

Решение неравенств второй степени с одной переменной

Повторим квадратичную функцию

- Дайте определение квадратичной функции.***
- Что представляет собой график квадратичной функции?***
- Как построить график квадратичной функции?***

- **Определить направление ветвей параболы;**
- **Найти координаты вершины параболы (m ; n);**
- **Построить вершину параболы в координатной плоскости;**
- **Определить ось симметрии ($x = m$);**
- **Найти дополнительные точки принадлежащие параболе;**
- **Построить точки в координатной плоскости с учетом симметрии параболы.**

$$m = -\frac{b}{2a}$$
$$n = \frac{-b^2 + 4ac}{4a}$$

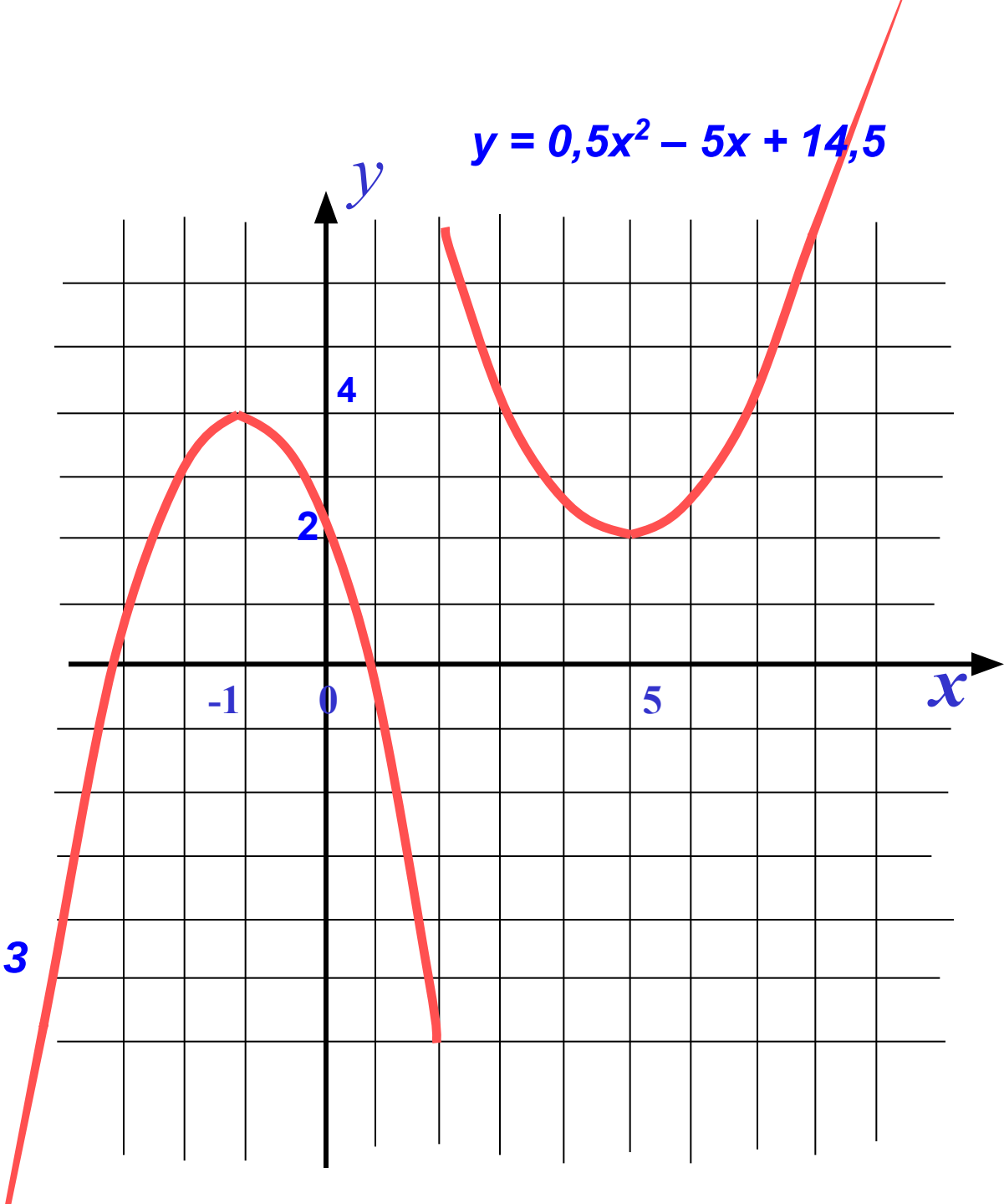
***Какие точки необходимо
выбрать для более точного
построения параболы?***

***Как найти точки пересечения
квадратичной функции с ось X?***

***Как найти точки пересечения
квадратичной функции с осью Y?***

Перечислите все свойства данных функций?

$$y = -x^2 + 2x + 3$$



Решение неравенств второй степени с одной переменной

Неравенства вида $ax^2 + bx + c > 0$ и $ax^2 + bx + c < 0$, где a, b и c – некоторые числа, причем $a \neq 0$, неравенства второй степени с одной переменной.

Решение неравенств второй степени с одной переменной можно рассматривать как нахождение промежутков, в которых соответствующая квадратичная функция принимает положительные или отрицательные значения.

Что необходимо знать для определения промежутков, в которых соответствующая квадратичная функция принимает положительные или отрицательные значения?

1. Направление ветвей параболы.

2. Нахождение общих точек графика с осью абсцисс.

Решим неравенство $5x^2 + 9x - 2 < 0$

Рассмотрим функцию $y = 5x^2 + 9x - 2$

Графиком этой функции является парабола, ветви которой направлены вверх.

