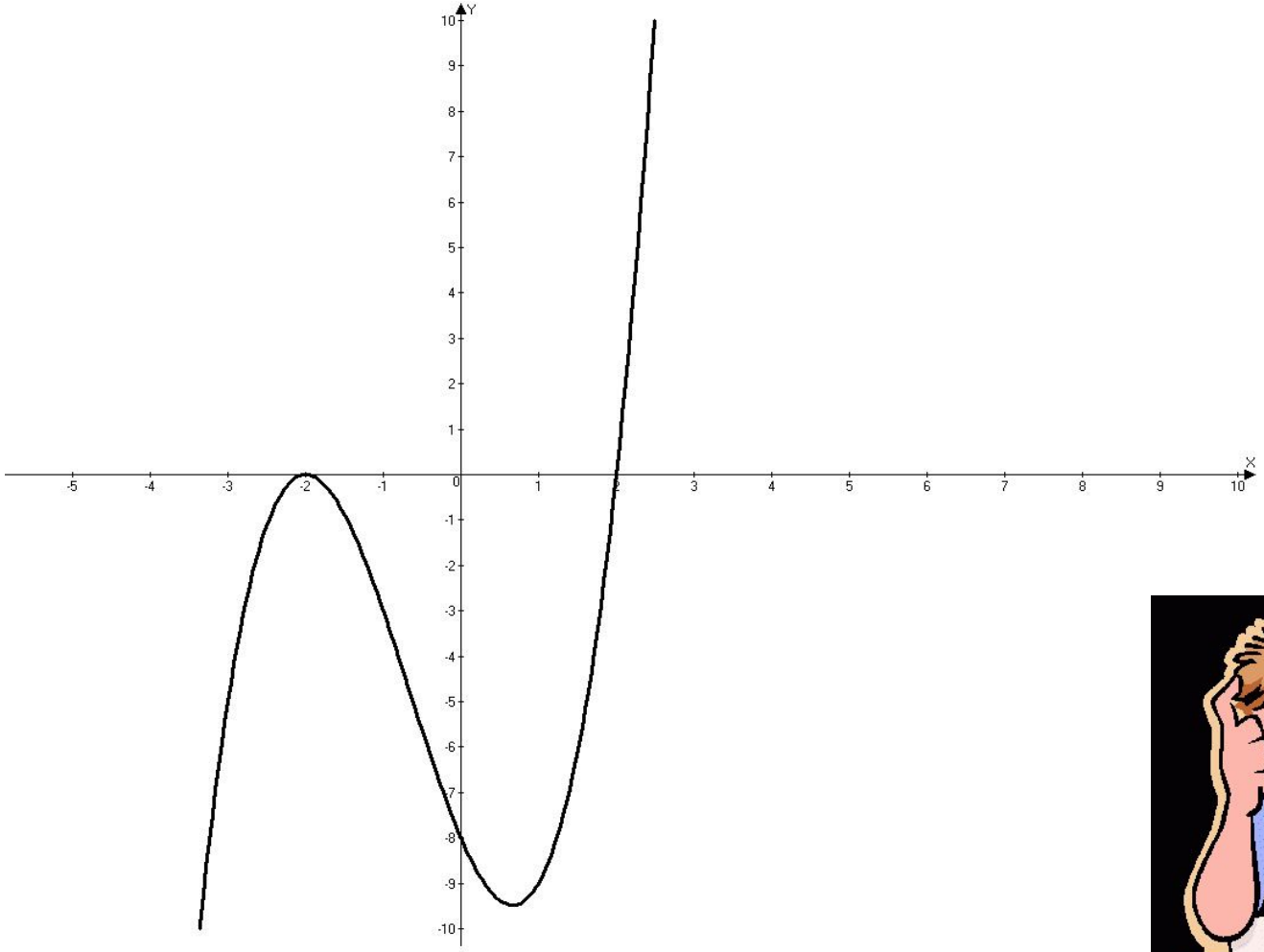
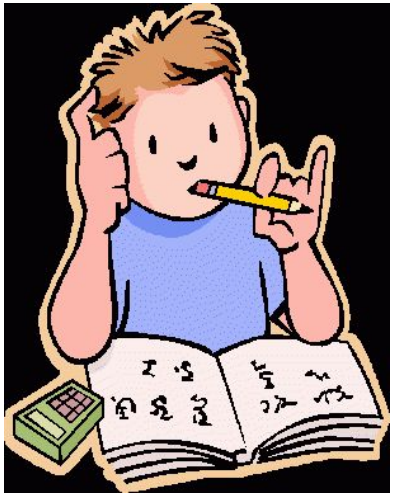
ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ К ИССЛЕДОВАНИЮ ФУНКЦИИ

