

# Решение неравенств второй степени с одной переменной

# ***Повторим квадратичную функцию***

- Дайте определение квадратичной функции.***
- Что представляет собой график квадратичной функции?***
- Как построить график квадратичной функции?***

- **Определить направление ветвей параболы;**
- **Найти координаты вершины параболы ( $m$ ;  $n$ );**
- **Построить вершину параболы в координатной плоскости;**
- **Определить ось симметрии ( $x = m$ );**
- **Найти дополнительные точки принадлежащие параболе;**
- **Построить точки в координатной плоскости с учетом симметрии параболы.**

$$m = -\frac{b}{2a}$$
$$n = \frac{-b^2 + 4ac}{4a}$$

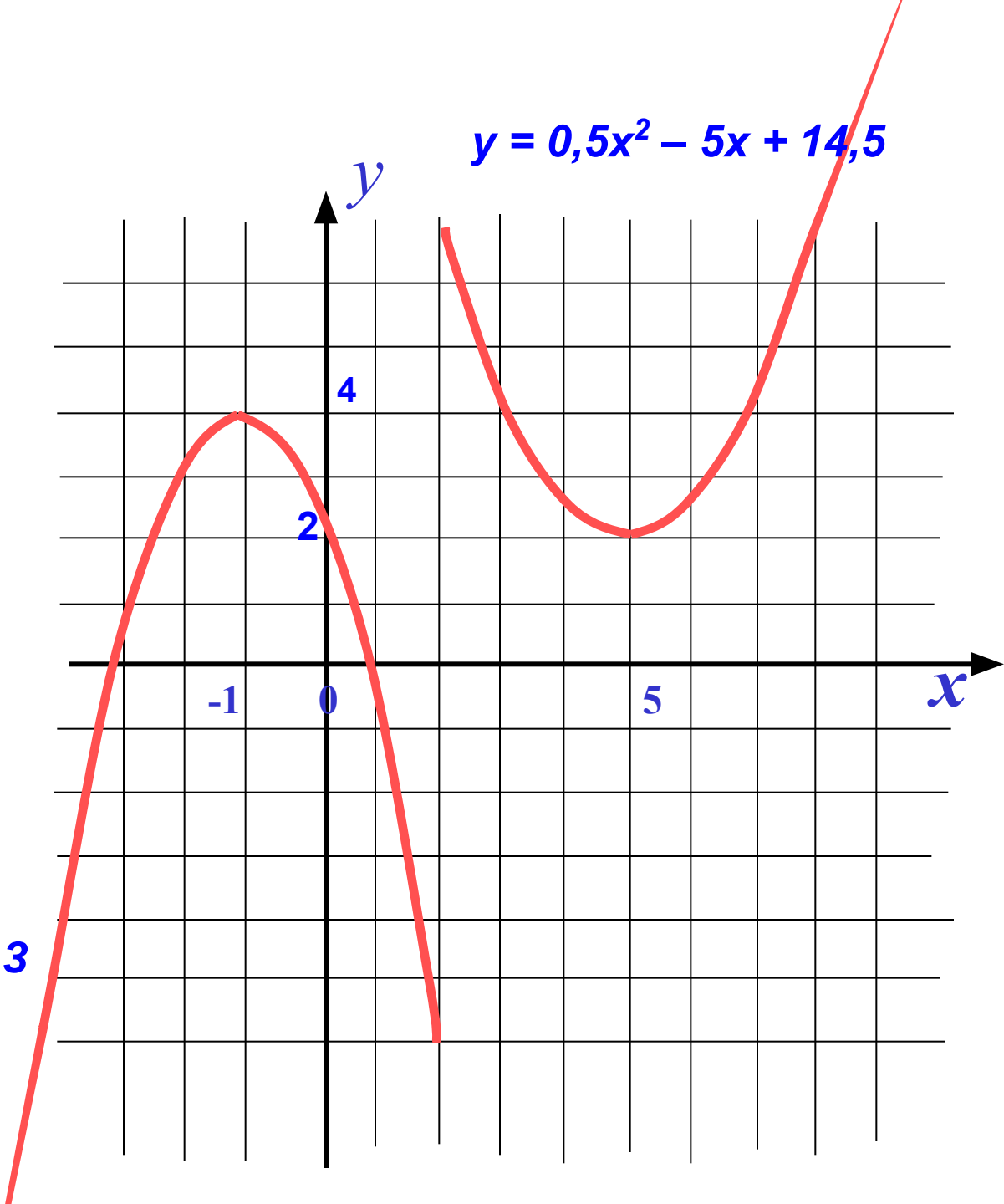
***Какие точки необходимо  
выбрать для более точного  
построения параболы?***

***Как найти точки пересечения  
квадратичной функции с ось X?***

***Как найти точки пересечения  
квадратичной функции с осью Y?***

**Перечислите все свойства данных функций?**

$$y = -x^2 + 2x + 3$$



# *Решение неравенств второй степени с одной переменной*

***Неравенства вида  $ax^2 + bx + c > 0$  и  $ax^2 + bx + c < 0$ , где  $a, b$  и  $c$  – некоторые числа, причем  $a \neq 0$ , неравенства второй степени с одной переменной.***

**Решение неравенств второй степени с одной переменной можно рассматривать как нахождение промежутков, в которых соответствующая квадратичная функция принимает положительные или отрицательные значения.**



**Что необходимо знать для определения промежутков, в которых соответствующая квадратичная функция принимает положительные или отрицательные значения?**

- 1. Направление ветвей параболы.***
- 2. Нахождение общих точек графика с осью абсцисс.***

# **Решим неравенство $5x^2 + 9x - 2 < 0$**

**Рассмотрим функцию  $y = 5x^2 + 9x - 2$**

**Графиком этой функции является парабола, ветви которой направлены вверх.**

**Выясним, как расположена парабола относительно оси  $x$ . Для этого решим уравнение  $5x^2 + 9x - 2 = 0$ .**

$$5x^2 + 9x - 2 = 0.$$

$$D = b^2 - 4ac = 9^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2) = 81 + 40 = 121,$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-9 + 11}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-9 - 11}{10} = -2$$

