Двоичная система счисления. Количество информации.

Шинкаренко Евгений Александрович
МОУ Гимназия №2 г. Черняховск
Калининградской области

Единица измерения количества информации

За *<u>единицу количества информации</u>* принимается такое количество информации, которое содержит сообщение, уменьшающие неопределенность в два раза.

Такая единица называется «*<u>Бит</u>*».

Количество возможных событий и количество информации.

$$N = 2^I$$

где N – количество возможных событий.

I – количество информации.

Например:

- Если мы получили 4 бита информации, то количество возможных событий составило:

  $N = 2^4 = 16$

- При игре «Крестики-нолики» на поле 8х8 перед первым ходом существует 64 возможных события (64 различных варианта расположения «крестика»):

  $64=2^I$,

  так как $64=2^6$, то получим:

  $2^6=2^{I,}$

  Следовательно I=6 битов.

Кодирование информации

Кодирование – это операция преобразования знаков или групп знаков одной знаковой системы в знаки или группы знаков другой знаковой системы.

Двоичное кодирование информации в компьютере

У компьютера для кодирования информации применяется только два бесспорных состояния логических элементов или выключено, или включено. Посему, в двоичном счете имеется всего лишь только две цифры со значениями ***0*** и ***1***.

Пакет двоичных цифр от 00000000 до 11111111 – 1 байт.

1байт = 8 бит

Перевод числа из одной системы счисления в другую.

Представим десятичное число ***446*** в следующем виде

$$446_{10}=400+40+6=4*10^2+4*10^1+6*10^0$$

Пусть дано число, в котором N цифр. i-ю цифру обозначим через a_i, число примет вид $a_n a_{n-1} \ldots a_2 a_1$

$$a_n a_{n-1} \ldots a_2 a_1 = a_n * 10^{n-1} + a_{n-1} * 10^{n-2} + \ldots + a_2 * 10^1 + a_1 * 10^0$$

a_i – символы из набора "0123456789"

Заменим 10 на 2 и получим формулу для определения двоичного числа:

$\boldsymbol{a_n a_{n-1} \ldots . a_2 a_1 = a_n * 2^{n-1} + a_{n-1} * 2^{n-2} + \ldots . + a_2 * 2^1 + a_1 * 2^0}$

где $\boldsymbol{a_i}$ это символ из набора "01"

$\boldsymbol{101_2 = 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = 4+0+1=5_{10}}$

$\boldsymbol{11001_2 = 1*2^4+1*2^3+0*2^2+0*2^1+1*2^0=16+8+0+0+1=25_{10}}$

Для того, чтобы преобразовать десятичное число в двоичное, его нужно разложить по степеням двойки.

Пример: $\boldsymbol{35_{10}}$

$\boldsymbol{2^2\ (4),\ 2^3(8),\ 2^4(16),2^5(32)}$ *–мало*, $\boldsymbol{2^6(64)}$ **-** *много, оставляем* $\boldsymbol{2^5(32)}$

$\boldsymbol{35 - 2^5(32) = 3,}$ *остаток 3*

представим в виде степени двойки 3

$\boldsymbol{3 - 2^1(2) = 1,}$ *остаток 1*

представим в виде степени двойки 1

$\boldsymbol{1 - 2^0(1) = 0}$

Старшая степень была 5, следовательно в уравнении должно быть (n-1=5, n=6) шесть слагаемых. Уравнение примет вид:

$$35_{10}=1*2^5 + 0*2^4 + 0*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0=100011_2$$

Разложим приведенным выше методом 44_{10}

2^5(32) < 44<2^6(64) – ближайшая степень двойки **5**, следовательно двоичное число будет состоять из ***6*** знаков.

44 - 2^5(32) = 12, остаток 12.

Представим в виде степени двойки 12, ближайшая степень 3

12 - 2^3(8) = 4, остаток 4.

Представим в виде степени двойки 4, ближайшая степень 2

4 - 2^2(4)=0, остаток 0.