Цель урока: научиться исследовать функцию и строить её график с использованием производной

По графику функции определить её свойства





Исследовать функцию и построить её график $f(x)=x^3-3x^2+2$

Записать в тетрадь!

Схема исследования функции

- Найти область определения функции
- Исследовать функцию на чётность, нечётность и периодичность
- Найти нули функции (точки пересечения графика функции с осями координат)
- Исследовать функцию на монотонность (найти промежутки возрастания и убывания функции)
- Найти точки экстремума и экстремальные значения функции
- Найти дополнительные точки (если нужно)
- Построить график функции

Исследовать функцию и построить её график $f(x)=x^3-3x^2+2$

1. Область определения

$D(f)=(-\infty;+\infty)$

2. Чётность функции

$f(-x)=(-x)^3-3(-x)^2+2=-x^3-3x^2+2$ ⇨ $f(-x)\neq f(x)$;

$f(-x)\neq -f(x)$ ⇨ функция ни чётная и ни нечётная

3. Нули функции

а) с осью ОХ: $y=0$ ⇨

$x^3-3x^2+2=0$;

$x^3-x^2-2x^2+2=0$;

$(x^3-x^2)-2(x^2-1)=0$;

$x^2(x-1)-2(x-1)(x+1)=0$;

$(x-1)(x^2-2x-2)=0$;

$x-1=0$ или $x^2-2x-2=0$;

$x_1=1$ $\quad D=(-2)^2-4*1*(-2)=4+8=12$;

$x_2=\frac{2+2\sqrt{2}}{2}=1+\sqrt{3}$, $\quad x_3=\frac{2-2\sqrt{2}}{2}=1-\sqrt{3}$;

⇨ **A**$(1;0)$, **B**$(1+\sqrt{3};0)$, **C**$(1-\sqrt{3};0)$.

б) с осью ОУ: $x=0$ ⇨ $f(x)=0^3-2*0^2+2=2$ ⇨ **D**$(0;2)$

4. Монотонность функции

$f'(x)=3x^2-6x$;

$f'(x)=0$ ⇨ $3x^2-6x=0$;

$3x(x-2)=0$;

$3x=0$ или $x-2=0$;

$x_1=0$; $\quad x_2=2$

x	(-∞;0)	0	(0;2)	2	(2;+∞)
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)	↗	2	↘	-2	↗
		max		min	