***Значит , парабола пересекает ось x в двух точках, абсциссы которых равны – 2 и  $\frac{1}{5}$***

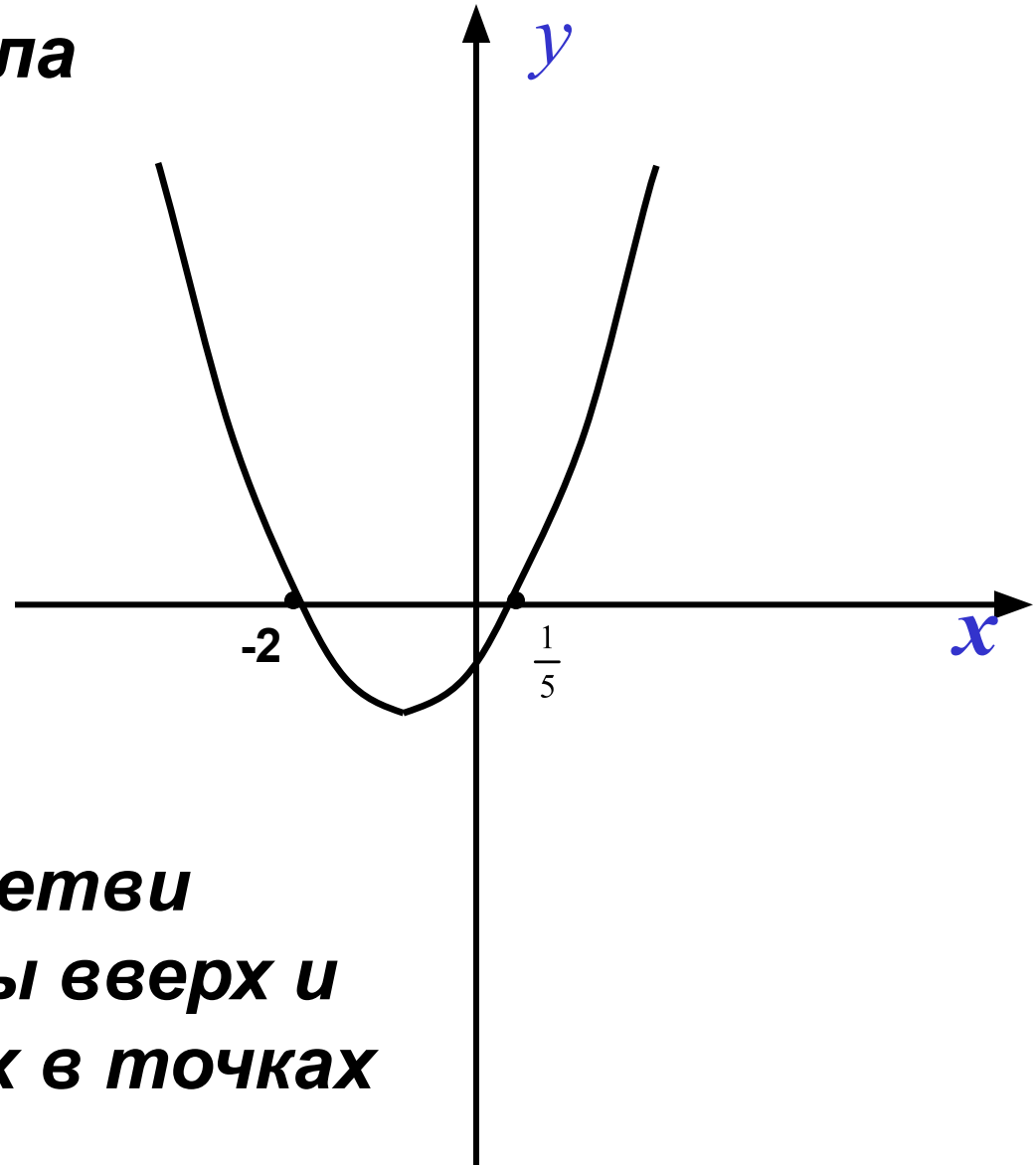
**Покажем  
схематически, как  
расположена парабола  
в координатной  
плоскости.**