В уравнении будет 6 слагаемых:

$$44_{10} = 1*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 0*2^0 = 101100_2$$

Рассмотрим ещё один способ перевода целого десятичного числа в двоичную систему счисления

$A_{ЦД} = a_n * 2^{n-1} + a_{n-1} * 2^{n-2} + \ldots. + a_2 * 2^1 + a_1 * 2^0$

Разделим $A_{ЦД}$ *на основание двоичной системы (на 2). Частное от деления будет* $a_n * 2^{n-2} + a_{n-1} * 2^{n-3} + \ldots. + a_2$

а остаток равен a_1

Разделив на втором шаге целое частное число ещё на 2 остаток будет равен a_2

После N-ого шага деления получаем последовательность остатков

$a_1\, a_2\, a_3 \ldots..\, a_n$

Эта последовательность совпадает с обратной последовательность цифр целого двоичного числа

$A_2 = a_n\, a_{n-1} \ldots..\, a_2 a_1$

Рассмотрим описанный выше метод на примере:

Переведем 25_{10} в двоичную систему счисления

Десятичное число	Делитель (основание системы)	Остаток	Цифры двоичного числа
25	2	1	a_1
12	2	0	a_2
6	2	0	a_3
3	2	1	a_4
1	2	1	a_5

$25_{10}=11001_2$

Сложение двоичных чисел на примере: $10011_2 + 10001_2$.

$$
\begin{array}{r}
\;1\;0\;0\;1\;1 \\
+\;1\;0\;0\;0\;1 \\
\hline
1\;0\;0\;1\;0\;0
\end{array}
$$

- *Первый разряд:* 1+1 = 2. Записываем 0 и 1 на ум пошло.
- *Второй разряд*: 1+0+1(запомненная единица) =2. Записываем 0 и 1 на ум пошло.
- *Третий разряд*: 0+0+1(запомненная единица) = 1. Записываем 1.
- *Четвертый разряд* 0+0=0. Записываем 0.
- *Пятый разряд* 1+1=2. Записываем 0 и добавляем к шестым разрядом 1.

Вычитание двоичных чисел на примере 1110_2-101_2

	1	1	1	0
-		1	0	1
	1	0	0	1

- *Первый разряд*. 0-1. Не хватает единицы. Занимаем её в старшем разряде. Единица из старшего разряда переходит в младший, как две единицы (потому что старший разряд представляется двойкой большей степени) 2-1 =1. Записываем 1.
- *Второй разряд*. Единицу этого разряда мы занимали, поэтому сейчас в разряде 0. 0-0=0. Записываем 0.
- *Третий разряд*. 1-1=0. Записываем 0.
- *Четвертый разряд*. От 1 нечего отнимать. Записываем 1.

Умножение двоичных чисел на примере $1011_2 * 101_2$

Это умножение можно свести к сумме трёх порязрядных умножений:

1011 * 1 + 1011 * 0 + 1011 * 100 = 1011 +101100 = 110111

		1	0	1	1
	*		1	0	1
		1	0	1	1
	0	0	0	0	
1	0	1	1		
1	1	0	1	1	1

Деление двоичных чисел на примере $101000101_2/1101_2$

1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	
-	1	1	0	1					1	1	0	0	1
	0	1	1	1	0								
	-	1	1	0	1								
		0	0	0	1	1	0	1					
				-	1	1	0	1					
					0	0	0	0					

Самостоятельная работа

1. Перевести в двоичную систему счисления:

75_{10}, 38_{10}, 25_{10}

2. Перевести в десятичную систему счисления:

1001_2, 11001_2, 1111_2

3. Вычислить и перевести ответ в десятичную систему счисления следующие выражения (Пример ответа – A_{10} (B_2)):

А. 11001_2+1111_2, 1000_2+100_2

Б. $11110011_2 – 10010111_2$, $100001000_2 – 10110011_2$

В. $1110_2 * 1010_2$, $1111_2 * 1001_2$

Г. $111010001001_2 : 111101_2$, $101111001101_2 : 110101_2$

Удачи!

Ответы:

1. 1001011_2 , 100110_2 , 11001_2

2. 9_{10}, 25_{10}, 15_{10}

3. А. 40_{10} (101000_2), 12_{10} (1100_2)

   Б. 92_{10}(1011100_2), 89_{10}(1010101_2)

   В. 140_{10}(10001100_2), 135_{10}(10000111_2)

   Г. 61_{10}(111101_2), 57_{10}(111001_2)

1. Перевести в двоичную систему счисления:

155_{10}, 168_{10},

2. Перевести в десятичную систему счисления:

10011_2, 110010_2,

3. Вычислить и перевести ответ в десятичную систему счисления следующие выражения (Пример ответа–A_{10} (B_2)):

$1110_2 + 1001_2$

$1110_2 - 1001_2$

$1110_2 * 1001_2$

$1010_2 : 10_2$