$f'(-1)=3*(-1)^2-6*(-1)=3+6=9,\ 9>0$

$f'(1)=3*1^2-6*1=3-6=-3,\ -3<0$

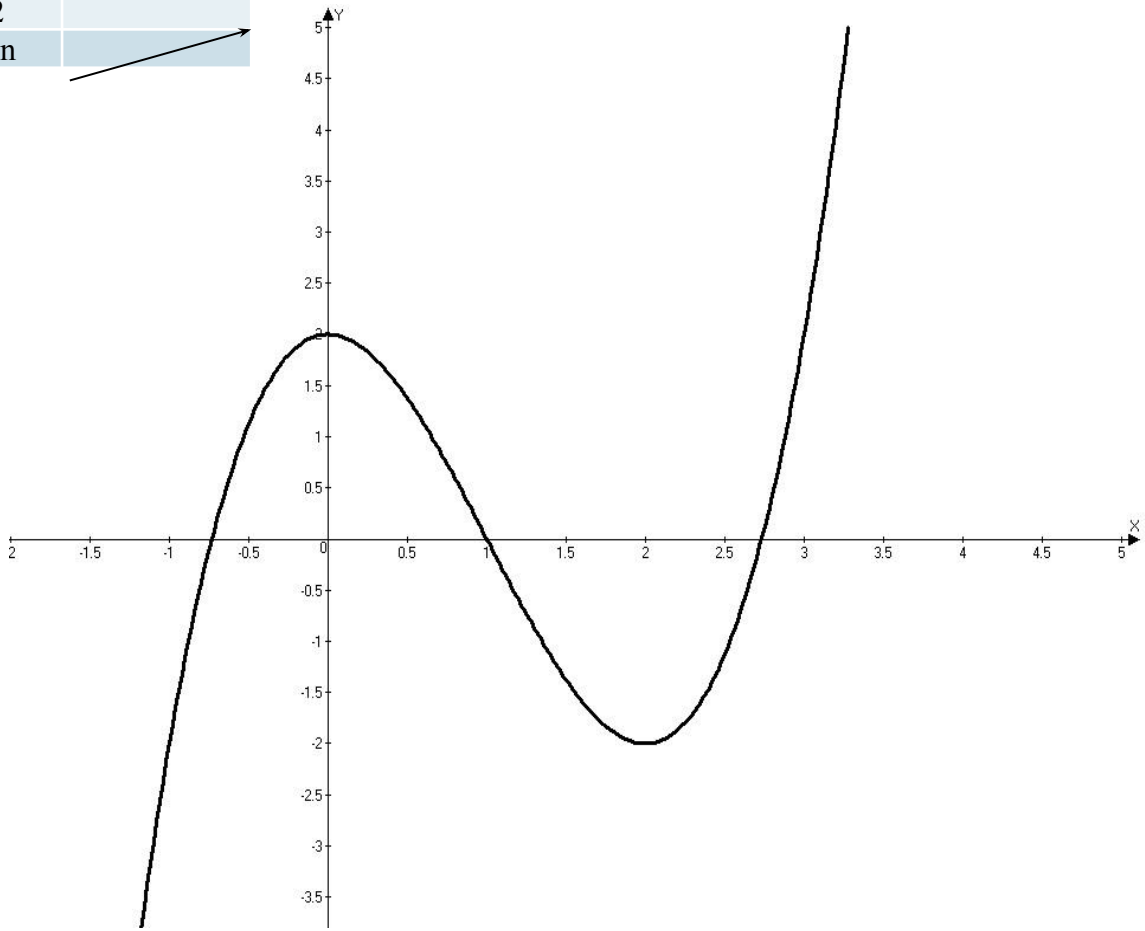
$f'(3)=3*3^2-6*3=27-18=9,\ 9>0$

5. Точки экстремума. Экстремальные значения функции.

$X_{max}=0$ ⇨ $y_{max}=0^3-3*0^2+2=2$ ⇨ **E**(0;2)

$X_{min}=2$ ⇨ $y_{min}=2^3-3*2^2+2=8-12+2=-2$ ⇨ **F**(2;-2)

x	(-∞;0)	0	(0;2)	2	(2;+∞)
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)		2		-2	
	↗	max	↘	min	↗