Выясним, как расположена парабола относительно оси x . Для этого решим уравнение $5x^2 + 9x - 2 = 0$.

$$5x^2 + 9x - 2 = 0.$$

$$D = b^2 - 4ac = 9^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2) = 81 + 40 = 121,$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-9 + 11}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-9 - 11}{10} = -2$$

Значит , парабола пересекает ось x в двух точках, абсциссы которых равны – 2 и $\frac{1}{5}$

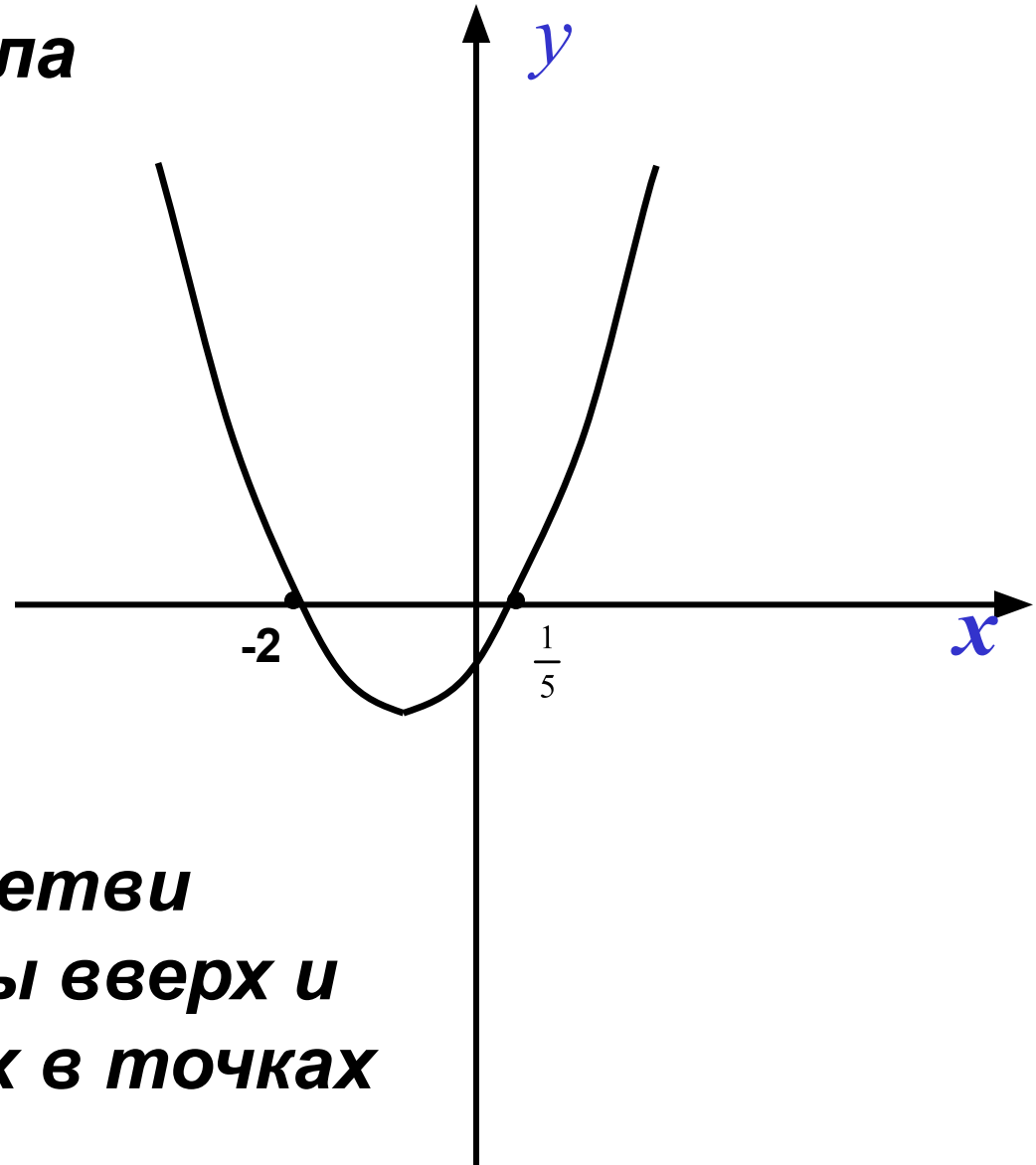
**Покажем
схематически, как
расположена парабола
в координатной
плоскости.**

