнал, вычитая тренд из:

$$c_n(i) = y(i) - \tilde{y}_n(i)$$

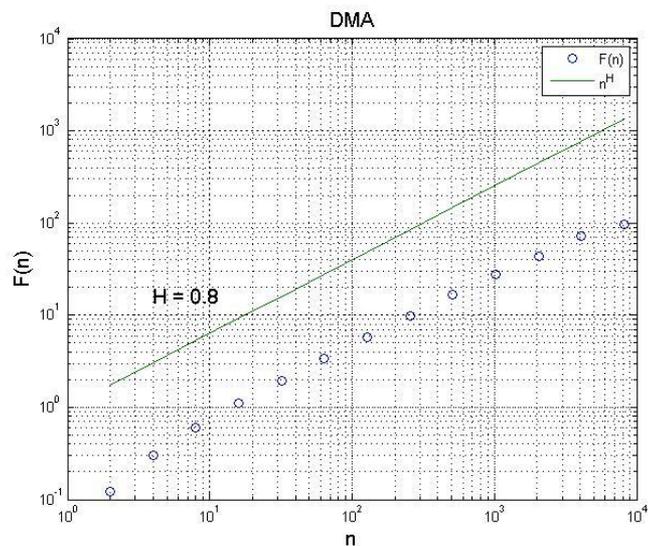
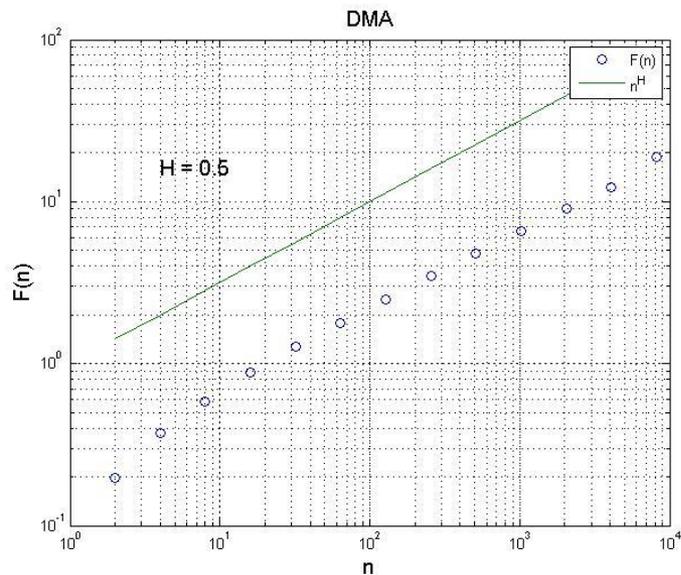
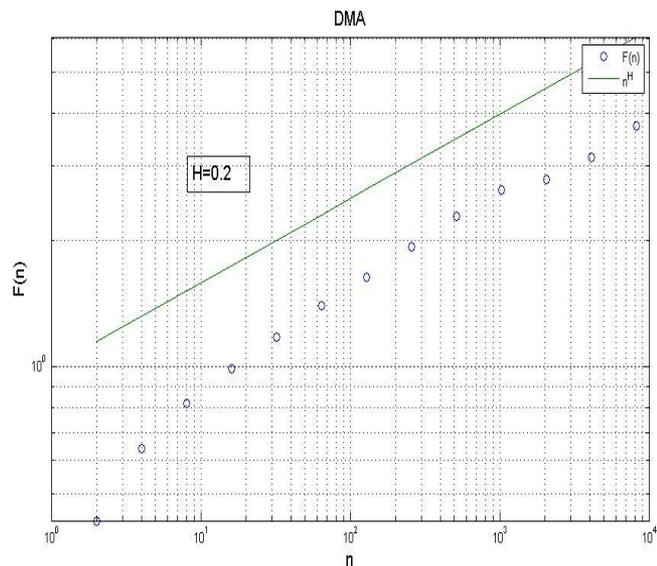
- Для запаздывающего скользящего среднего считаются флуктуации для окна размера n как

