

Почему компьютер считает?

Группа "Математиков"

Проблемные вопросы

1. Обоснуйте возможность записи чисел в двоичной форме?
2. Обоснуйте возможность записи символов в двоичной форме?
3. Почему сложение является уникальной операцией в двоичной арифметике?

Почему люди пользуются десятичной системой, а компьютеры — двоичной?

Люди предпочитают десятичную систему, вероятно, потому, что с древних времен считали по пальцам, а пальцев у людей по десять на руках и ногах. Не всегда и не везде люди пользуются десятичной системой счисления. В Китае, например, долгое время пользовались пятеричной системой счисления.

А компьютеры используют двоичную систему потому, что она имеет ряд преимуществ перед другими системами:

для ее реализации нужны **технические устройства с двумя устойчивыми состояниями** (есть ток — нет тока, намагничен — не намагничен и т.п.), а не, например, с десятью, — как в десятичной;

представление информации посредством только двух состояний **надежно и помехоустойчиво**;

возможно **применение аппарата булевой алгебры** для выполнения логических преобразований информации;

двоичная арифметика намного проще десятичной.

Недостаток двоичной системы — **быстрый рост числа разрядов**, необходимых для записи чисел.

Как перевести целое число из десятичной системы в любую другую позиционную систему счисления?

Для перевода целого десятичного числа N в систему счисления с основанием q необходимо N разделить с остатком ("нацело") на q , записанное в той же десятичной системе. Затем неполное частное, полученное от такого деления, нужно снова разделить с остатком на q , и т.д., пока последнее полученное неполное частное не станет равным нулю.

Представлением числа N в новой системе счисления будет последовательность остатков деления, изображенных одной q -ичной цифрой и записанных в порядке, обратном порядку их получения

Пример: Переведем число 75 из десятичной системы в двоичную:

75		2												
1		37		2										
		1		18		2								
				0		9		2						
						1		4		2				
								0		2		2		
										0		1		2
												1		0

Ответ: $75_{10} = 1\ 001\ 011_2$

Как перевести правильную десятичную дробь в любую другую позиционную систему счисления?

Для перевода правильной десятичной дроби F в систему счисления с основанием q необходимо F умножить на q , записанное в той же десятичной системе, затем дробную часть полученного произведения снова умножить на q , и т. д., до тех пор, пока ~~дробная часть очередного произведения не станет равной нулю,~~ либо не будет достигнута требуемая точность изображения числа F в q -ичной системе.

Представлением дробной части числа F в новой системе счисления будет последовательность целых частей полученных произведений, записанных в порядке их получения и изображенных одной q -ичной цифрой.

Пример. Переведем число 0,36 из десятичной системы в двоичную:

The image shows a handwritten conversion of the decimal number 0.36 to binary. The process involves multiplying the fractional part by 2 and recording the integer part of the result as a binary digit. The steps are as follows:

0,	x	36
		2
0	x	72
		2
1	x	44
		2
0	x	88
		2
1	x	76
		2
1		52

Below the table, the final result is given as: $0,36_{10} = 0,01011_2$. A circled '0,' at the top left is connected by a line to the first '0' in the first row, and an arrow points from the final '1' in the last row to the right.

Для чисел, имеющих как целую, так и дробную части, перевод из десятичной системы счисления в другую осуществляется отдельно для целой и дробной частей по правилам, указанным выше.

Запись символов в двоичной форме

- Существуют специальные таблицы в которых каждый символ имеет десятичный код.
- Например, лат. А имеет код 65
- Для записи символов в десятичной форме

Необходимо его десятичный код записать в двоичной форме:

$$65 = 01000001_2$$

Сложение в двоичной системе

+	0	1
0	0	1
1	1	10

При сложении цифры суммируются по разрядам, и если при этом возникает избыток, то он переносится влево.

Пример 1. Сложим числа 15 и 6 в различных системах счисления.

Десятичная: $15_{10} + 6_{10}$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 15 \\ + 6 \\ \hline 21 \end{array}$$

$5+6=11=10+1$
 $1+1=2$

Двоичная: $1111_2 + 110_2$

$$\begin{array}{r} 111 \\ + 1111 \\ + 0110 \\ \hline 10101 \end{array}$$

$1+0=1$
 $1+1=2=2+0$
 $1+1+1=3=2+1$
 $1+1=2=2+0$

ВЫЧИТАНИЕ в двоичной системе

Пример: Выполнить вычитание 10-5 в двоичной арифметике:

$$10 = 1010_2$$

$$5 = 101_2 = 0101_2 \rightarrow 1010_2 + 1 = 1011_2$$

$$1010_2 + 1011_2 = 10101_2$$

В результате старший разряд отбрасываем.

$$\text{Ответ: } 101_2$$

Умножение и деление

Выполняя умножение многозначных чисел в различных позиционных системах счисления, можно использовать обычный алгоритм перемножения чисел в столбик, но при этом результаты перемножения и сложения однозначных чисел необходимо заимствовать из соответствующих рассматриваемой системе таблиц умножения и сложения.

Пример 7. Перемножим числа 5 и 6.

Десятичная: $5_{10} \cdot 6_{10}$

$$\begin{array}{r} \times 5 \\ 6 \\ \hline 30 \end{array}$$

Двоичная: $101_2 \cdot 110_2$

$$\begin{array}{r} \times 101 \\ 110 \\ \hline 101 \\ 101 \\ \hline 11110 \end{array}$$

Ответ: $5 \cdot 6 = 30_{10} = 11110_2$.

Проверка. Преобразуем полученные произведения к десятичному виду:

$$11110_2 = 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 = 30;$$

Разделим число 35 на число 14.

Десятичная: $35_{10} : 14_{10}$

$$\begin{array}{r|l} 35 & 14 \\ \hline 28 & 2,5 \\ \hline 70 & \\ - 70 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Двоичная: $100011_2 : 1110_2$

$$\begin{array}{r|l} 100011 & 1110 \\ \hline 1110 & 10,1 \\ \hline 1110 & \\ - 1110 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Ответ: $35 : 14 = 2,5_{10} = 10,1_2$

Проверка. Преобразуем полученные частные к десятичному виду:

$$10,1_2 = 2^1 + 2^{-1} = 2,5;$$

Деление двоичных чисел сводится к вычитанию двоичных чисел, а вычитание двоичных чисел можно выполнить через сложение.

ВЫВОДЫ:

1. Числовую и символьную информацию можно представить в двоичной форме
2. Все операции в двоичной арифметики сводятся к операции сложения.