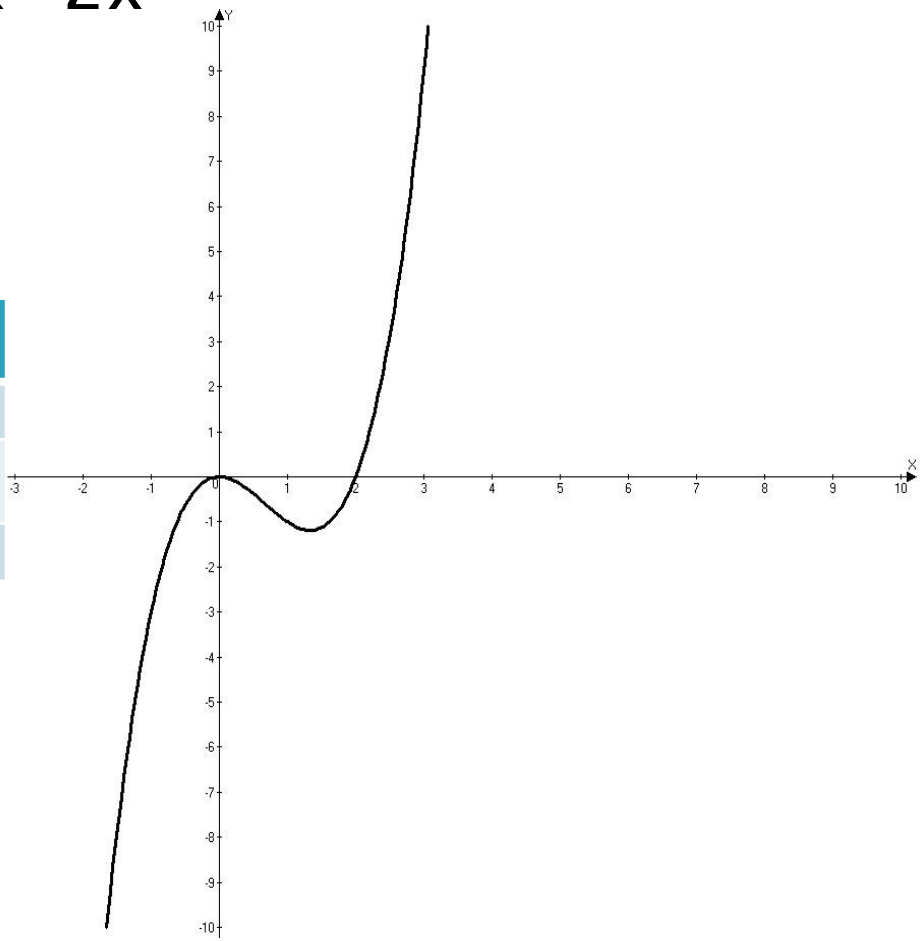
Исследуйте функцию и постройте её график

- 1 группа: $f(x)=x^3-2x^2$
- 2 группа: $f(x)=3x-x^3$
- 3 группа: $f(x)=x^3-6x$
- 4 группа: $f(x)=-2x^4+2x^2$
- 5 группа: $f(x)=3x^4-6x^2$

