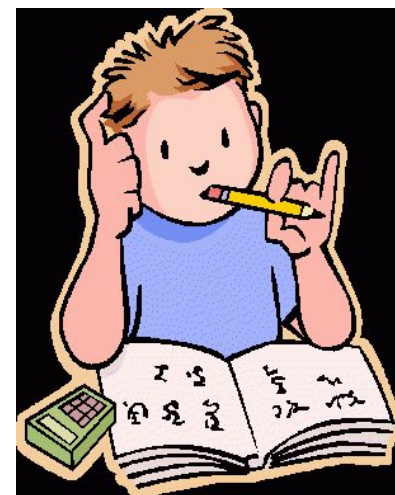
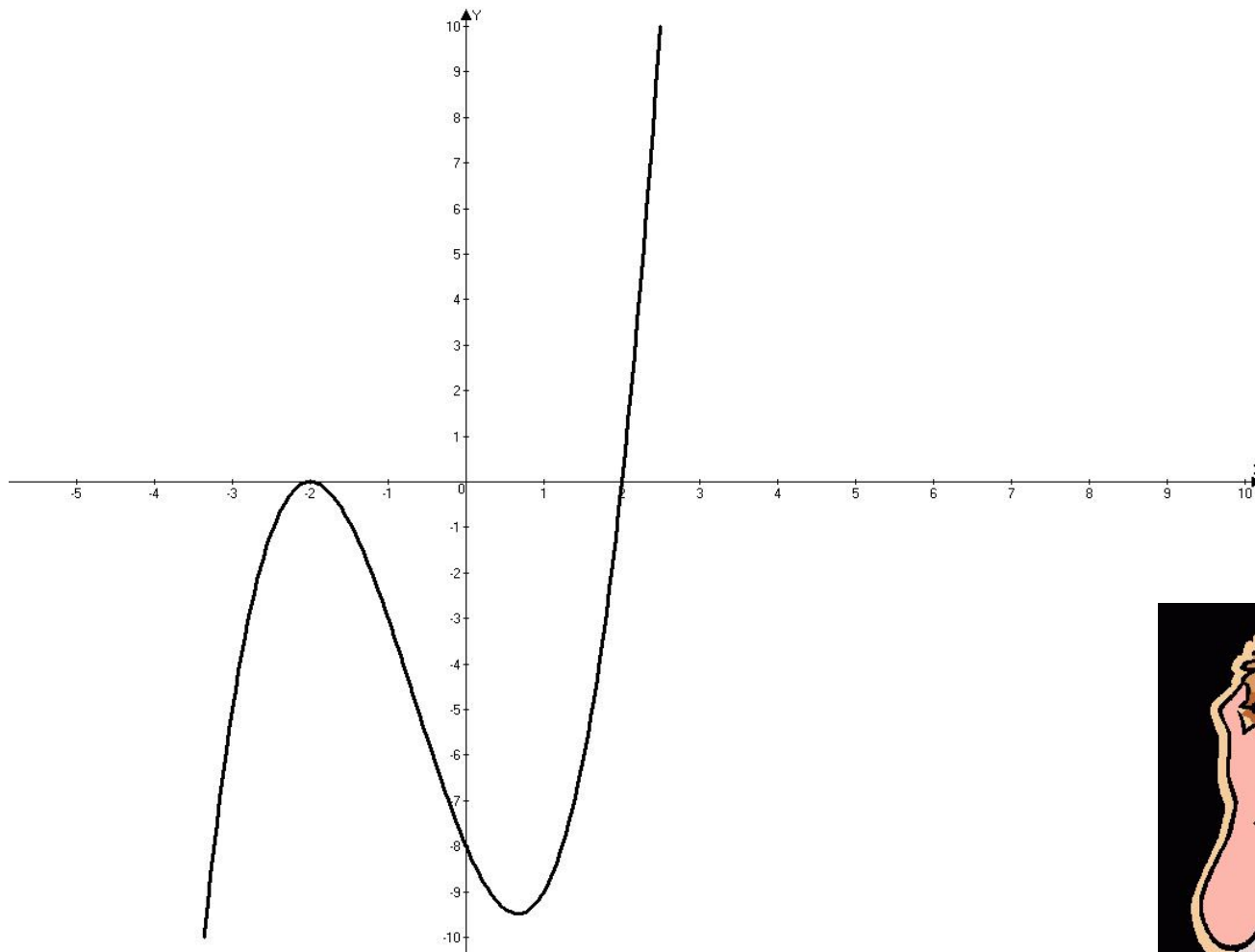




# ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ К ИССЛЕДОВАНИЮ ФУНКЦИИ

**Цель урока: научиться исследовать функцию и  
строить её график с использованием  
производной**

# По графику функции определить её свойства



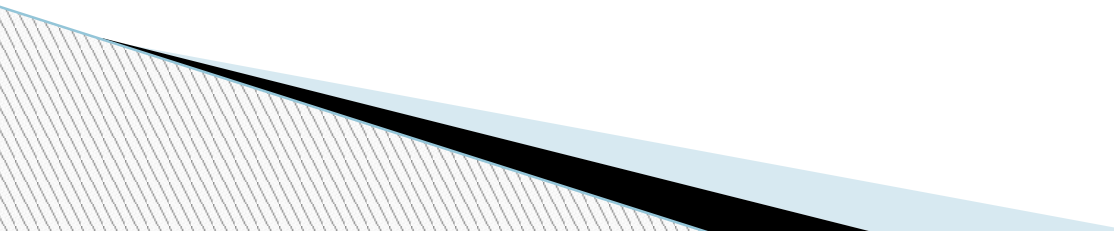
**Исследовать функцию и  
построить её график  
 $f(x)=x^3-3x^2+2$**



# Записать в тетрадь!



# Схема исследования функции

- Найти область определения функции
  - Исследовать функцию на чётность, нечётность и периодичность
  - Найти нули функции (точки пересечения графика функции с осями координат)
  - Исследовать функцию на монотонность (найти промежутки возрастания и убывания функции)
  - Найти точки экстремума и экстремальные значения функции
  - Найти дополнительные точки (если нужно)
  - Построить график функции
- 

# Исследовать функцию и построить её график $f(x)=x^3-3x^2+2$

## 1. Область определения

$$\square D(f)=(-\infty; +\infty)$$

## 2. Чётность функции

$$f(-x)=(-x)^3-3(-x)^2+2=-x^3-3x^2+2 \Rightarrow f(-x) \neq f(x);$$
$$f(-x) \neq -f(x) \Rightarrow \text{функция ни чётная и ни нечётная}$$

## 3. Нули функции

а) с осью OX:  $y=0 \Rightarrow$

$$x^3-3x^2+2=0;$$
$$x^3-x^2-2x^2+2=0;$$
$$(x^3-x^2)-2(x^2-1)=0;$$
$$x^2(x-1)-2(x-1)(x+1)=0;$$
$$(x-1)(x^2-2x-2)=0;$$
$$x-1=0 \text{ или } x^2-2x-2=0;$$
$$x_1=1 \quad D=(-2)^2-4*1*(-2)=4+8=12;$$
$$x_2=\frac{2+2\sqrt{2}}{2}=1+\sqrt{2}, \quad x_3=\frac{2-2\sqrt{2}}{2}=1-\sqrt{2};$$

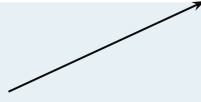
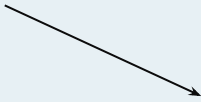
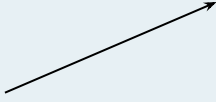
$$\Rightarrow A(1;0), B(1+\sqrt{2};0), C(1-\sqrt{2};0).$$

б) с осью OY:  $x=0 \Rightarrow f(x)=0^3-2*0^2+2=2 \Rightarrow D(0;2)$

## 4. Монотонность функции

$$f'(x)=3x^2-6x;$$

$$f'(x)=0 \Rightarrow 3x^2-6x=0;$$
$$3x(x-2)=0;$$
$$3x=0 \text{ или } x-2=0;$$
$$x_1=0; \quad x_2=2$$

| x       | $(-\infty;0)$   | 0   | $(0;2)$  | 2   | $(2;+\infty)$   |
|---------|---|-----|--|-----|---|
| $f'(x)$ | +   | 0   | -  | 0   | +   |
| $f(x)$  |  | 2   |  | -2  |  |
|         |   | max |  | min |   |

