

Почему компьютер считает?

Группа "Математиков"

Проблемные вопросы

1. Обоснуйте возможность записи чисел в двоичной форме?
2. Обоснуйте возможность записи символов в двоичной форме?
3. Почему сложение является уникальной операцией в двоичной арифметике?

Почему люди пользуются десятичной системой, а компьютеры — двоичной?

Люди предпочитают десятичную систему, вероятно, потому, что с древних времен считали по пальцам, а пальцев у людей по десять на руках и ногах. Не всегда и не везде люди пользуются десятичной системой счисления. В Китае, например, долгое время пользовались пятеричной системой счисления.

А компьютеры используют двоичную систему потому, что она имеет ряд преимуществ перед другими системами:

для ее реализации нужны **технические устройства с двумя устойчивыми состояниями** (есть ток — нет тока, намагничен — не намагничен и т.п.), а не, например, с десятью, — как в десятичной;

представление информации посредством только двух состояний **надежно и помехоустойчиво**;

возможно **применение аппарата булевой алгебры** для выполнения логических преобразований информации;

двоичная арифметика намного проще десятичной.

Недостаток двоичной системы — **быстрый рост числа разрядов**, необходимых для записи чисел.

Как перевести целое число из десятичной системы в любую другую позиционную систему счисления?

Для перевода целого десятичного числа N в систему счисления с основанием q необходимо N разделить с остатком ("нацело") на q , записанное в той же десятичной системе. Затем неполное частное, полученное от такого деления, нужно снова разделить с остатком на q , и т.д., пока последнее полученное неполное частное не станет равным нулю.

Представлением числа N в новой системе счисления будет последовательность остатков деления, изображенных одной q -ичной цифрой и записанных в порядке, обратном порядку их получения

Пример: Переведем число 75 из десятичной системы в двоичную:

75		2												
1		37		2										
		1		18		2								
				0		9		2						
						1		4		2				
								0		2		2		
										0		1		2
												1		0

Ответ: $75_{10} = 1\ 001\ 011_2$

Как перевести правильную десятичную дробь в любую другую позиционную систему счисления?

Для перевода правильной десятичной дроби F в систему счисления с основанием q необходимо F умножить на q , записанное в той же десятичной системе, затем дробную часть полученного произведения снова умножить на q , и т. д., до тех пор, пока ~~дробная часть очередного произведения не станет равной нулю,~~ либо не будет достигнута требуемая точность изображения числа F в q -ичной системе.

Представлением дробной части числа F в новой системе счисления будет последовательность целых частей полученных произведений, записанных в порядке их получения и изображенных одной q -ичной цифрой.

Пример. Переведем число 0,36 из десятичной системы в двоичную:

The image shows a handwritten conversion of the decimal number 0,36 to binary. The process involves repeatedly multiplying the fractional part by 2 and recording the integer part of the result. The steps are as follows:

0,	x	36
		2
0	x	72
		2
1	x	44
		2
0	x	88
		2
1	x	76
		2
1		52

An arrow on the left side of the table points from the circled '0,' at the top to the final '1' at the bottom, indicating the sequence of bits from top to bottom.

Ответ: $0,36_{10} = 0,01011_2$

Для чисел, имеющих как целую, так и дробную части, перевод из десятичной системы счисления в другую осуществляется отдельно для целой и дробной частей по правилам, указанным выше.

Запись символов в двоичной форме

- Существуют специальные таблицы в которых каждый символ имеет десятичный код.
- Например, лат. А имеет код 65
- Для записи символов в десятичной форме

Необходимо его десятичный код записать в двоичной форме:

$$65 = 01000001_2$$

Сложение в двоичной системе

+	0	1
0	0	1
1	1	10

При сложении цифры суммируются по разрядам, и если при этом возникает избыток, то он переносится влево.

Пример 1. Сложим числа 15 и 6 в различных системах счисления.

Десятичная: $15_{10} + 6_{10}$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 15 \\ + 6 \\ \hline 21 \end{array}$$

$5+6=11=10+1$
 $1+1=2$

Двоичная: $1111_2 + 110_2$

$$\begin{array}{r} 111 \\ + 1111 \\ + 0110 \\ \hline 10101 \end{array}$$

$1+0=1$
 $1+1=2=2+0$
 $1+1+1=3=2+1$
 $1+1=2=2+0$

ВЫЧИТАНИЕ в двоичной системе

Пример: Выполнить вычитание 10-5 в двоичной арифметике:

$$10 = 1010_2$$

$$5 = 101_2 = 0101_2 \rightarrow 1010_2 + 1 = 1011_2$$

$$1010_2 + 1011_2 = 10101_2$$

В результате старший разряд отбрасываем.

Ответ: 101_2

Умножение и деление

Выполняя умножение многозначных чисел в различных позиционных системах счисления, можно использовать обычный алгоритм перемножения чисел в столбик, но при этом результаты перемножения и сложения однозначных чисел необходимо заимствовать из соответствующих рассматриваемой системе таблиц умножения и сложения.

Пример 7. Перемножим числа 5 и 6.

Десятичная: $5_{10} \cdot 6_{10}$

$$\begin{array}{r} \times 5 \\ 6 \\ \hline 30 \end{array}$$

Двоичная: $101_2 \cdot 110_2$

$$\begin{array}{r} \times 101 \\ 110 \\ \hline 101 \\ 101 \\ \hline 11110 \end{array}$$

Ответ: $5 \cdot 6 = 30_{10} = 11110_2$.

Проверка. Преобразуем полученные произведения к десятичному виду:

$$11110_2 = 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 = 30;$$

Разделим число 35 на число 14.

Десятичная: $35_{10} : 14_{10}$

$$\begin{array}{r|l} 35 & 14 \\ \hline 28 & 2,5 \\ \hline 70 & \\ - 70 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Двоичная: $100011_2 : 1110_2$

$$\begin{array}{r|l} 100011 & 1110 \\ \hline 1110 & 10,1 \\ \hline 1110 & \\ - 1110 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Ответ: $35 : 14 = 2,5_{10} = 10,1_2$

Проверка. Преобразуем полученные частные к десятичному виду:

$$10,1_2 = 2^1 + 2^{-1} = 2,5;$$

Деление двоичных чисел сводится к вычитанию двоичных чисел, а вычитание двоичных чисел можно выполнить через сложение.

ВЫВОДЫ:

1. Числовую и символьную информацию можно представить в двоичной форме
2. Все операции в двоичной арифметики сводятся к операции сложения.