1 группа

- График функции $f(x)=x^3-2x^2$

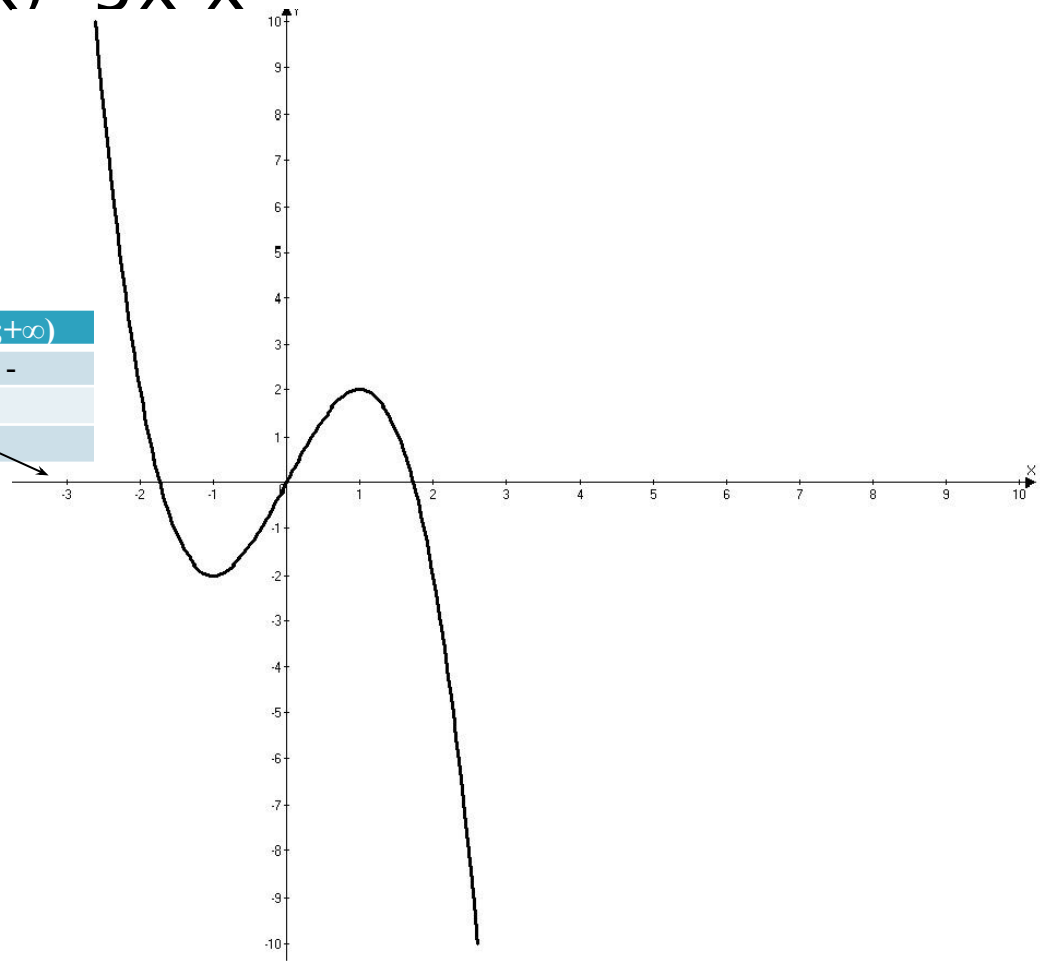
x	(-∞;0)	0			
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)	↗	0	↘		↗
		max		min	



2 группа

- График функции $f(x)=3x-x^3$

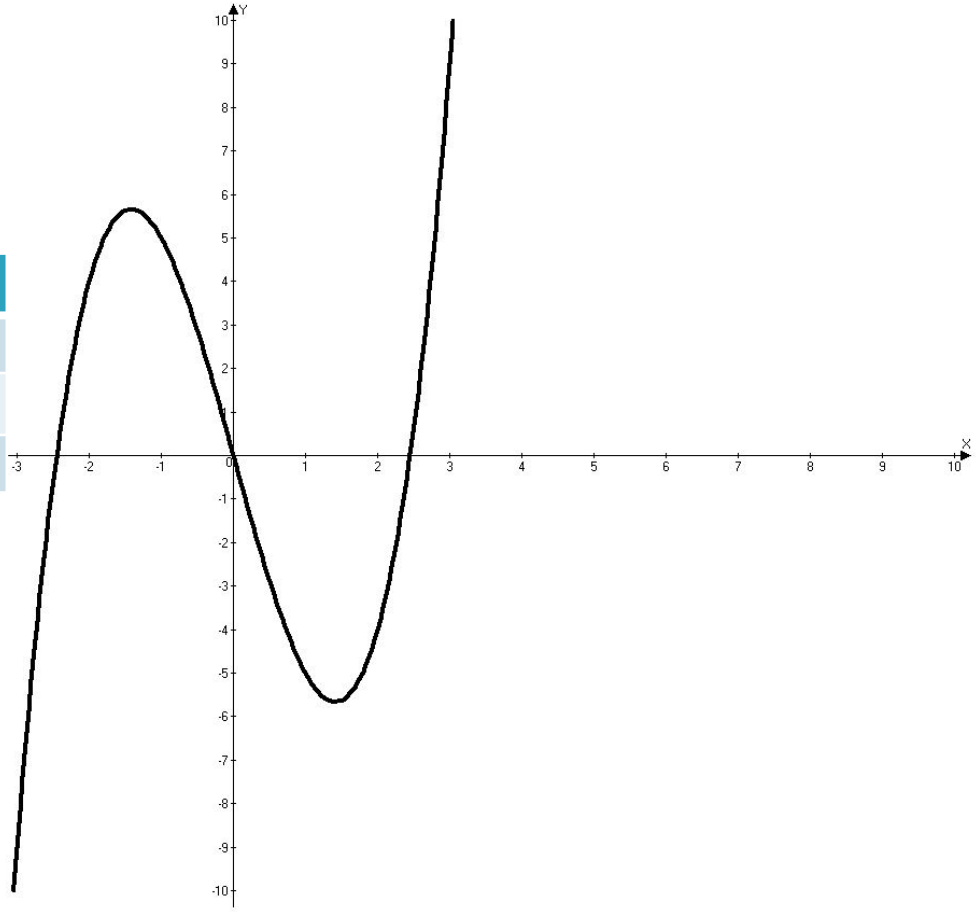
x	$(-\infty;-1)$	-1	(-1;1)	1	$(1;+\infty)$
f'(x)	-	0	+	0	-
f(x)		-2		2	
	↘	min	↗	max	↘