$$f'(-1)=3*(-1)^2-6*(-1)=3+6=9, 9>0$$

$$f'(1)=3*1^2-6*1=3-6=-3, -3<0$$

$$f'(3)=3*3^2-6*3=27-18=9, 9>0$$

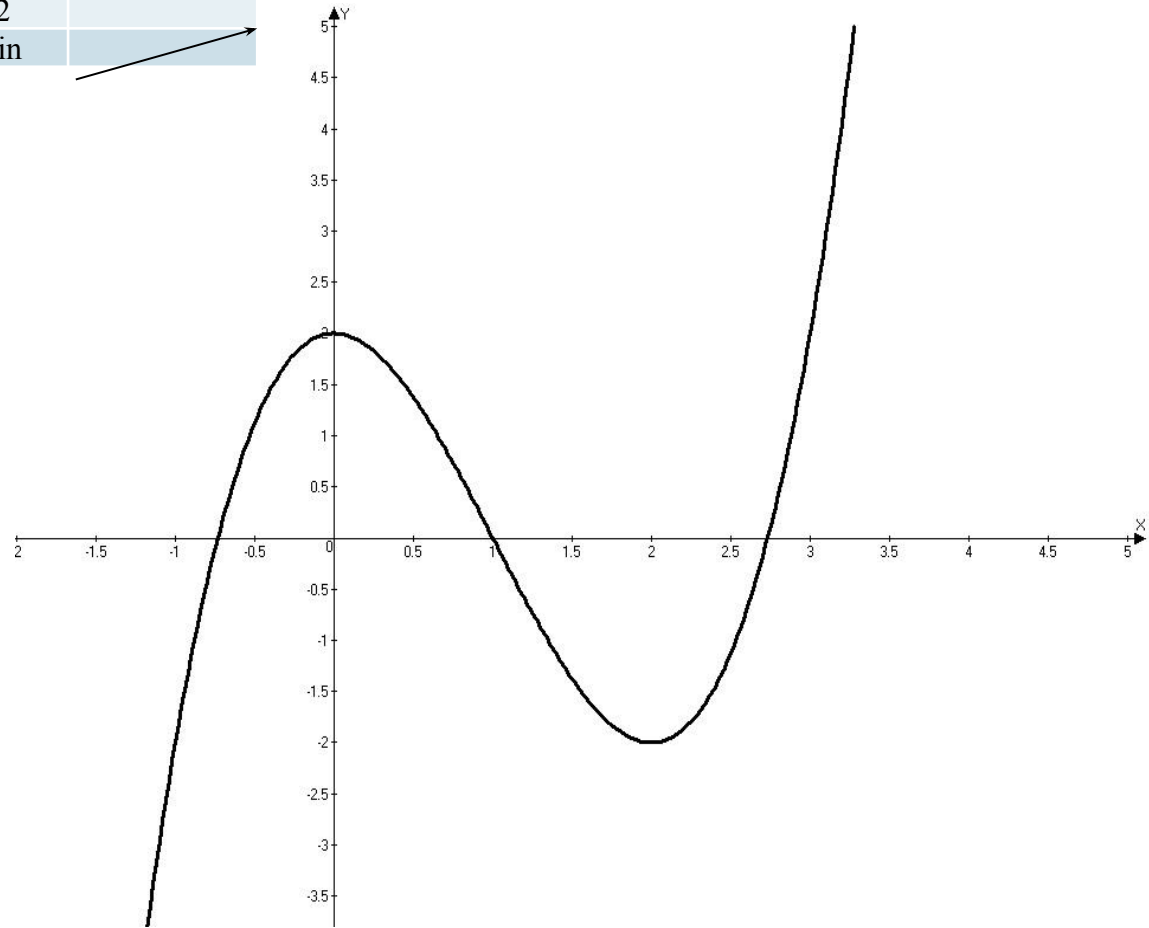
### 5. Точки экстремума. Экстремальные значения функции.

$$X_{\max}=0 \Leftrightarrow y_{\max}=0^3-3*0^2+2=2 \Leftrightarrow E(0;2)$$

$$X_{\min}=2 \Leftrightarrow y_{\min}=2^3-3*2^2+2=8-12+2=-2 \Leftrightarrow F(2;-2)$$



| $x$     | $(-\infty; 0)$ | $0$ | $(0; 2)$ | $2$ | $(2; +\infty)$ |
|---------|----------------|-----|----------|-----|----------------|
| $f'(x)$ | +              | 0   | -        | 0   | +              |
| $f(x)$  |                | 2   |          | -2  |                |
|         |                | max |          | min |                |