**Построим  
координатную  
плоскость.**

**Отметим  
точки  $x = \frac{1}{5}$   
и точку  $x = -2$**

**Строим параболу, ветви  
которой направлены вверх и  
пересекающую ось  $x$  в точках  
 $-2$  и  $\frac{1}{5}$**

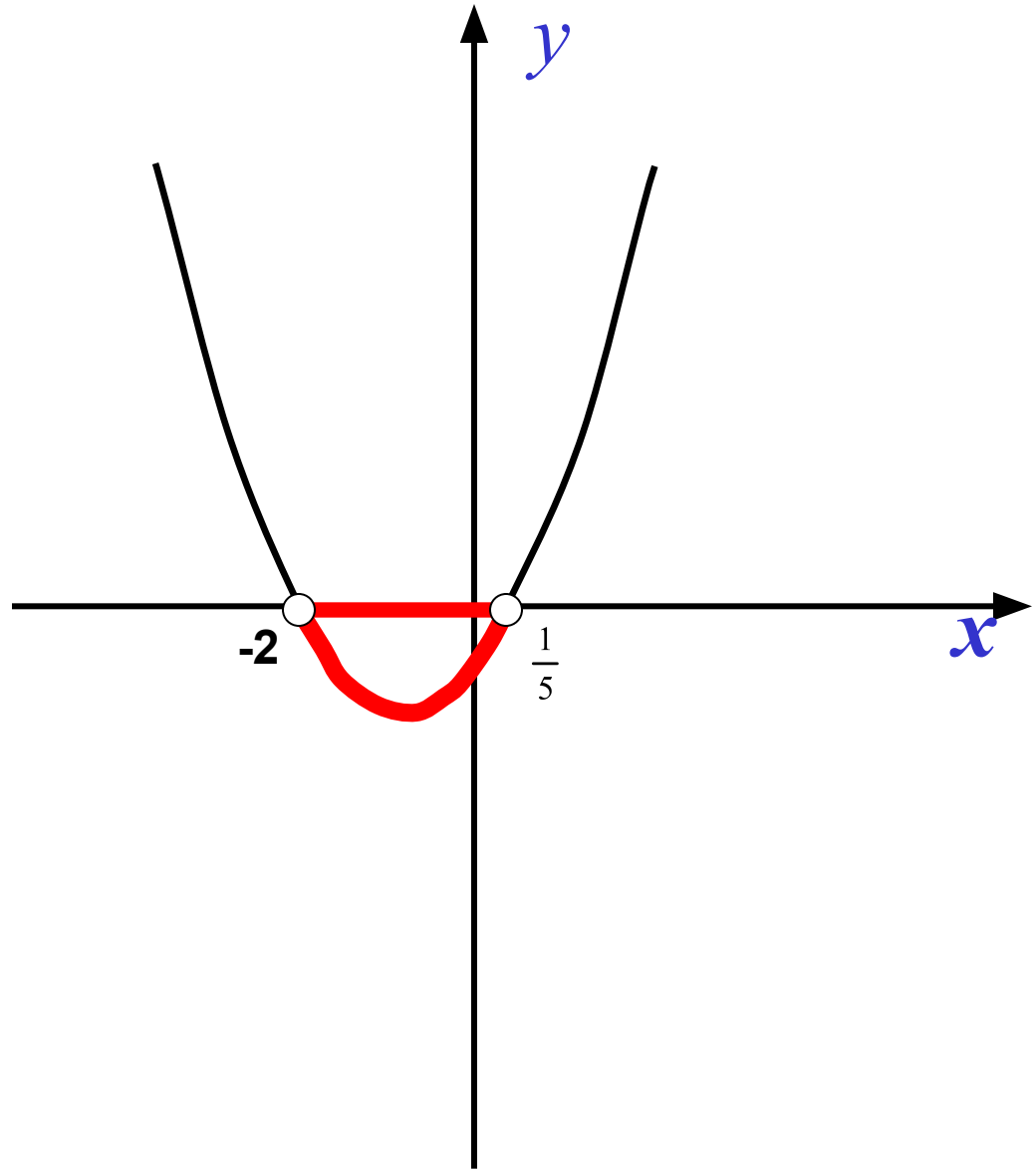
$$5x^2 + 9x - 2 < 0$$



$$5x^2 + 9x - 2 < 0$$

**Из рисунка видно,  
что функция  
принимает  
отрицательные  
значения когда**

$$x \in (-2; \frac{1}{5})$$



**Ответ:**  $(-2; \frac{1}{5})$

**Решим неравенство:  $-2x^2 + 7x < 0$**

**Рассмотрим функцию  $y = -2x^2 + 7x$**

**Графиком этой функции является парабола, ветви которой направлены вниз.**

**Выясним, как расположена парабола относительно оси  $x$ .**

**Решим уравнение  $-2x^2 + 7x = 0$ .**

$$-2x^2 + 7x = 0.$$

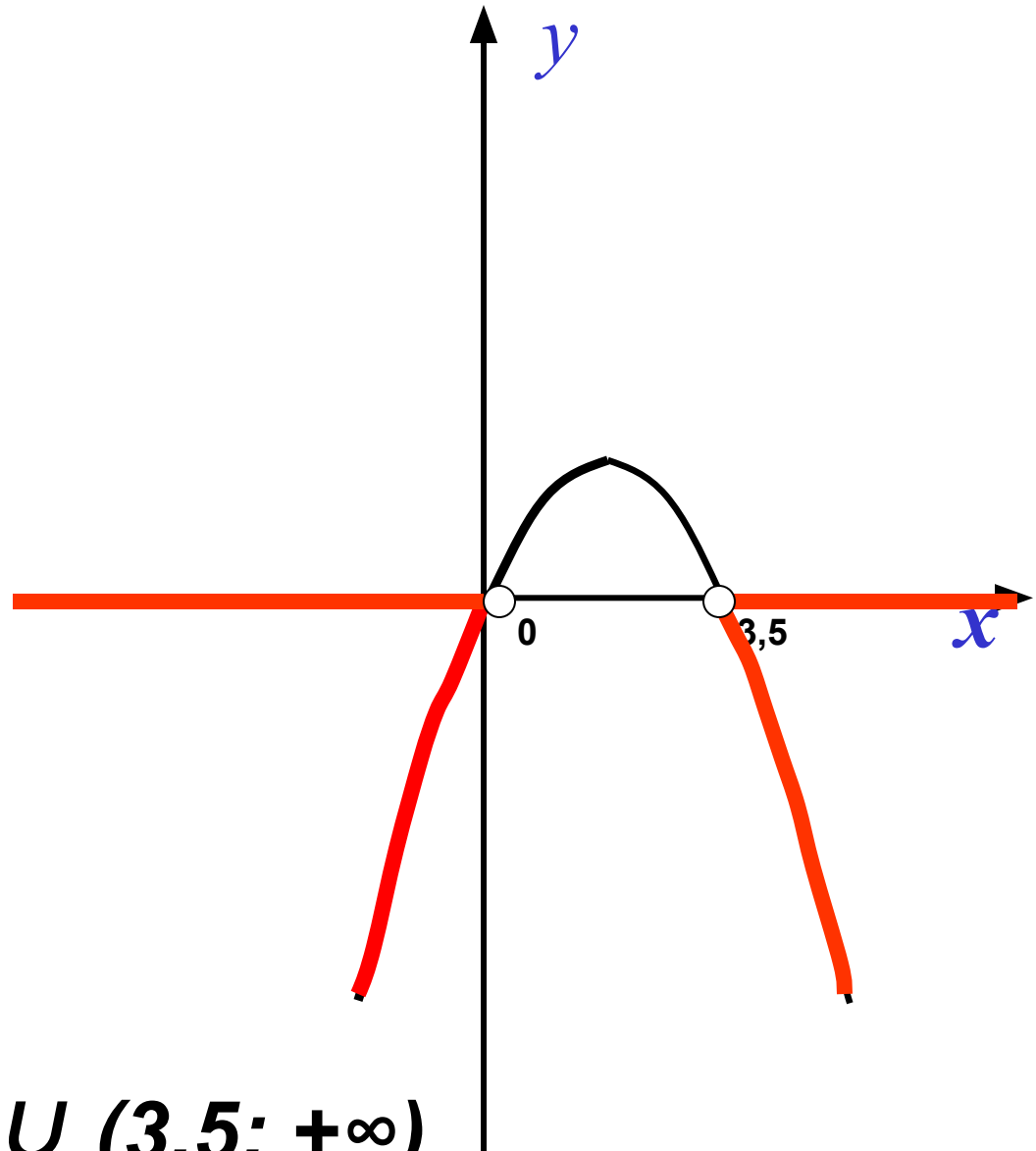