**Построим
координатную
плоскость.**

**Отметим
точки $x = \frac{1}{5}$
и точку $x = -2$**

**Строим параболу, ветви
которой направлены вверх и
пересекающую ось x в точках
 -2 и $\frac{1}{5}$**

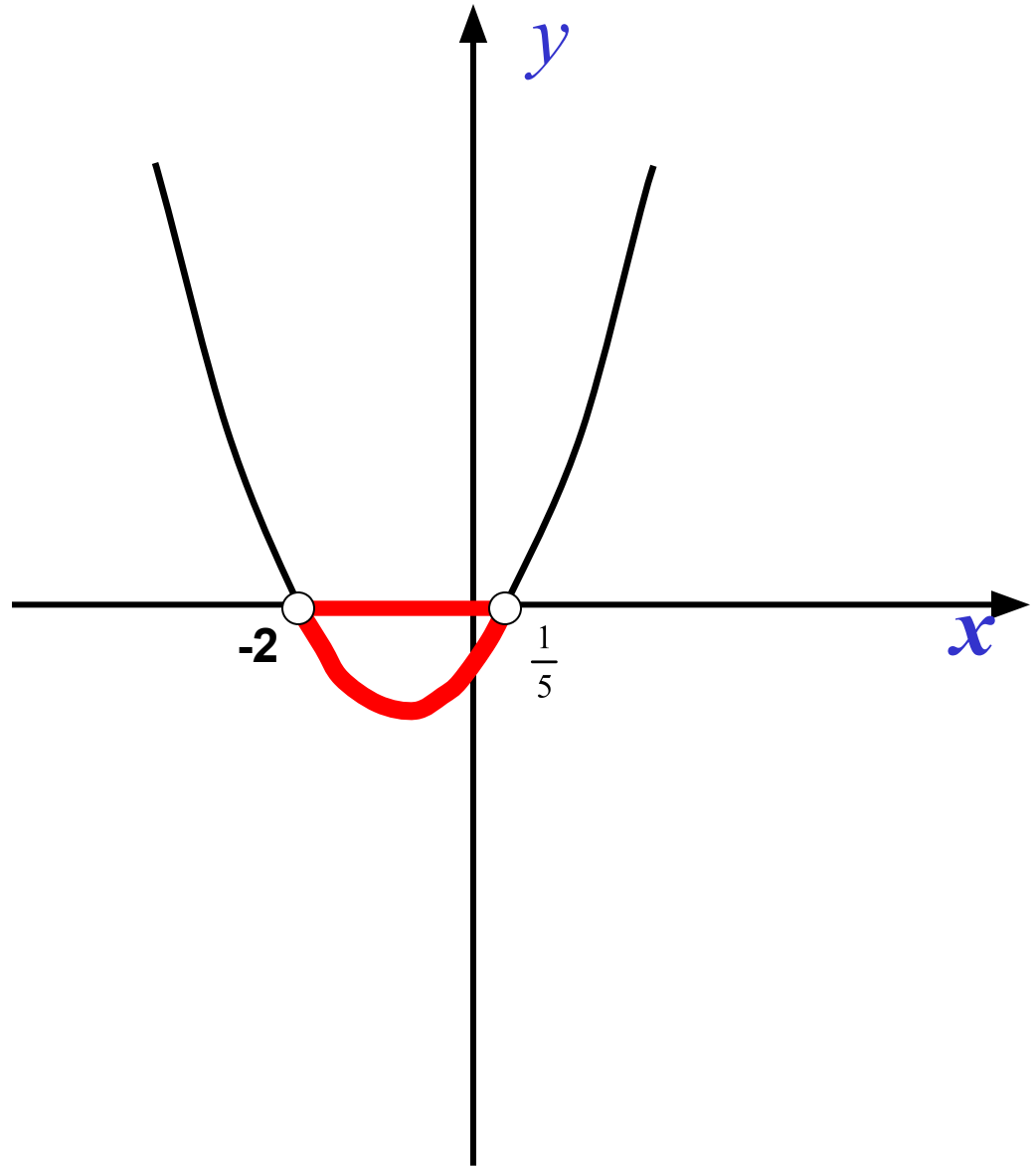
$$5x^2 + 9x - 2 < 0$$



$$5x^2 + 9x - 2 < 0$$

**Из рисунка видно,
что функция
принимает
отрицательные
значения когда**

$$x \in (-2; \frac{1}{5})$$



Ответ: $(-2; \frac{1}{5})$

Решим неравенство: $-2x^2 + 7x < 0$

Рассмотрим функцию $y = -2x^2 + 7x$

Графиком этой функции является парабола, ветви которой направлены вниз.

Выясним, как расположена парабола относительно оси x .

Решим уравнение $-2x^2 + 7x = 0$.

$$-2x^2 + 7x = 0.$$

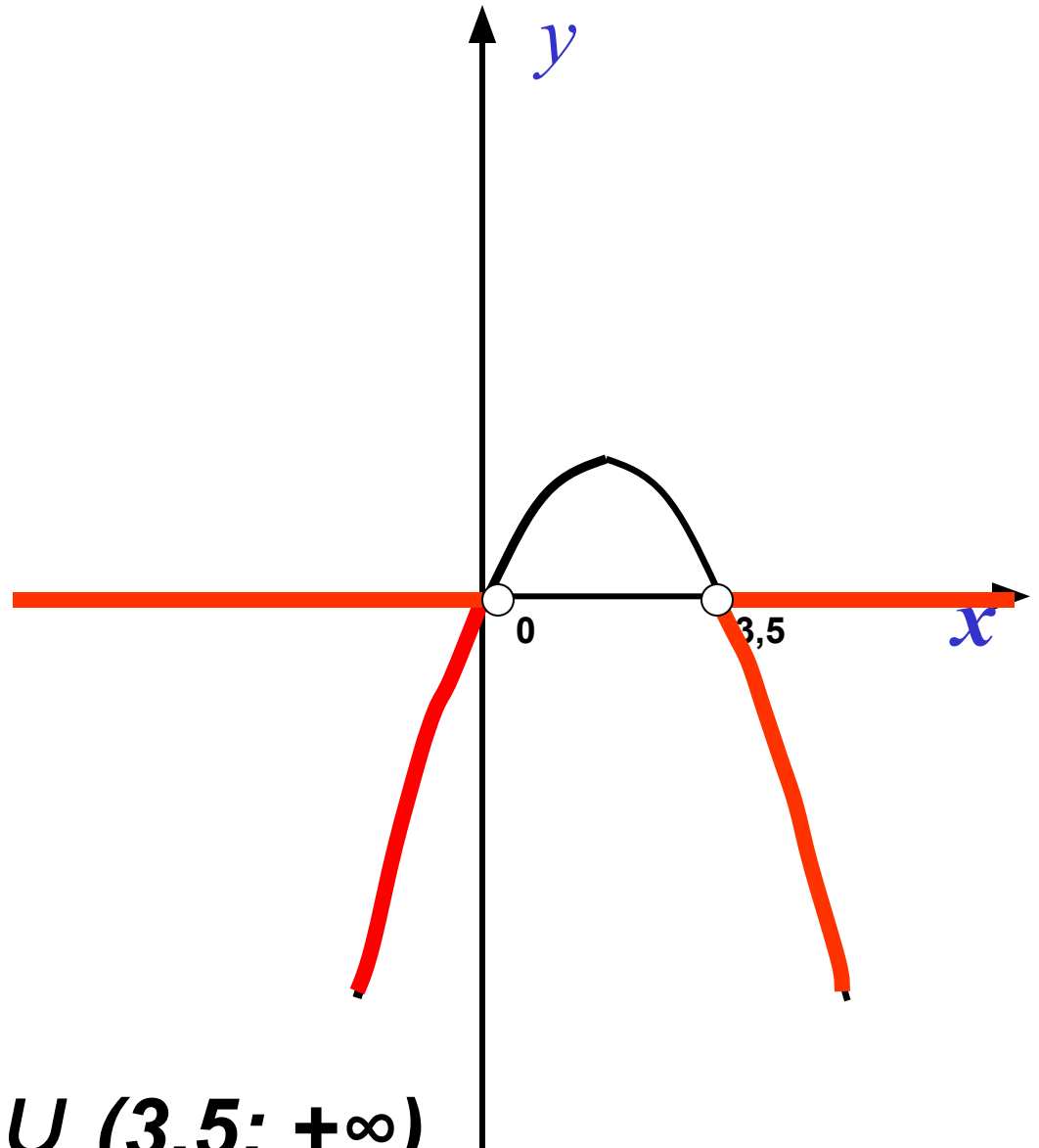
$$-2x(x - 3,5) = 0,$$

$$x = 0 \text{ или } x = 3,5.$$

Значит, парабола пересекает ось x в двух точках, абсциссы которых равны 0 и 3,5.

$$-2x^2 + 7x < 0$$

**Покажем
схематически,
как
расположена
парабола в
координатной
плоскости.**



Ответ: $(-\infty; 0) \cup (3,5; +\infty)$

Решим неравенство: $x^2 - 3x + 4 > 0$

Рассмотрим функцию $y = x^2 - 3x + 4$.