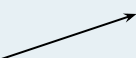
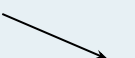
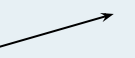
# Исследуйте функцию и постройте её график

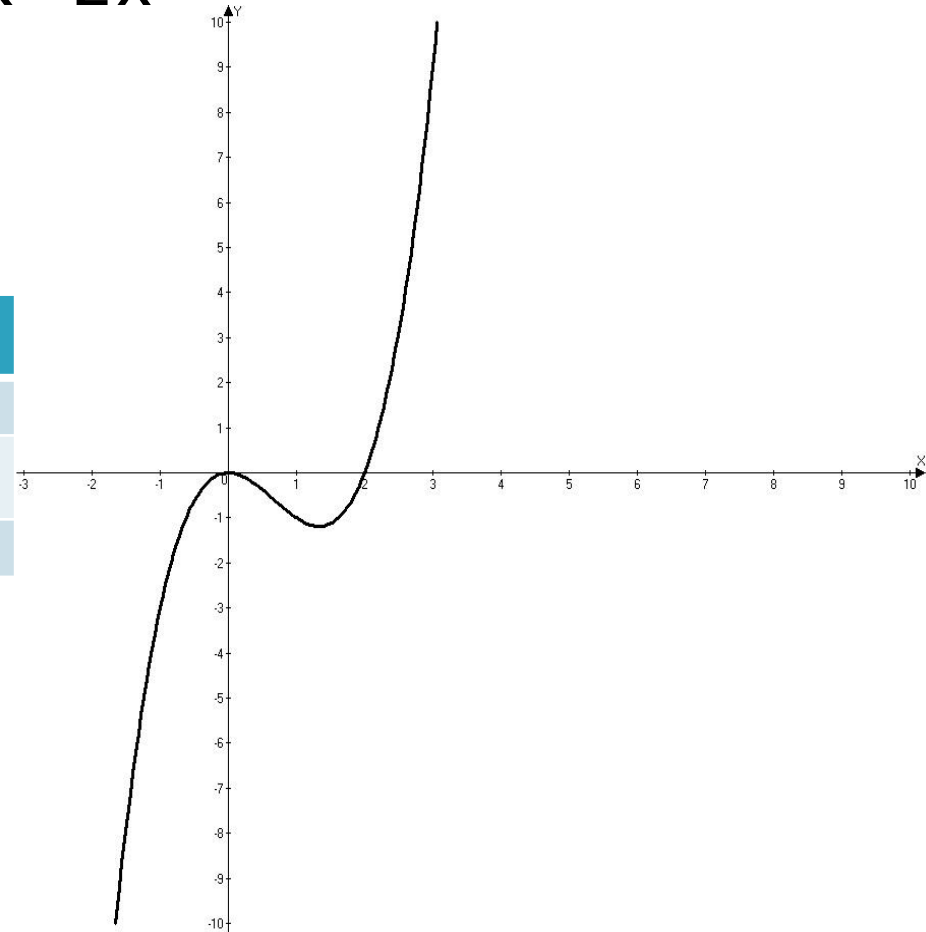
- 1 группа:  $f(x)=x^3-2x^2$
- 2 группа:  $f(x)=3x-x^3$
- 3 группа:  $f(x)=x^3-6x$
- 4 группа:  $f(x)=-2x^4+2x^2$
- 5 группа:  $f(x)=3x^4-6x^2$