$$-2x(x - 3,5) = 0,$$

$$x = 0 \text{ или } x = 3,5.$$

**Значит, парабола пересекает ось  $x$  в двух точках, абсциссы которых равны 0 и 3,5.**

$$-2x^2 + 7x < 0$$

**Покажем  
схематически,  
как  
расположена  
парабола в  
координатной  
плоскости.**



**Ответ:  $(-\infty; 0) \cup (3,5; +\infty)$**



**Решим неравенство:  $x^2 - 3x + 4 > 0$**

**Рассмотрим функцию  $y = x^2 - 3x + 4$ .**

**Графиком этой функции является парабола, ветви которой направлены вверх.**

**Выясним, как расположена парабола относительно оси  $x$ .**

**Решим уравнение  $x^2 - 3x + 4 = 0$ .**

$$x^2 - 3x + 4 = 0.$$

$$D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9 - 16 = -7,$$

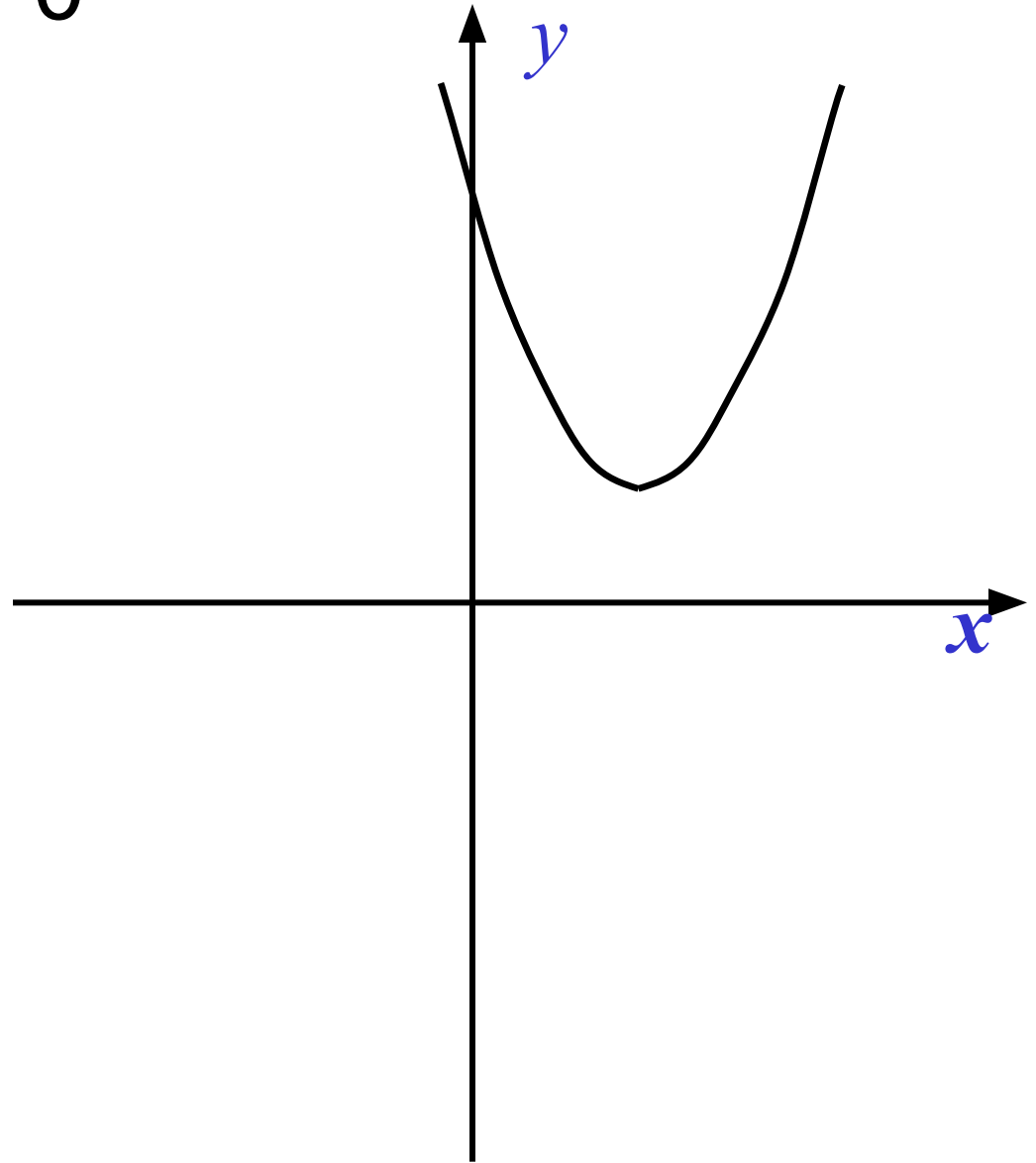
**$D < 0$ , уравнение не имеет корней.**

