

# Двоичная система счисления. Количество информации.

Шинкаренко Евгений Александрович  
МОУ Гимназия №2 г. Черняховск  
Калининградской области

# Единица измерения количества информации

За единицу количества информации принимается такое количество информации, которое содержит сообщение, уменьшающие неопределенность в два раза.  
Такая единица называется «Бит».

# Количество возможных событий и количество информации.

$$N = 2^I$$

где  $N$  – количество возможных событий.

$I$  – количество информации.

Например:

- Если мы получили 4 бита информации, то количество возможных событий составило:

$$N = 2^4 = 16$$

- При игре «Крестики-нолики» на поле 8x8 перед первым ходом существует 64 возможных события (64 различных варианта расположения «крестика»):

$$64 = 2^I,$$

так как  $64 = 2^6$ , то получим:

$$2^6 = 2^I,$$

Следовательно  $I = 6$  битов.

# Кодирование информации

Кодирование – это операция преобразования знаков или групп знаков одной знаковой системы в знаки или группы знаков другой знаковой системы.

## Двоичное кодирование информации в компьютере

У компьютера для кодирования информации применяется только два бесспорных состояния логических элементов или выключено, или включено. Поэтому, в двоичном счете имеется всего лишь только две цифры со значениями *0* и *1*.

Пакет двоичных цифр от 00000000 до 11111111 – 1 байт.

1байт = 8 бит

# Перевод числа из одной системы счисления в другую.

Представим десятичное число  $446$  в следующем виде

$$446_{10} = 400 + 40 + 6 = 4 * 10^2 + 4 * 10^1 + 6 * 10^0$$

Пусть дано число, в котором  $N$  цифр.  $i$ -ю цифру обозначим

через  $a_i$ , число примет вид  $a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1$

$$a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 = a_n * 10^{n-1} + a_{n-1} * 10^{n-2} + \dots + a_2 * 10^1 + a_1 * 10^0$$

$a_i$  – символы из набора "0123456789"

Заменяем 10 на 2 и получим формулу для определения двоичного числа:

$$a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 = a_n * 2^{n-1} + a_{n-1} * 2^{n-2} + \dots + a_2 * 2^1 + a_1 * 2^0$$

где  $a_i$  это символ из набора "01"

$$101_2 = 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 = 4 + 0 + 1 = 5_{10}$$

$$11001_2 = 1 * 2^4 + 1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 = 16 + 8 + 0 + 0 + 1 = 25_{10}$$

Для того, чтобы преобразовать десятичное число в двоичное, его нужно разложить по степеням двойки.

Пример:  $35_{10}$

$2^2 (4), 2^3 (8), 2^4 (16), 2^5 (32)$  –мало,  $2^6 (64)$  - много, оставляем  $2^5 (32)$

$35 - 2^5 (32) = 3$ , остаток 3

представим в виде степени двойки 3

$3 - 2^1 (2) = 1$ , остаток 1

представим в виде степени двойки 1

$1 - 2^0 (1) = 0$

**Старшая степень была 5, следовательно в уравнении должно быть  $(n-1=5, n=6)$  шесть слагаемых. Уравнение примет вид:**

$$35_{10} = 1 * 2^5 + 0 * 2^4 + 0 * 2^3 + 0 * 2^2 + 1 * 2^1 + 1 * 2^0 = 100011_2$$

Разложим приведенным выше методом  $44_{10}$

$2^5(32) < 44 < 2^6(64)$  – ближайшая степень двойки 5, следовательно двоичное число будет состоять из 6 знаков.

$44 - 2^5(32) = 12$ , остаток 12.

*Представим в виде степени двойки 12, ближайшая степень 3*

$12 - 2^3(8) = 4$ , остаток 4.

*Представим в виде степени двойки 4, ближайшая степень 2*

$4 - 2^2(4) = 0$ , остаток 0.

*В уравнении будет 6 слагаемых:*

$$44_{10} = 1*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 0*2^0 = 101100_2$$

Рассмотрим ещё один способ перевода целого десятичного числа в двоичную систему счисления

$$A_{\text{цд}} = a_n * 2^{n-1} + a_{n-1} * 2^{n-2} + \dots + a_2 * 2^1 + a_1 * 2^0$$

Разделим  $A_{\text{цд}}$  на основание двоичной системы (на 2). Частное от деления будет  $a_n * 2^{n-2} + a_{n-1} * 2^{n-3} + \dots + a_2$

а остаток равен  $a_1$

Разделив на втором шаге целое частное число ещё на 2 остаток будет равен  $a_2$

После  $N$ -ого шага деления получаем последовательность остатков

$$a_1 a_2 a_3 \dots a_n$$

Эта последовательность совпадает с обратной последовательность цифр целого двоичного числа

$$A_2 = a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1$$

Рассмотрим описанный выше метод на примере:

Переведем  $25_{10}$  в двоичную систему счисления

Десятичное число	Делитель (основание системы)	Остаток	Цифры двоичного числа
25	2	1	$a_1$
12	2	0	$a_2$
6	2	0	$a_3$
3	2	1	$a_4$
1	2	1	$a_5$



$$25_{10} = 11001_2$$

## Сложение двоичных чисел на примере: $10011_2 + 10001_2$ .

$$\begin{array}{r} 10011 \\ + 10001 \\ \hline 100100 \end{array}$$

- *Первый разряд:*  $1+1 = 2$ . Записываем 0 и 1 на ум пошло.
- *Второй разряд:*  $1+0+1$ (запомненная единица)  $=2$ . Записываем 0 и 1 на ум пошло.
- *Третий разряд:*  $0+0+1$ (запомненная единица)  $= 1$ . Записываем 1.
- *Четвертый разряд*  $0+0=0$ . Записываем 0.
- *Пятый разряд*  $1+1=2$ . Записываем 0 и добавляем к шестым разрядом 1.

# Вычитание двоичных чисел на примере $1110_2 - 101_2$

$$\begin{array}{r} \phantom{-} \phantom{1} \phantom{1} \phantom{1} \phantom{0} \\ \phantom{-} \phantom{1} \phantom{1} \phantom{1} \phantom{0} \\ - \phantom{1} \phantom{1} \phantom{1} \phantom{0} \phantom{1} \\ \hline 1 \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{1} \end{array}$$

- *Первый разряд.*  $0-1$ . Не хватает единицы. Занимаем её в старшем разряде. Единица из старшего разряда переходит в младший, как две единицы (потому что старший разряд представляется двойкой большей степени)  $2-1=1$ . Записываем 1.
- *Второй разряд.* Единицу этого разряда мы занимали, поэтому сейчас в разряде 0.  $0-0=0$ . Записываем 0.
- *Третий разряд.*  $1-1=0$ . Записываем 0.
- *Четвертый разряд.* От 1 нечего отнимать. Записываем 1.

## Умножение двоичных чисел на примере $1011_2 * 101_2$

Это умножение можно свести к сумме трёх поразрядных умножений:

$$1011 * 1 + 1011 * 0 + 1011 * 100 = 1011 + 101100 = 110111$$

			1	0	1	1		
	*			1	0	1		
			<hr/>					
			1	0	1	1		
	0		0	0	0	0		
	0		1	1				
			<hr/>					
1	1		0	1	1	1		

# Деление двоичных чисел на примере $101000101_2 / 1101_2$

$$\begin{array}{r} 101000101 \quad | \quad 1101 \\ - 1101 \phantom{00000000} \\ \hline 01110 \phantom{00000000} \\ - 1101 \phantom{00000000} \\ \hline 0001101 \phantom{00000000} \\ - 1101 \phantom{00000000} \\ \hline 00000 \phantom{00000000} \end{array}$$

# Самостоятельная работа

1. Перевести в двоичную систему счисления:

$$75_{10}, \quad 38_{10}, \quad 25_{10}$$

2. Перевести в десятичную систему счисления:

$$1001_2, \quad 11001_2, \quad 1111_2$$

3. Вычислить и перевести ответ в десятичную систему счисления следующие выражения (Пример ответа –  $A_{10} (B_2)$ ):

А.  $11001_2 + 1111_2,$                        $1000_2 + 100_2$

Б.  $11110011_2 - 10010111_2,$                $100001000_2 - 10110011_2$

В.  $1110_2 * 1010_2,$                        $1111_2 * 1001_2$

Г.  $111010001001_2 : 111101_2,$          $101111001101_2 : 110101_2$

**Удачи!**

# ОТВЕТЫ:

1.  $1001011_2$ ,  $100110_2$ ,  $11001_2$

2.  $9_{10}$ ,  $25_{10}$ ,  $15_{10}$

3. А.  $40_{10}(101000_2)$ ,  $12_{10}(1100_2)$

Б.  $92_{10}(1011100_2)$ ,  $89_{10}(1010101_2)$

В.  $140_{10}(10001100_2)$ ,  $135_{10}(10000111_2)$

Г.  $61_{10}(111101_2)$ ,  $57_{10}(111001_2)$

1. Перевести в двоичную систему счисления:

$$155_{10}, \quad 168_{10},$$

2. Перевести в десятичную систему счисления:

$$10011_2, \quad 110010_2,$$

3. Вычислить и перевести ответ в десятичную систему счисления следующие выражения (Пример ответа— $A_{10} (B_2)$ ):

$$1110_2 + 1001_2$$

$$1110_2 - 1001_2$$

$$1110_2 * 1001_2$$

$$1010_2 : 10_2$$