Графиком этой функции является парабола, ветви которой направлены вверх.

Выясним, как расположена парабола относительно оси x .

Решим уравнение $x^2 - 3x + 4 = 0$.

$$x^2 - 3x + 4 = 0.$$

$$D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9 - 16 = -7,$$

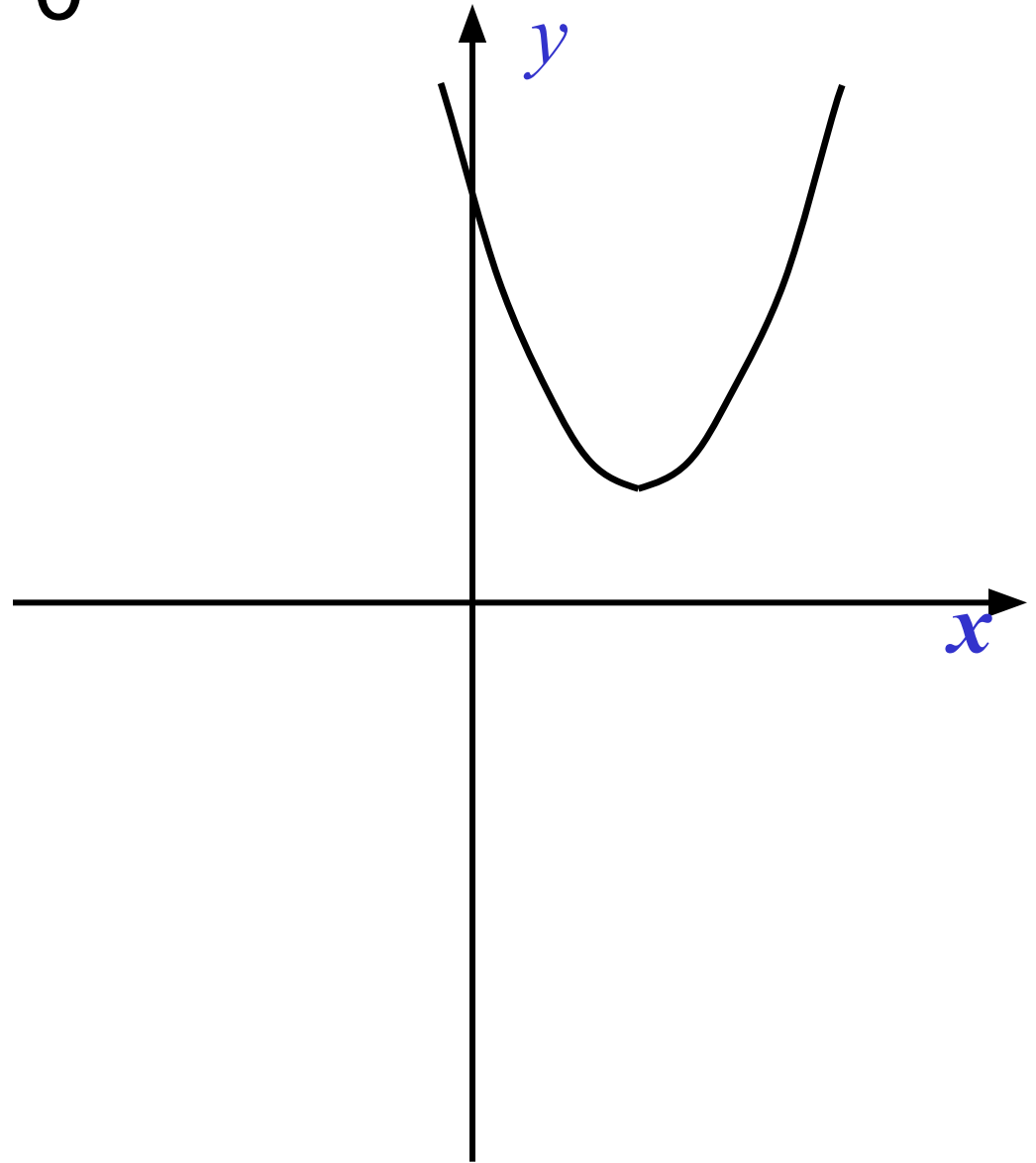
$D < 0$, уравнение не имеет корней.

Значит, парабола

$$x^2 - 3x + 4 > 0$$

***Покажем
схематически,
как
расположена
парабола в
координатной
плоскости.***

Ответ: $(-\infty; +\infty)$



Решим неравенство: $x^2 - 4x + 4 \leq 0$

Рассмотрим функцию ...