**Значит, парабола ....**

$$x^2 - 3x + 4 > 0$$

***Покажем  
схематически,  
как  
расположена  
парабола в  
координатной  
плоскости.***

***Ответ:  $(-\infty; +\infty)$***



**Решим неравенство:  $x^2 - 4x + 4 \leq 0$**

**Рассмотрим функцию ...**

**Графиком этой функции является  
..., ветви которой направлены ....**

**Выясним, как расположена парабола  
относительно оси  $x$ . Для этого  
решим уравнение ... .**

$$x^2 - 4x + 4 = 0.$$

$$D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 16 - 16 = 0,$$

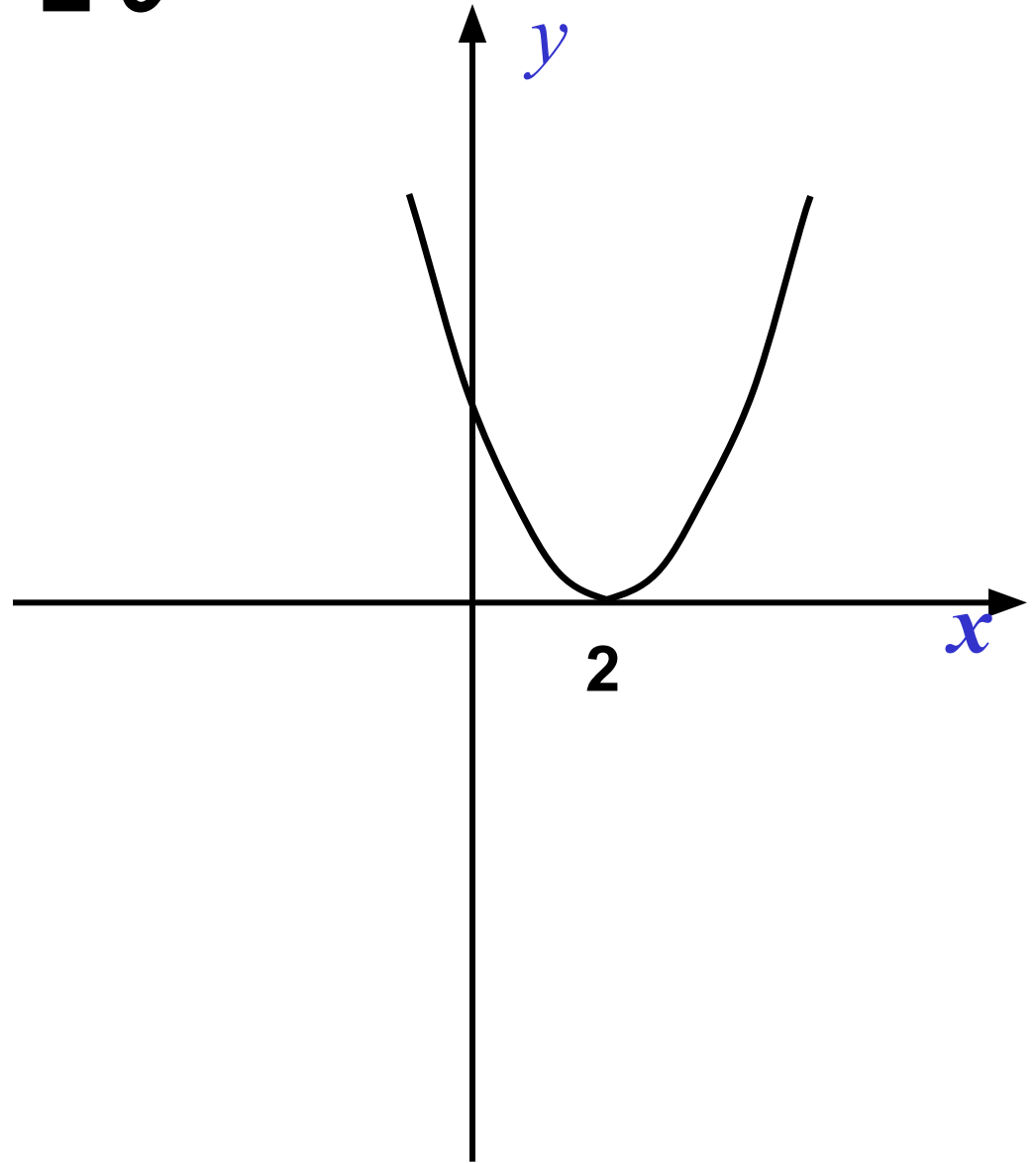
$D < 0$ , уравнение 1 имеет корень.

$$x = \dots$$

Значит, парабола .....

$$x^2 - 4x + 4 \leq 0$$

*Покажем ...*



*Ответ: ?*

**Решите неравенство:**

$$2x^2 + 3x - 5 \geq 0$$

**Рассмотрим функцию  $y = 2x^2 + 3x - 5$ .**

**Графиком ...**

**Выясним, ...**

**Решим уравнение:  $2x^2 + 3x - 5 = 0$ .**

$$2x^2 + 3x - 5 = 0.$$

$$D = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 9 + 40 = \\ = 49,$$

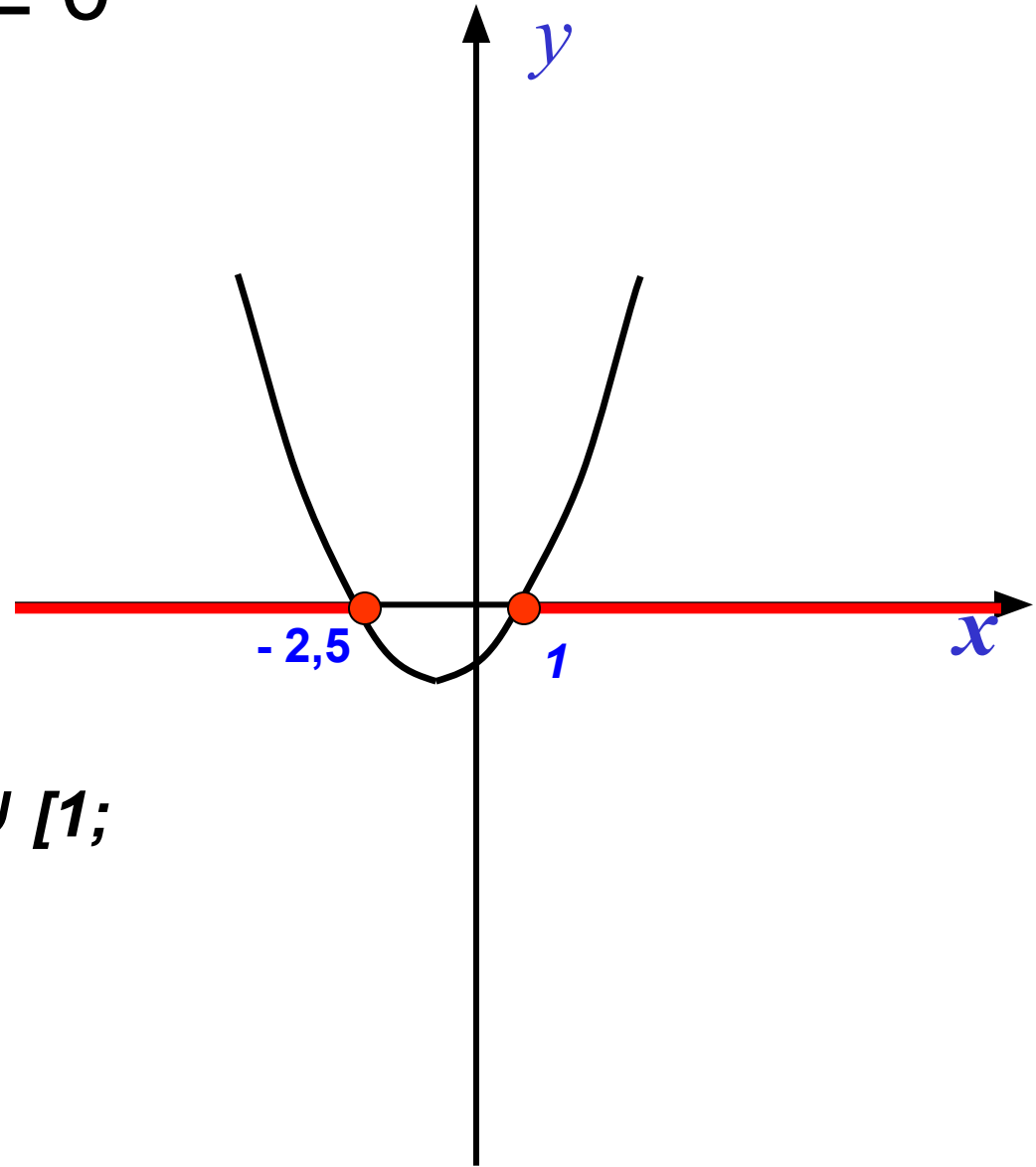
**$D > 0$ , уравнение имеет 2 корня. ...**