$$F(n) = \sqrt{\frac{1}{N-n+1} \sum_{i=n}^N [c_n(i)]^2}$$

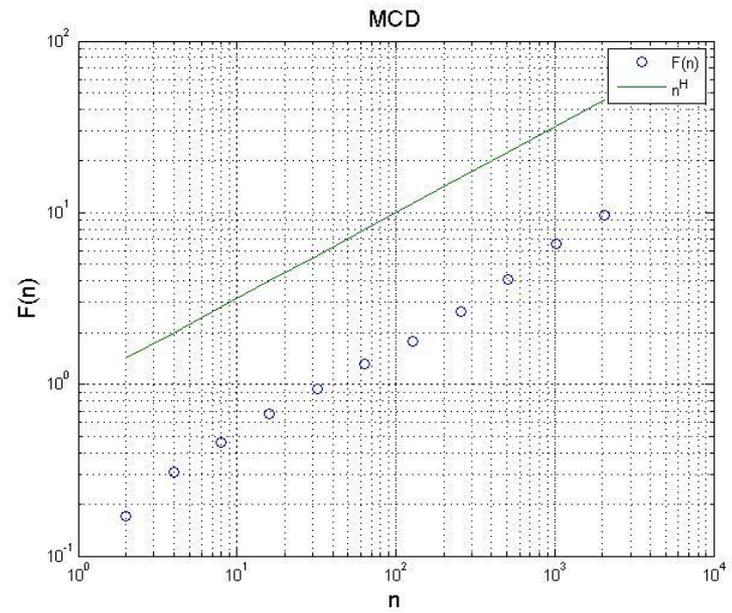
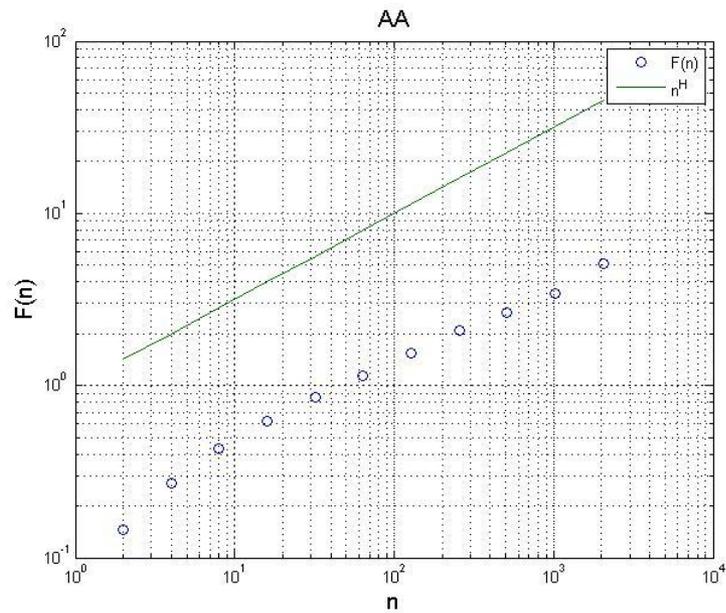
- я разных n получим флуктуационную функцию $F(n)$. Степенное отношение между $F(n)$ и размером n указывает на автомодельное поведение.

- Цель — получить такую зависимость, поскольку показатель степени α и есть искомый показатель Херста.

Проверка на искусственных фракталы



Подсчет показателя Херста акций компаний Dow Jones



Результаты вычислений для всех 30 компаний-составляющих индекса Dow Jones

Symbol	Name	Herst	Data Length
AA	Alcoa Inc. Common Stock	0,46±0,05	11669
AXP	American Express Company Common	0,63±0,01	8365
BA	Boeing Company (The) Common Sto	0,55±0,09	12171
BAC	Bank of America Corporation Com	0,46±0,11	6039
CAT	Caterpillar, Inc. Common Stock	0,51±0,18	12171
CSCO	Cisco Systems, Inc.	0,76±0,07	5072
CVX	Chevron Corporation Common Stoc	0,7±0,04	10184
DD	E.I. du Pont de Nemours and Com	0,45±0,05	12170
DIS	Walt Disney Company (The) Commo	0,36±0,1	12171
GE	General Electric Company Common	0,69±0,07	12171
HD	Home Depot, Inc. (The) Common S	0,52±0,06	6486
HPQ	Hewlett-Packard Company Common	0,52±0,05	12171
IBM	International Business Machines	0,51±0,05	12171

INTC	Intel Corporation	0,54±0,08	6011
JNJ	Johnson & Johnson Common Stock	0,42±0,03	10184
JPM	JP Morgan Chase & Co. Common St	0,54±0,05	6647
KFT	Kraft Foods Inc. Common Stock	0,22±0,16	2235
KO	Coca-Cola Company (The) Common	0,62±0,06	12171
MCD	McDonald's Corporation Common S	0,63±0,08	10184
MMM	3M Company Common Stock	0,56±0,2	10184
MRK	Merck & Company, Inc. Common St	0,52±0,03	10184
MSFT	Microsoft Corporation	0,57±0,03	6092
PFE	Pfizer, Inc. Common Stock	0,61±0,1	7152
PG	Procter & Gamble Company (The)	0,7±0,14	10184
T	AT&T Inc.	0,63±0,08	6508
TRV	The Travelers Companies, Inc. C	0,37±0,09	6005
UTX	United Technologies Corporation	0,46±0,11	10184
VZ	Verizon Communications Inc. Com	0,56±0,06	6674
WMT	Wal-Mart Stores, Inc. Common St	0,62±0,19	9512
XOM	Exxon Mobil Corporation Common	0,74±0,05	10184

Выводы

- 1. В результате курсовой работы были исследованы 2 метода определения показателя Херста: Метод скалирования временного ряда (МСВР) и DMA. Для каждого мною были написаны исполняющие их алгоритм программы в Matlab.
- 2. Методы показали отличные друг от друга результаты: МСВР для большинства акций дал показатель Херста < 0.5 , что соответствует изменчивому поведению данных. DMA в свою очередь показал обратные результаты, которые впрочем соответствуют общепризнанному мнению и наличию трендов в движении цен акций.
- 3. Исходя из полученных данных, можно выбирать акции с наибольшим показателем Херста и анализировать их с помощью нейронных сетей с целью дальнейшего предсказания движения цен.