**Графиком этой функции является
..., ветви которой направлены**

**Выясним, как расположена парабола
относительно оси x . Для этого
решим уравнение**

$$x^2 - 4x + 4 = 0.$$

$$D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 16 - 16 = 0,$$

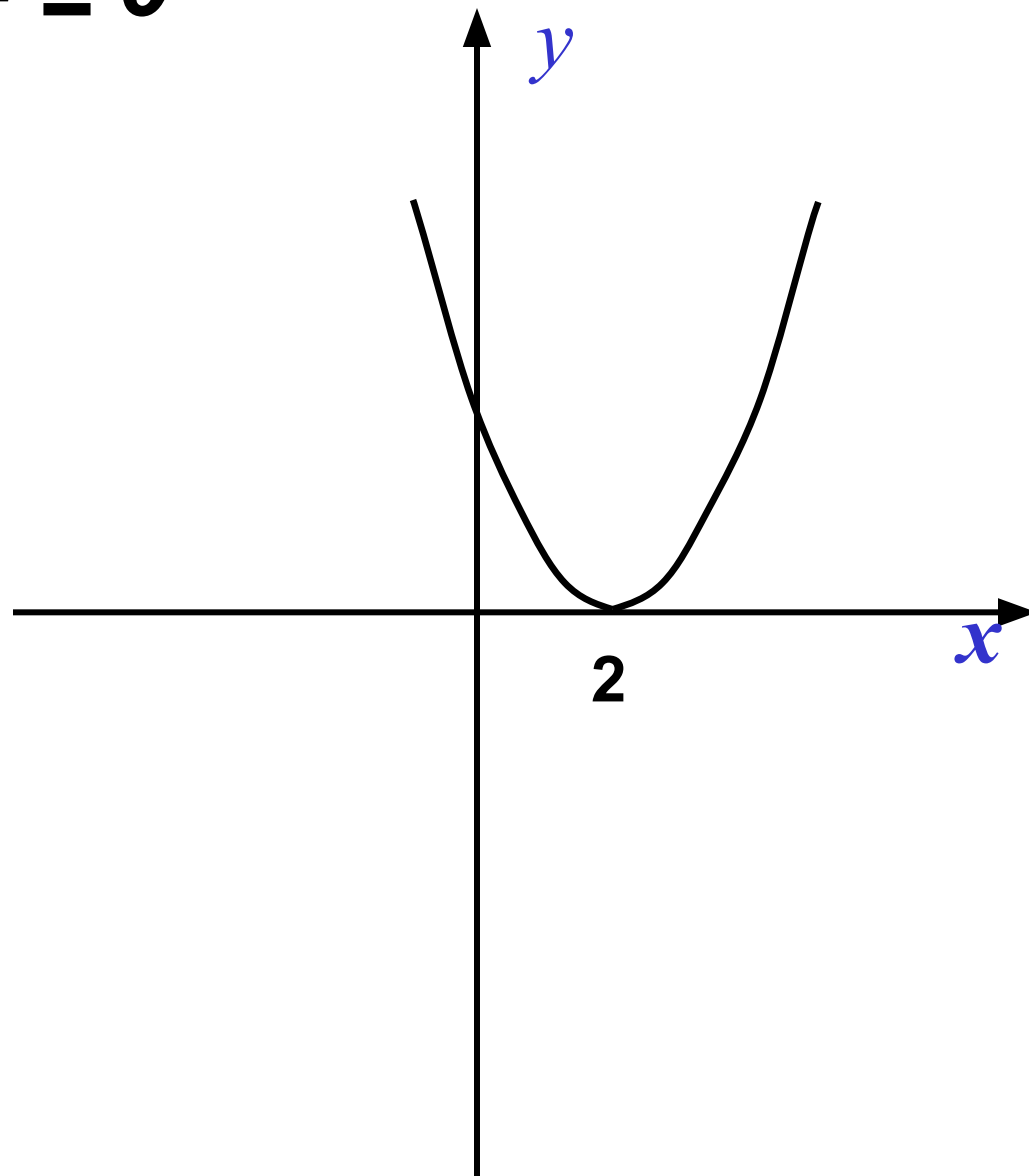
$D < 0$, уравнение 1 имеет корень.

$$x = \dots$$

Значит, парабола

$$x^2 - 4x + 4 \leq 0$$

Покажем ...



Ответ: ?

Решите неравенство:

$$2x^2 + 3x - 5 \geq 0$$

Рассмотрим функцию $y = 2x^2 + 3x - 5$.

Графиком ...

Выясним, ...

Решим уравнение: $2x^2 + 3x - 5 = 0$.

$$2x^2 + 3x - 5 = 0.$$

$$D = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 9 + 40 = \\ = 49,$$

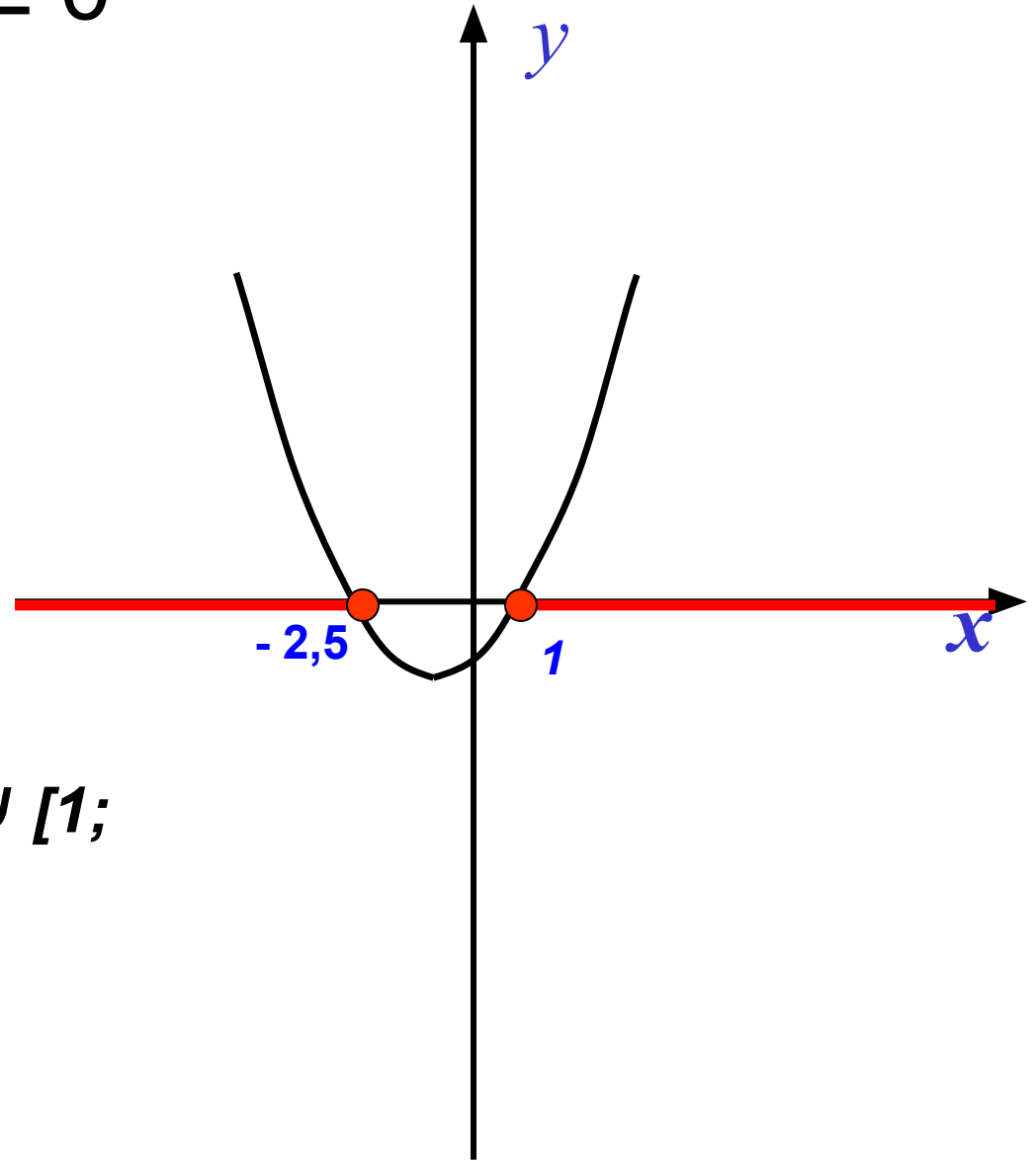
$D > 0$, уравнение имеет 2 корня. ...