**Значит, парабола ....**

$$2x^2 + 3x - 5 \geq 0$$

**Покажем  
схематически,  
как  
расположена  
парабола в  
координатной  
плоскости.**

**Ответ:  $(-\infty; -2,5] \cup [1; +\infty)$**



# **Как решить квадратное неравенство** **$ax^2 + bx + c > (<)?$**

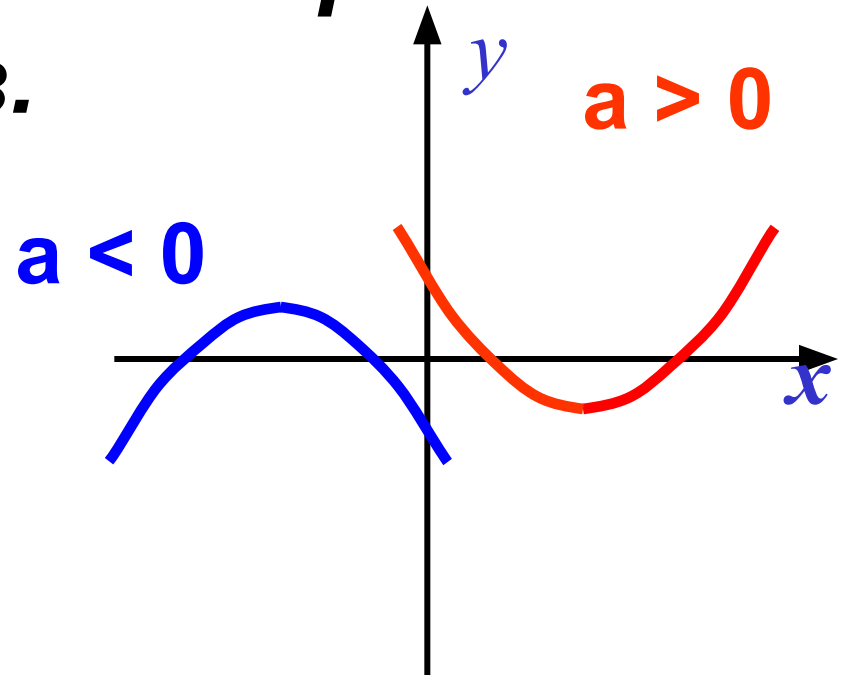
- **Рассмотреть функцию**  
 **$y = ax^2 + bx + c.$**
- **Определить направление ветвей параболы.**
- **Найти корни квадратного трехчлена.**
- **Отметить корни на оси  $x$  и через отмеченные точки провести схематически параболу.**



**Отметить корни на оси  $x$  и через отмеченные точки провести схематически параболу.**

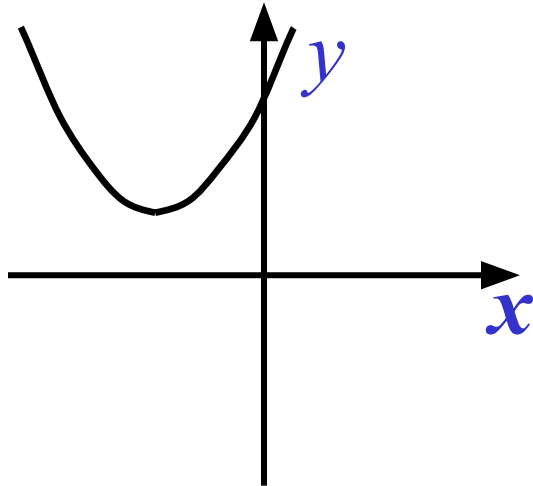
**Если  $a > 0$ , то ветви параболы направлены вверх.**

**Если  $a < 0$ , то ветви параболы направлены вниз.**

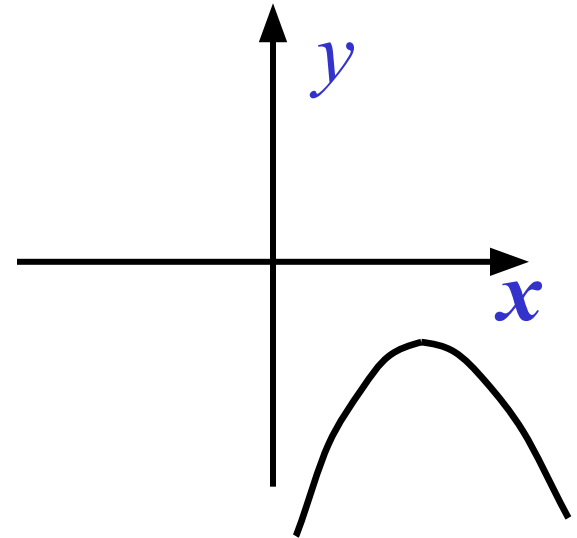


**Если трехчлен не имеет корней, то схематически изображают параболу, расположенную в верхней полуплоскости при  $a > 0$ , или в нижней при  $a < 0$ .**