# 1 группа

□ График функции  $f(x)=x^3-2x^2$

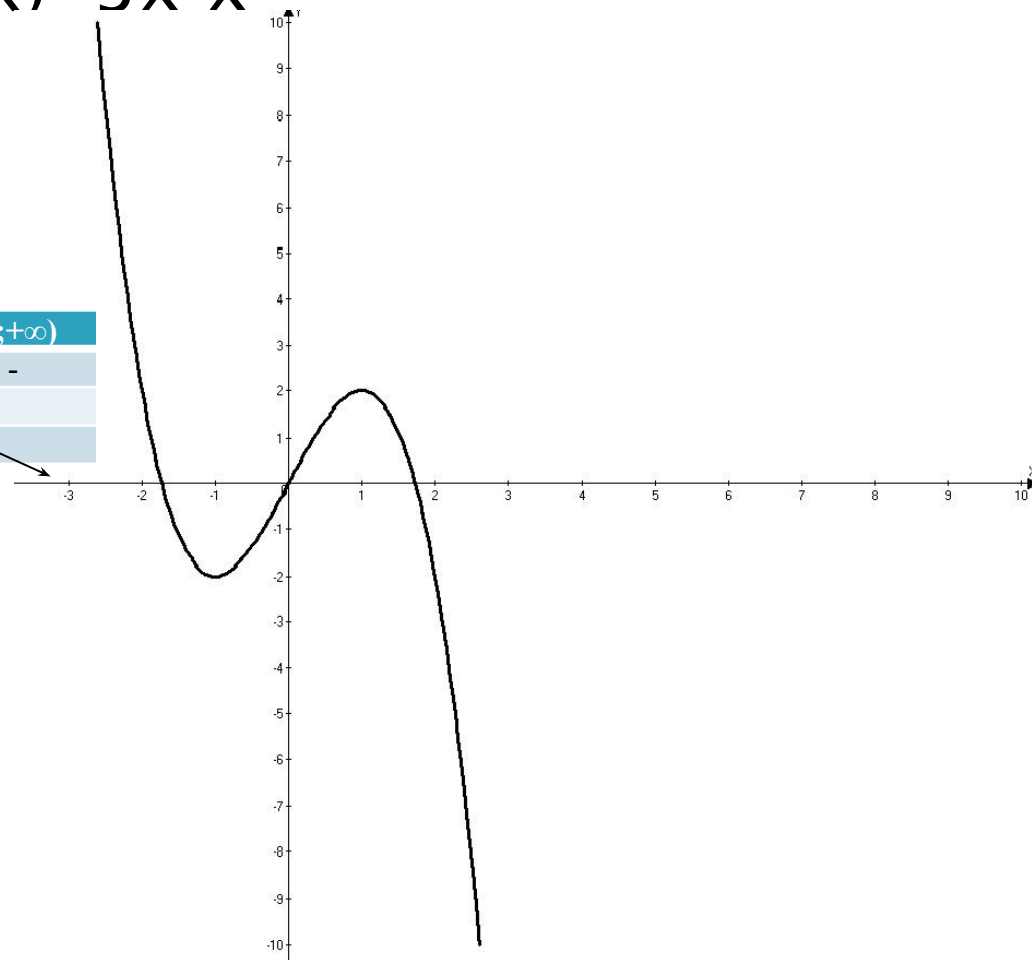
| x       | $(-\infty;0)$   | 0   |   |     |   |
|---------|---|-----|---|-----|---|
| $f'(x)$ | +   | 0   | -   | 0   | +   |
| $f(x)$  |  | 0   |  |     |  |
|         |   | max |   | min |   |