Значит, парабола

$$2x^2 + 3x - 5 \geq 0$$

**Покажем
схематически,
как
расположена
парабола в
координатной
плоскости.**

Ответ: $(-\infty; -2,5] \cup [1; +\infty)$



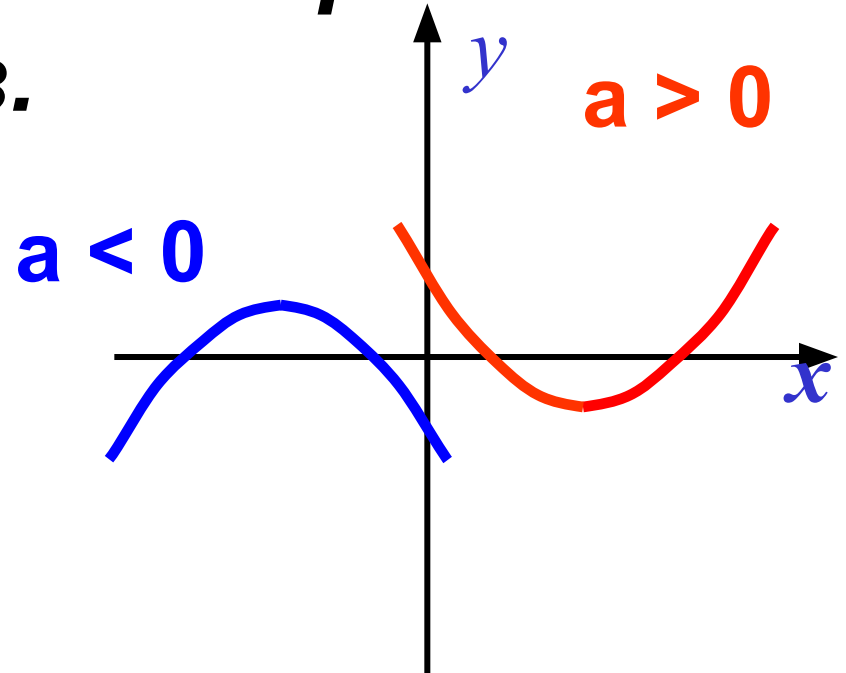
Как решить квадратное неравенство **$ax^2 + bx + c > (<)?$**

- **Рассмотреть функцию**
 $y = ax^2 + bx + c.$
- **Определить направление ветвей параболы.**
- **Найти корни квадратного трехчлена.**
- **Отметить корни на оси x и через отмеченные точки провести схематически параболу.**

Отметить корни на оси x и через отмеченные точки провести схематически параболу.

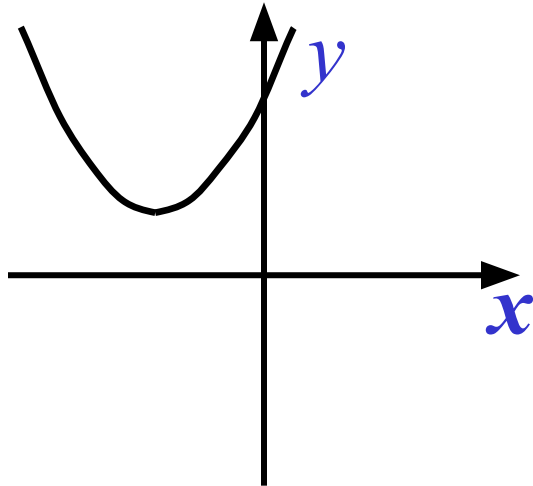
Если $a > 0$, то ветви параболы направлены вверх.

Если $a < 0$, то ветви параболы направлены вниз.

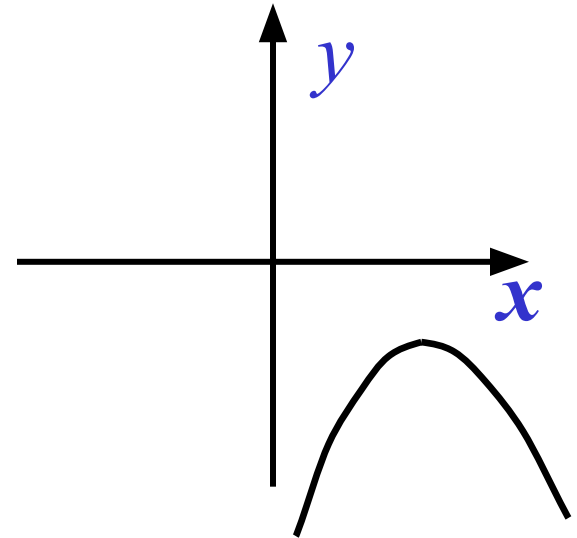


Если трехчлен не имеет корней, то схематически изображают параболу, расположенную в верхней полуплоскости при $a > 0$, или в нижней при $a < 0$.