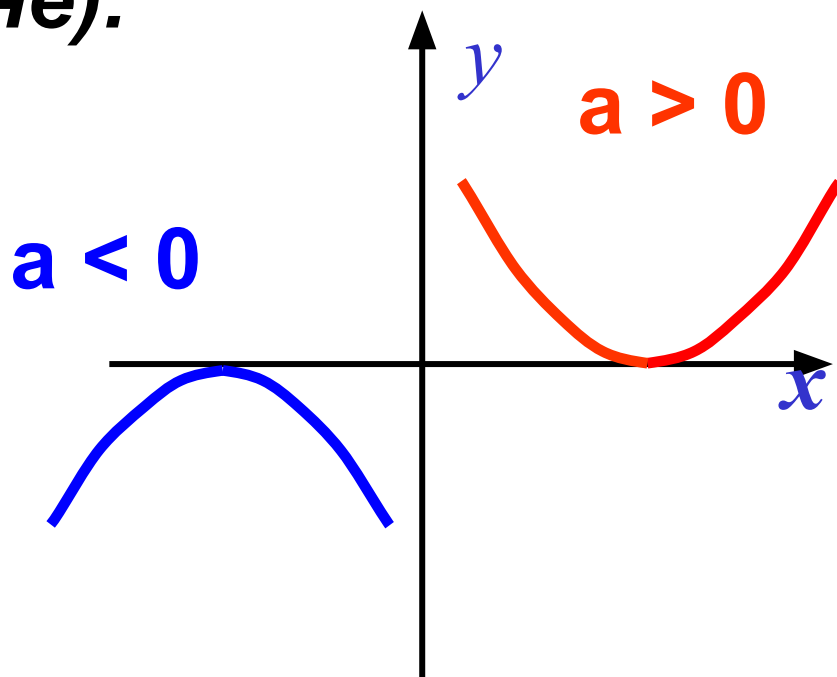
$a > 0$



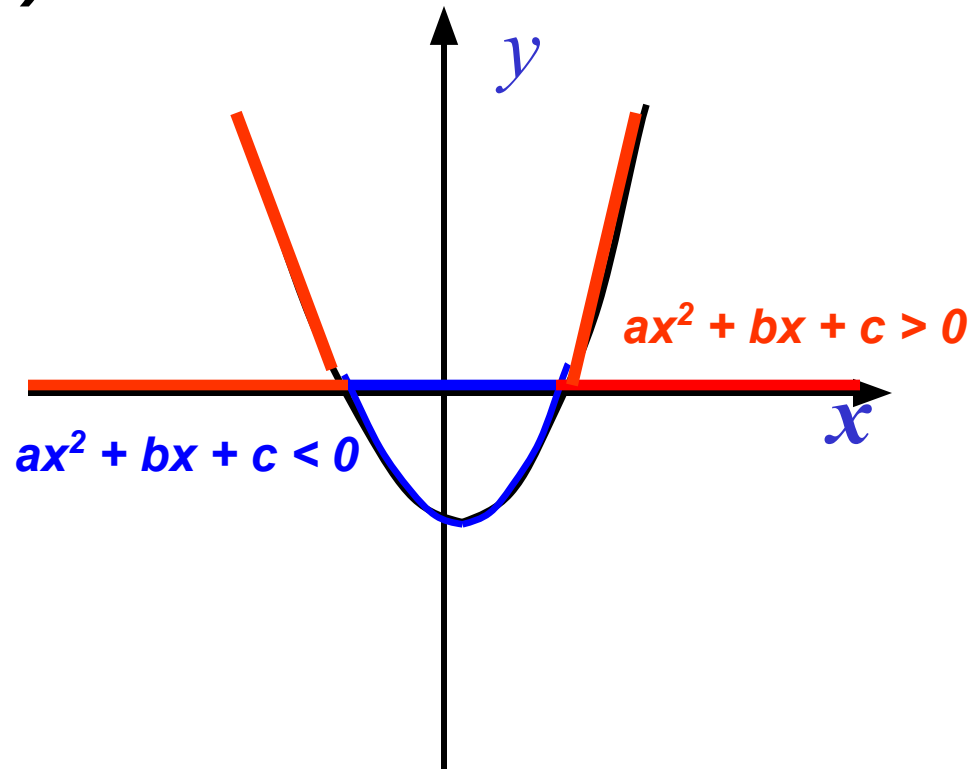
$a < 0$



**Если трехчлен имеет 1 корень, то парабола имеет одну общую точку с осью  $X$  (ось абсцисс является касательной к параболе в её вершине).**



**Находим на оси  $X$  промежутки, для которых точки параболы расположены выше оси  $X$  (если  $ax^2 + bx + c > 0$ ) или ниже оси  $X$  (если  $ax^2 + bx + c < 0$ )**