# 2 группа


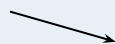

□ График функции  $f(x)=3x-x^3$

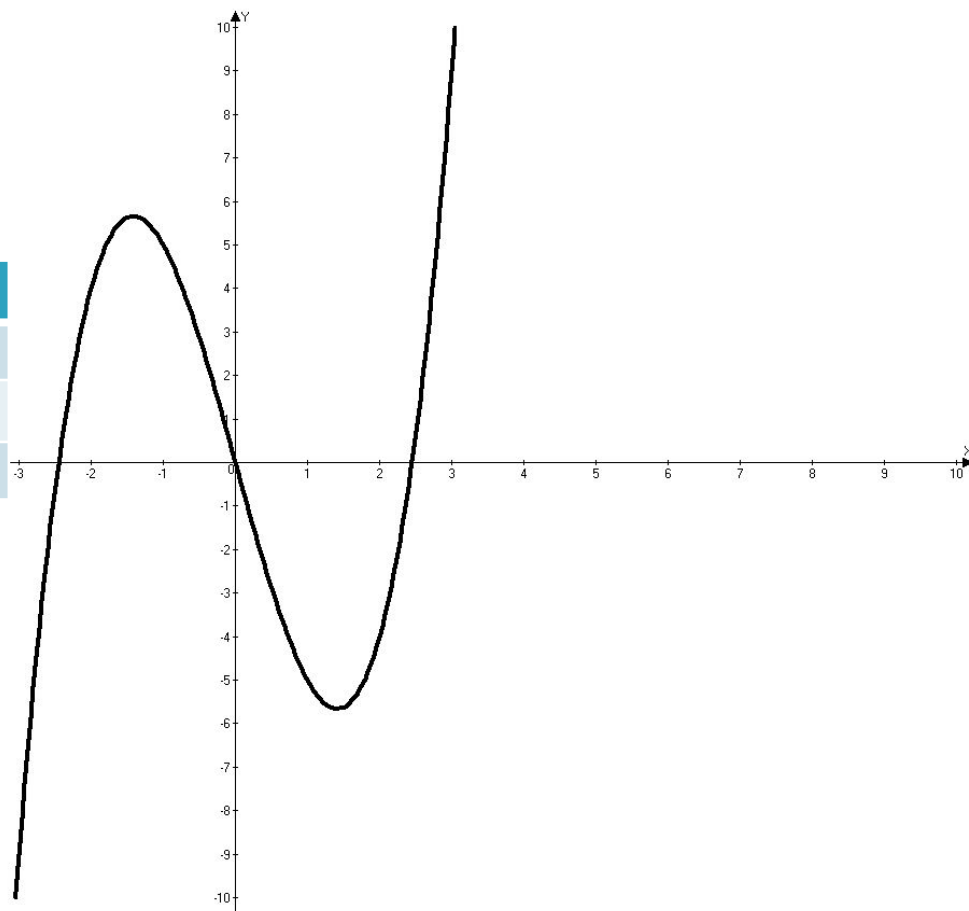
| x       | $(-\infty;-1)$ | -1  | $(-1;1)$ | 1   | $(1;+\infty)$ |
|---------|----------------|-----|----------|-----|---------------|
| $f'(x)$ | -              | 0   | +        | 0   | -             |
| $f(x)$  |                | -2  |          | 2   |               |
|         |                | min |          | max |               |



# 3 группа

□ График функции  $f(x)=x^3-6x$

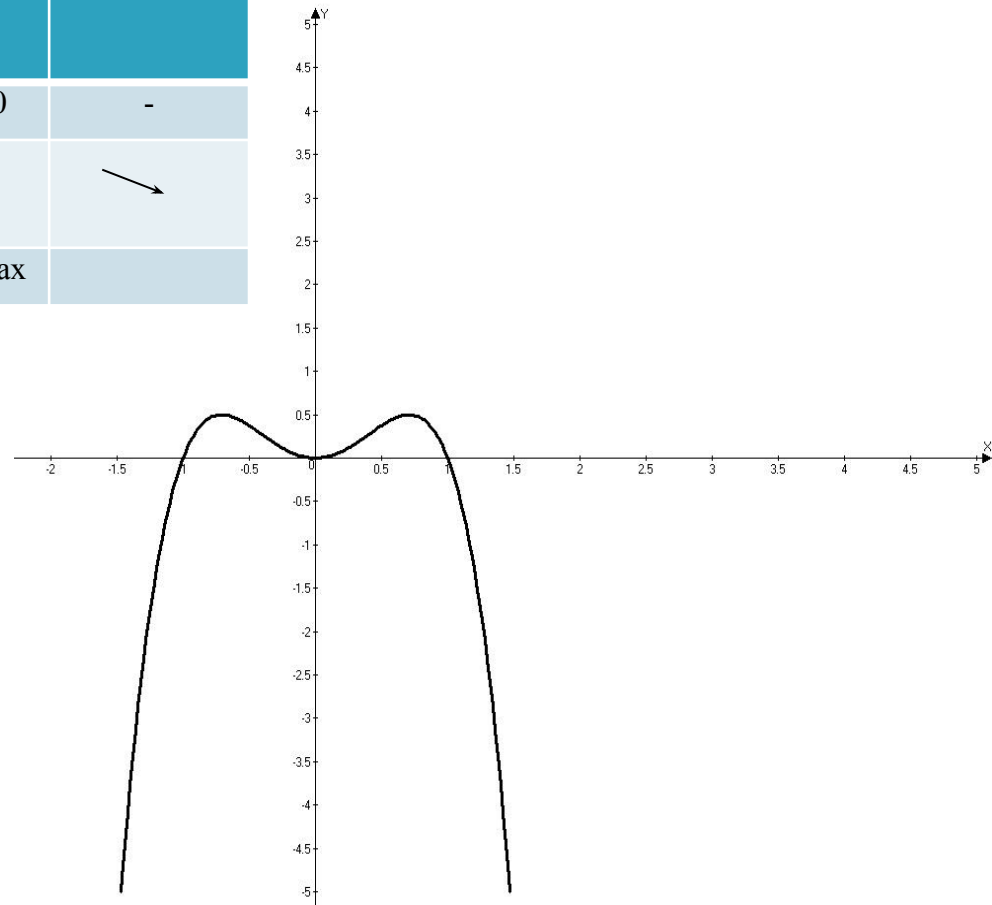
| x       |   |     |   |     |   |
|---------|---|-----|---|-----|---|
| $f'(x)$ | +   | 0   | -   | 0   | +   |
| $f(x)$  |  |     |  |     |  |
|         |   | max |   | min |   |