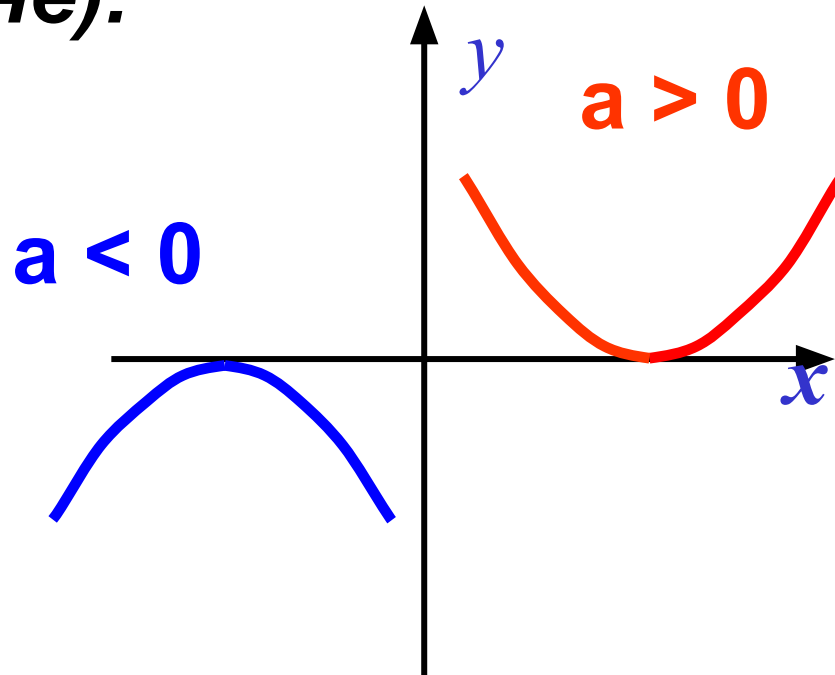
$a > 0$



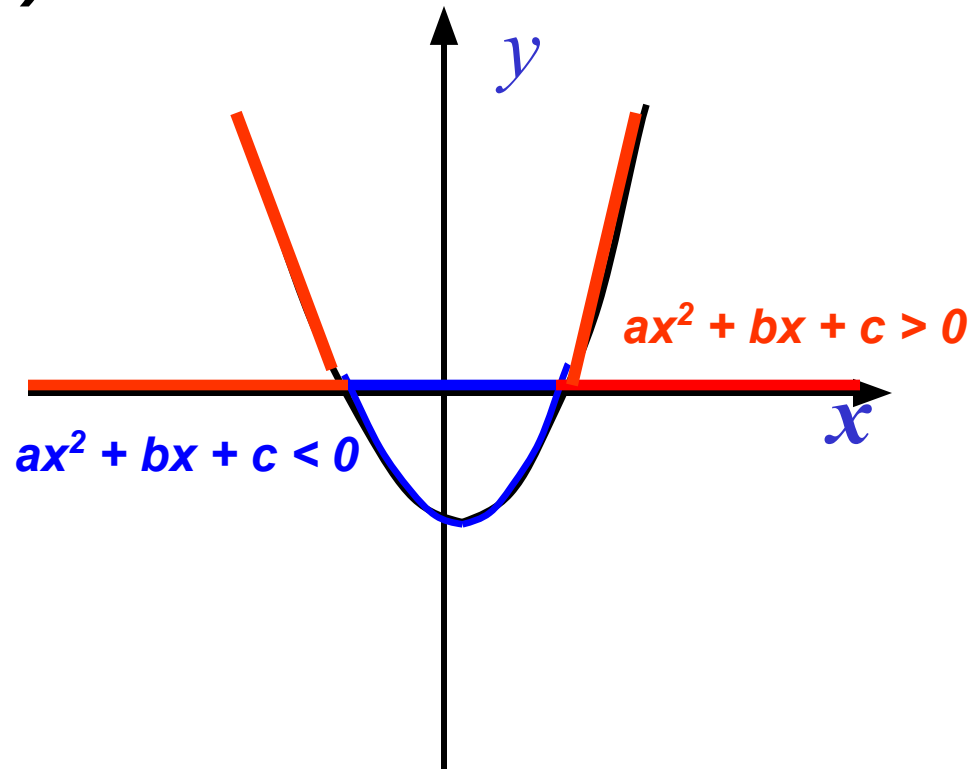
$a < 0$



Если трехчлен имеет 1 корень, то парабола имеет одну общую точку с осью X (ось абсцисс является касательной к параболе в её вершине).



Находим на оси X промежутки, для которых точки параболы расположены выше оси X (если $ax^2 + bx + c > 0$) или ниже оси X (если $ax^2 + bx + c < 0$)