3 группа

- График функции $f(x)=x^3-6x$

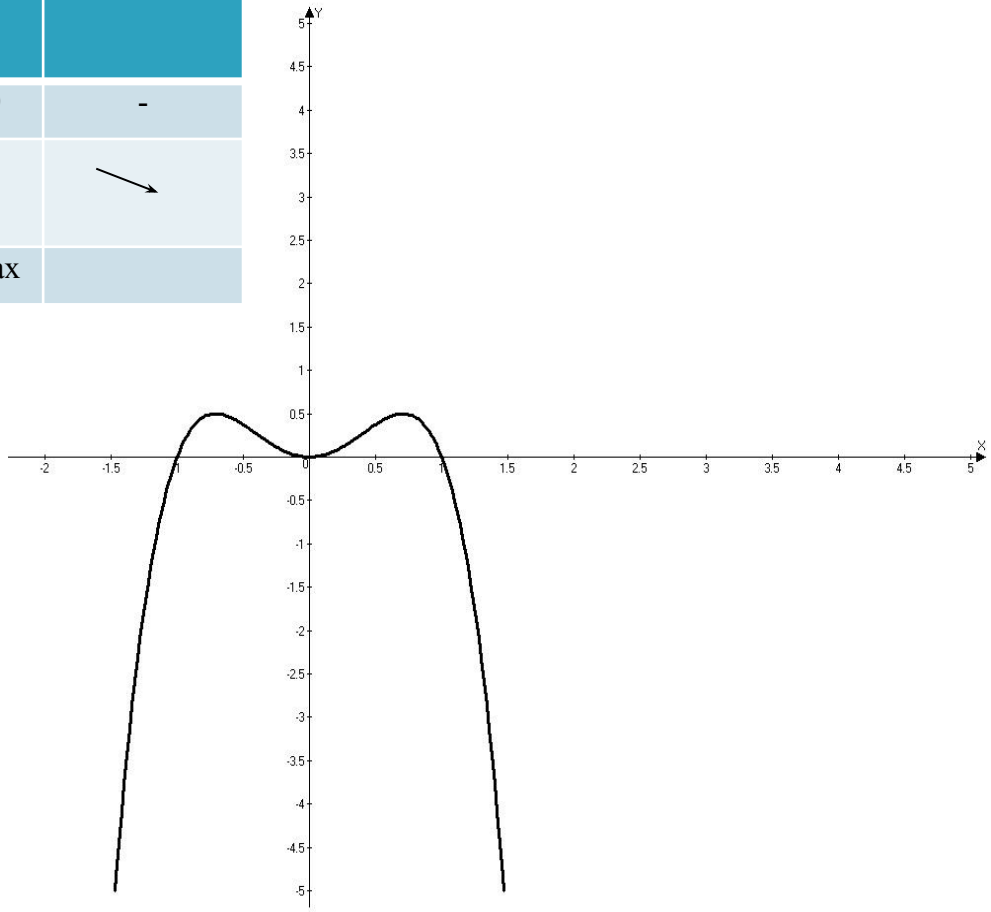
x					
f'(x)	+	0	-	0	+
f(x)	↗		↘		↗
		max		min	