# 4 группа

□ График функции  $f(x) = -2x^4 + 2x^2$

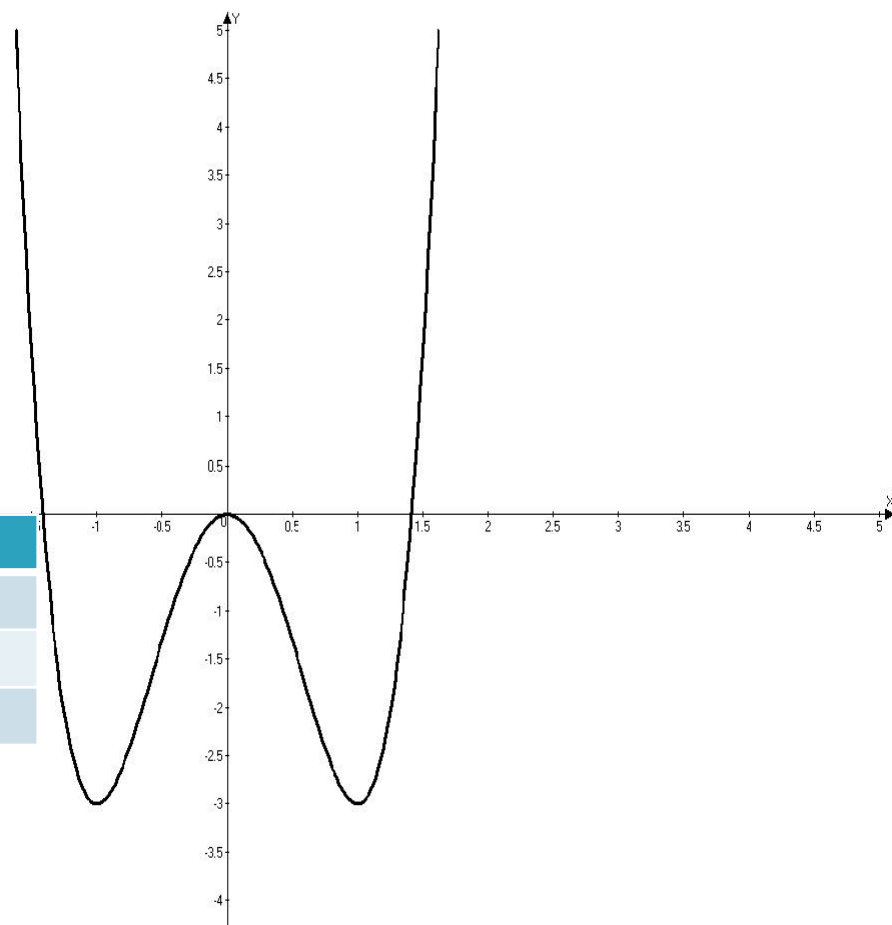
| x       |   |     |   |     |   |     |   |
|---------|---|-----|---|-----|---|-----|---|
| $f'(x)$ | + | 0   | - | 0   | + | 0   | - |
| $f(x)$  | ↗ |     | ↘ | 0   | ↗ |     | ↘ |
|         |   | max |   | min |   | max |   |



# 5 группа

□ График функции  $f(x)=3x^4-6x^2$

| x       | $(-\infty; -1)$ | -1  | $(-1; 0)$  | 0   | 0          | 1   | $(1; \infty)$ |
|---------|-----------------|-----|------------|-----|------------|-----|---------------|
| $f'(x)$ | -               | 0   | +          | 0   | -          | 0   | +             |
| f(x)    | $\searrow$      | -3  | $\nearrow$ | 0   | $\searrow$ | -3  | $\nearrow$    |
|         |                 | min |            | max |            | min |               |



**Спасибо за урок!**