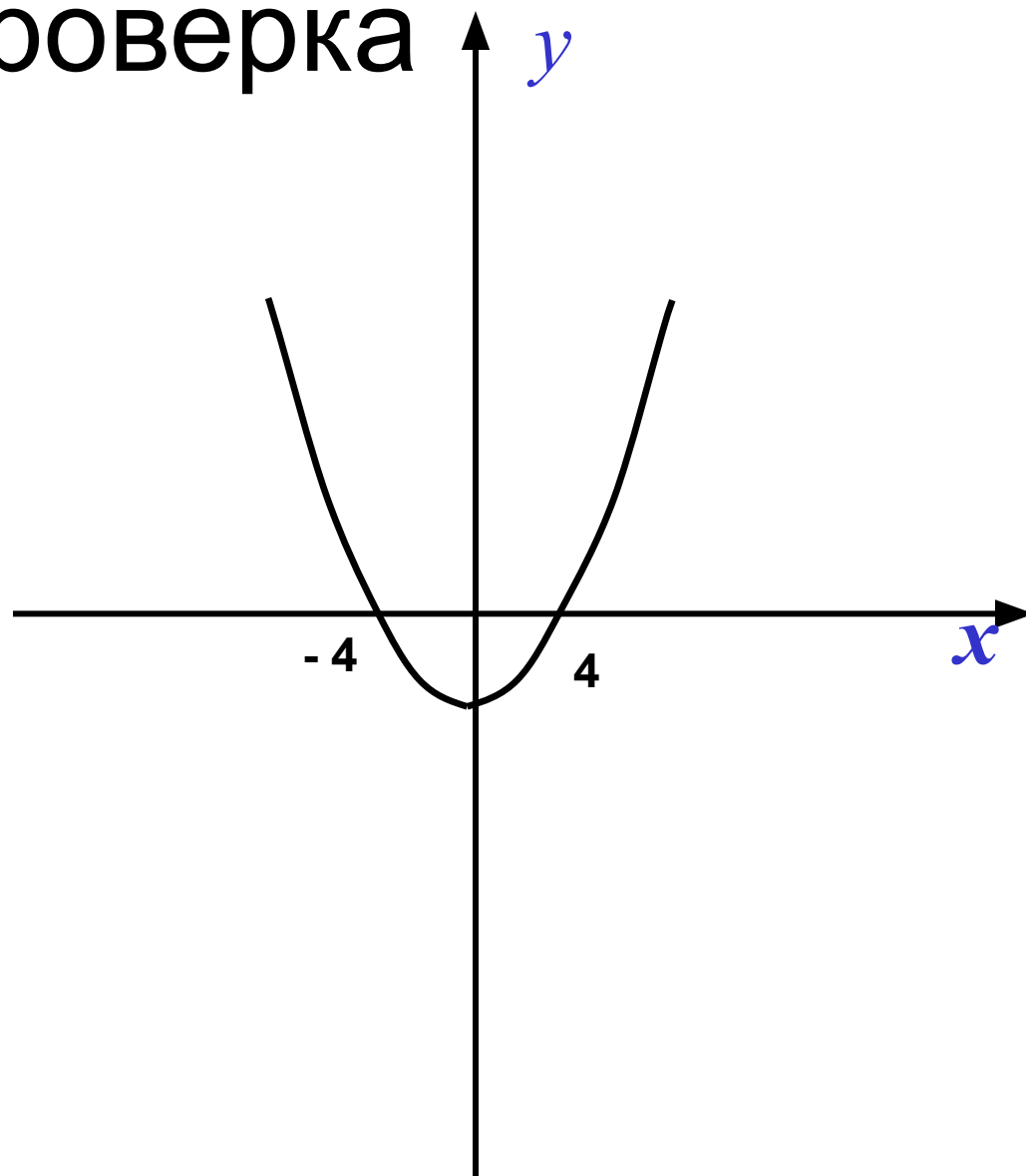
Решите самостоятельно

$$x^2 - 16 \leq 0;$$

$$-7x^2 - 10x - 7 > 0.$$

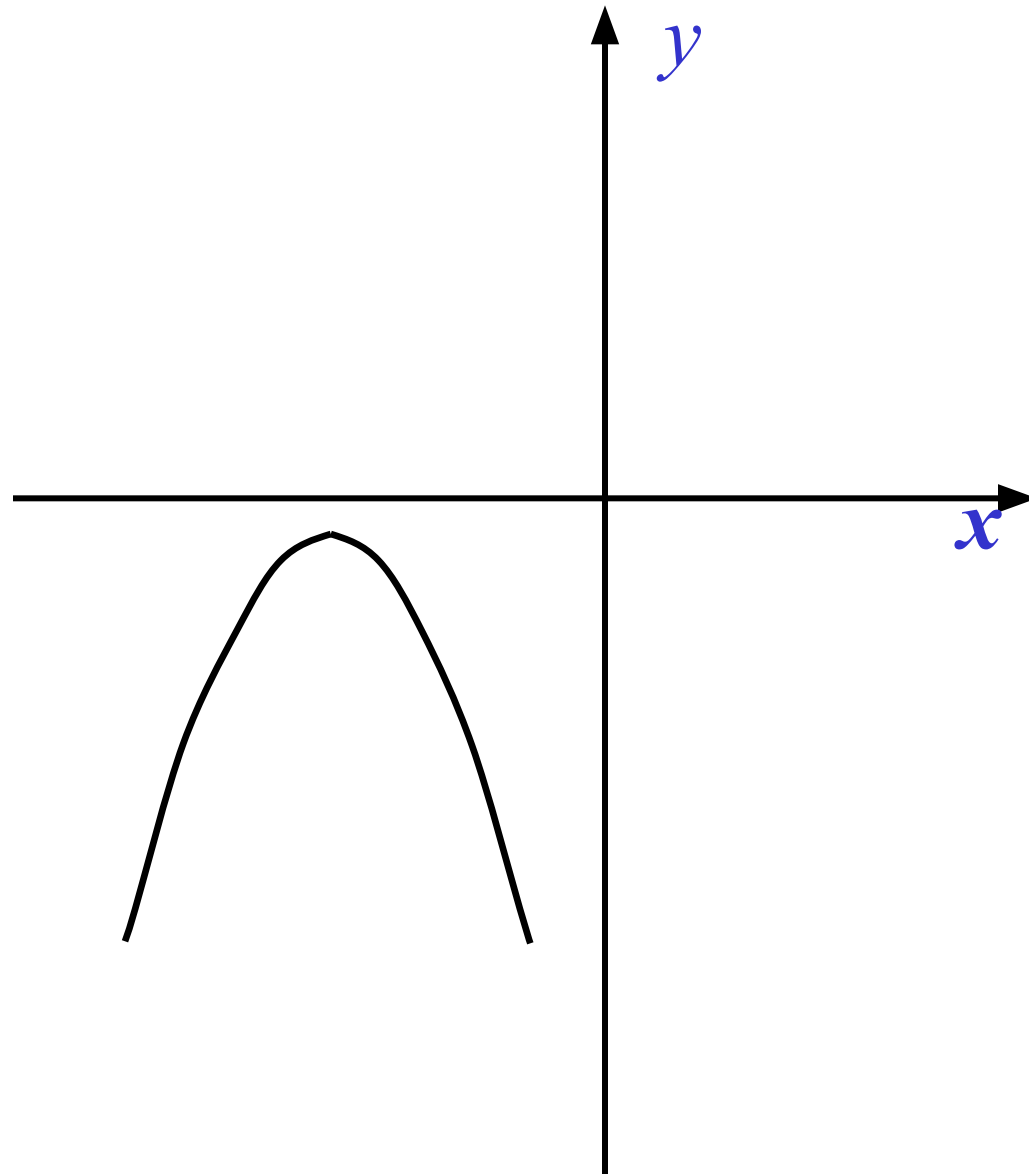
Проверка

$$x^2 - 16 \leq 0$$



Ответ: [- 4; 4]

$$-7x^2 - 10x - 7 > 0.$$



Ответ: \emptyset

Домашнее задание

п. 8 № 116. (№ 122 по желанию)

***Рассмотрим функцию ...
Графиком этой функции
является ..., ветви которой
направлены
Выясним, как расположена
парабола относительно оси x .
Для этого решим уравнение
Покажем***