4 группа

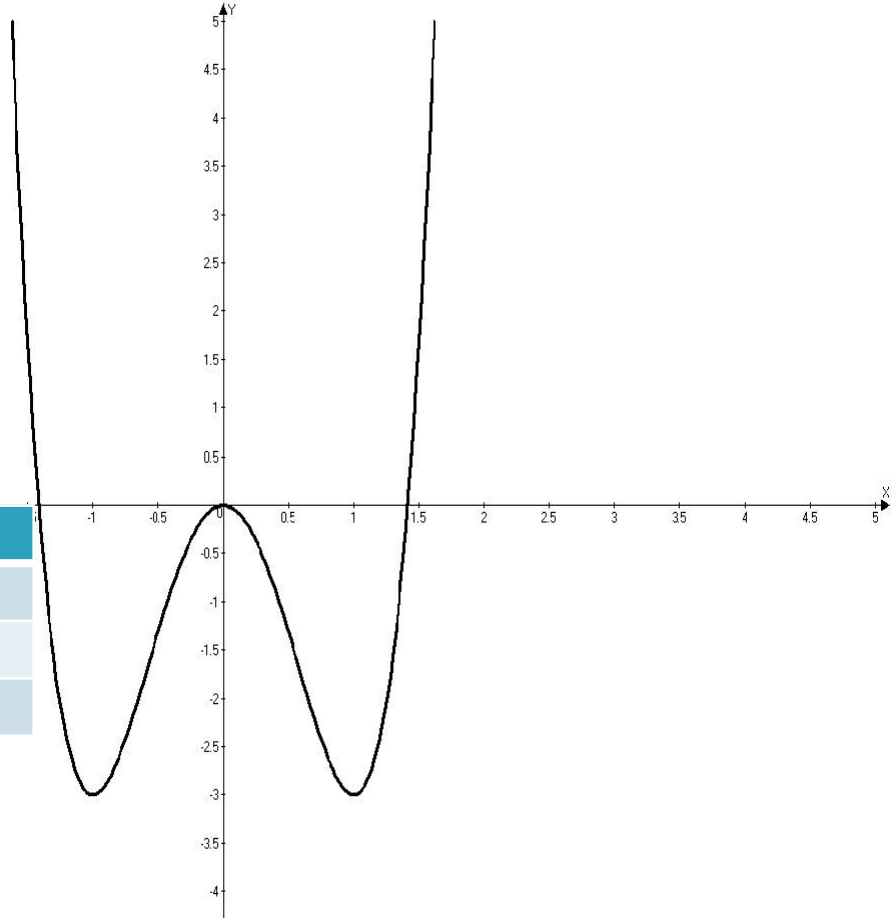
- График функции $f(x)=-2x^4+2x^2$

x							
f'(x)	+	0	-	0	+	0	-
f(x)	↗		↘	0	↗		↘
		max		min		max	



5 группа

- График функции $f(x)=3x^4-6x^2$



x	(-∞;-1)	-1	(-1; 0)			1	
f'(x)	-	0	+	0	-	0	+
f(x)	↘	-3	↗	0	↘	-3	↗
		min		max		min	

Спасибо за урок!