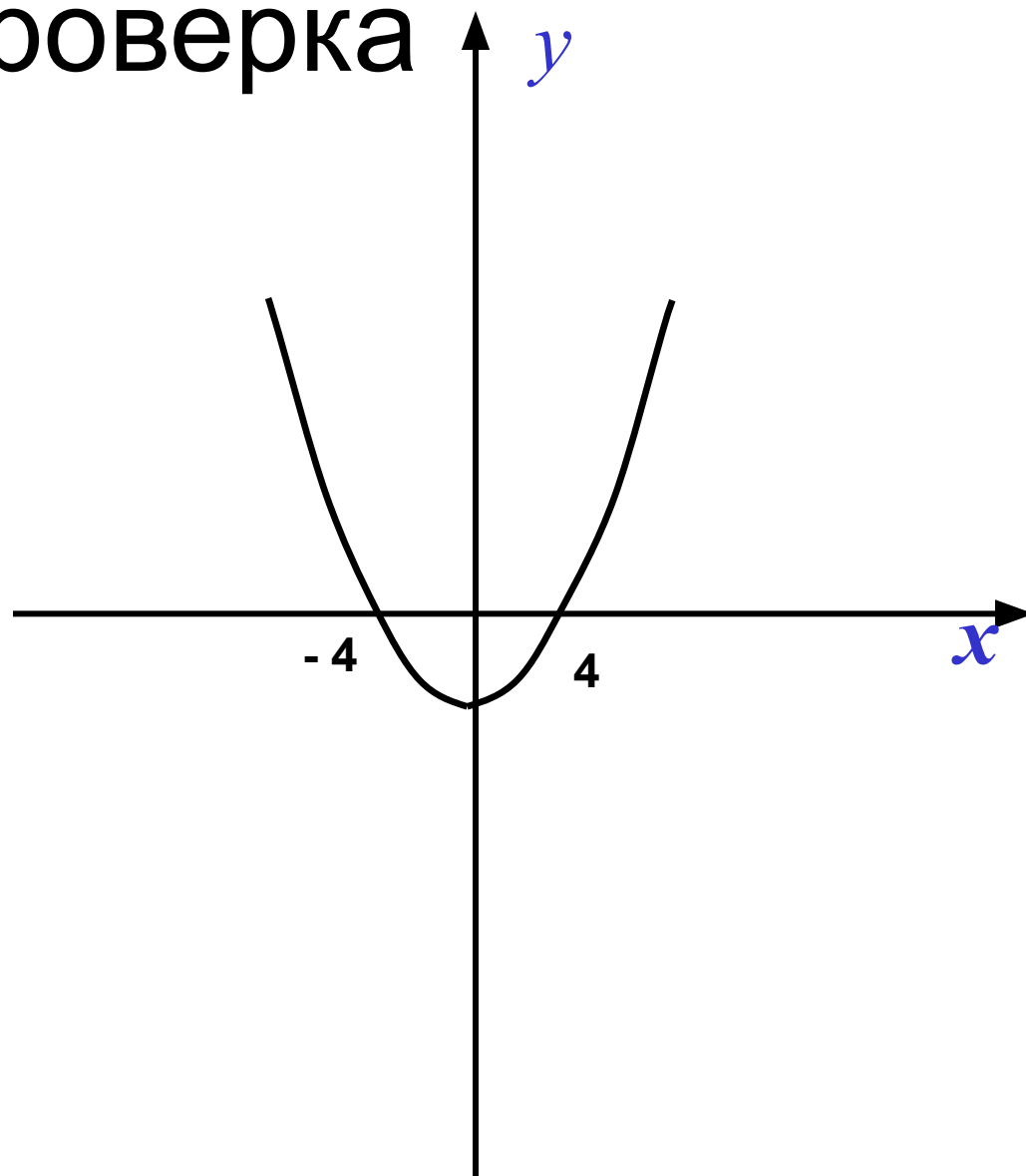
Решите самостоятельно

$$x^2 - 16 \leq 0;$$

$$-7x^2 - 10x - 7 > 0.$$

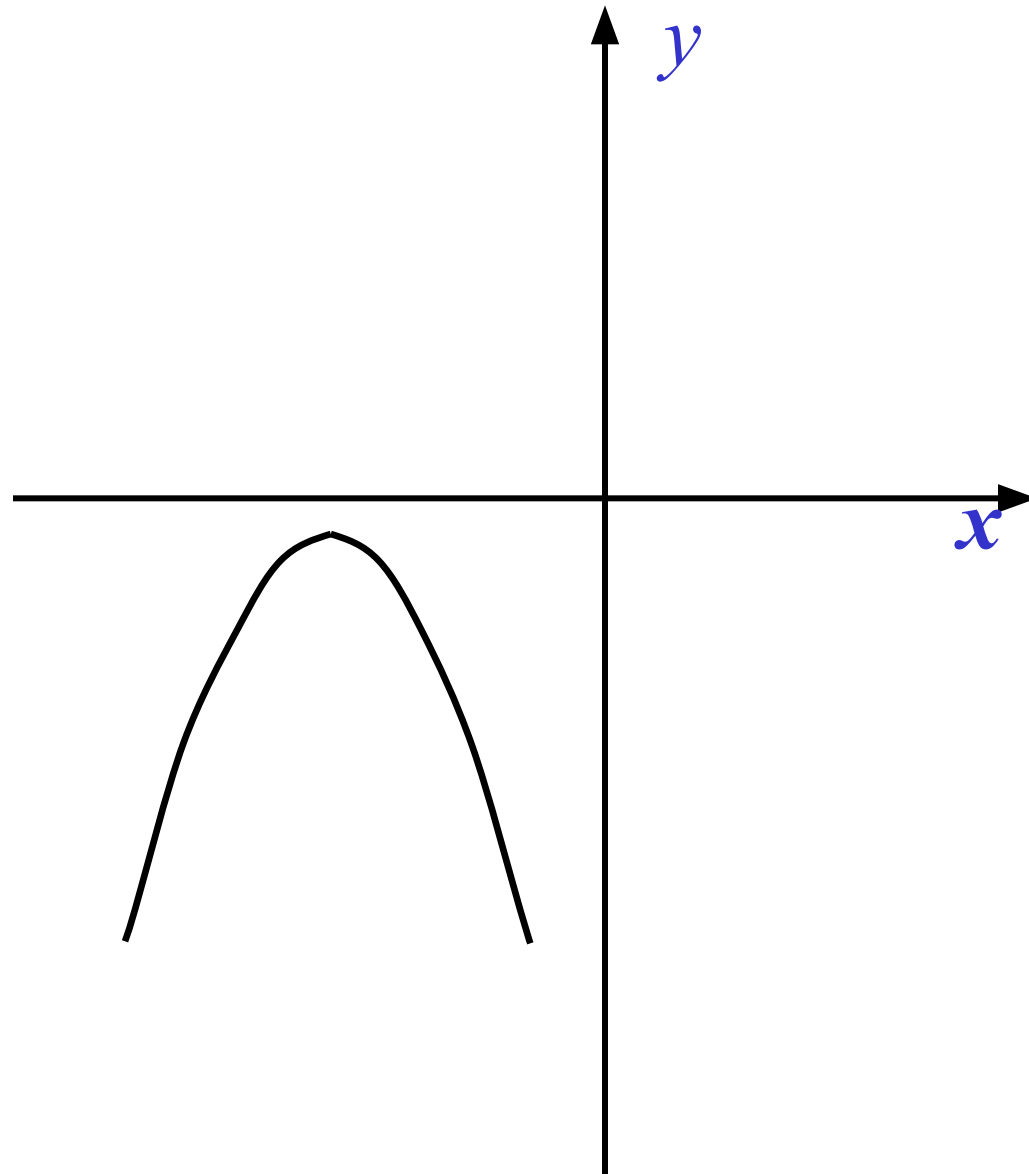
# Проверка

$$x^2 - 16 \leq 0$$



Ответ: [ - 4; 4]

$$-7x^2 - 10x - 7 > 0.$$



**Ответ:**  $\emptyset$

# Домашнее задание

**п. 8 № 116. (№ 122 по желанию)**



***Рассмотрим функцию ...  
Графиком этой функции  
является ..., ветви которой  
направлены ....  
Выясним, как расположена  
парабола относительно оси  $x$ .  
Для этого решим уравнение ... .  
Покажем ... .***