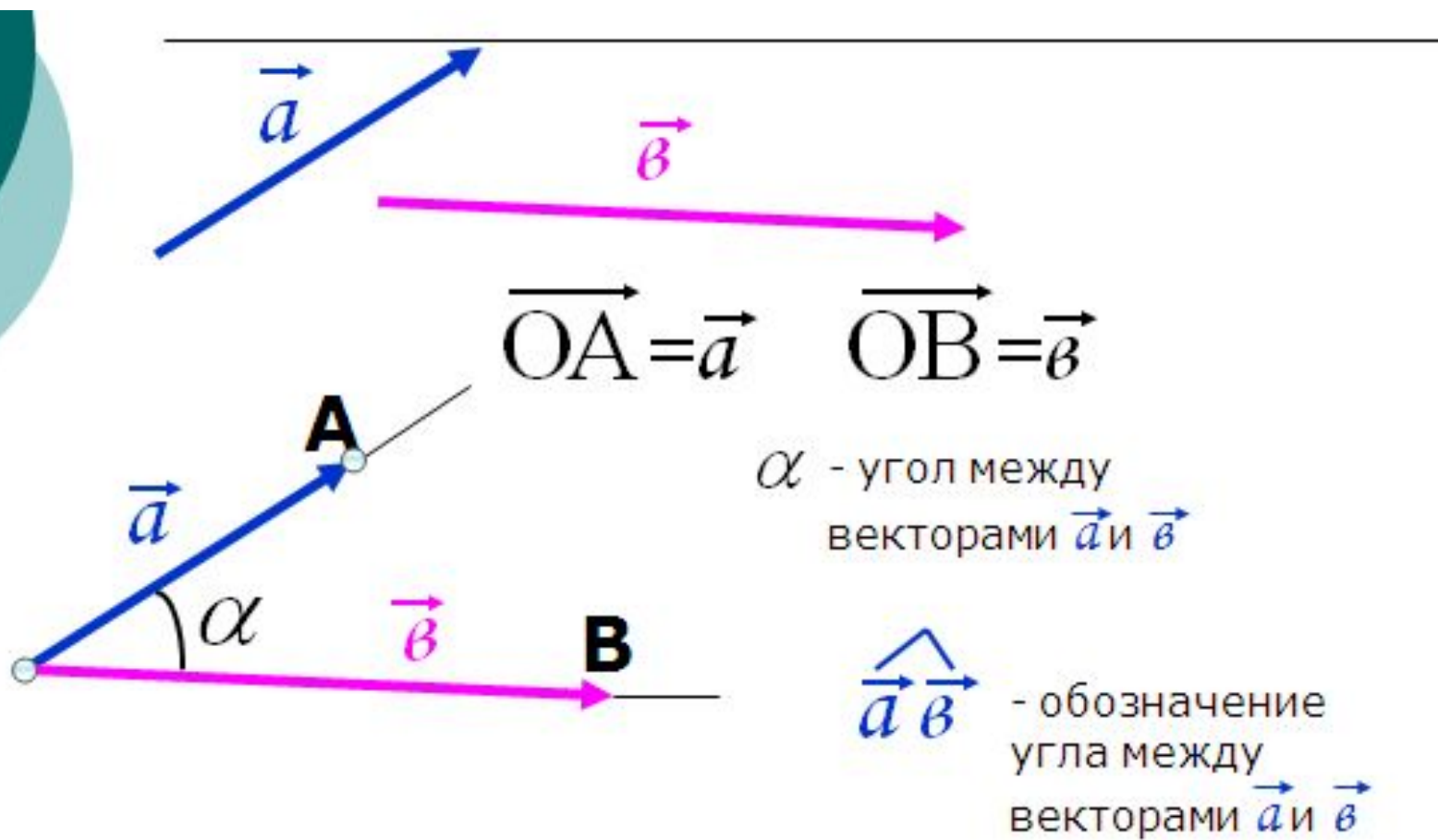
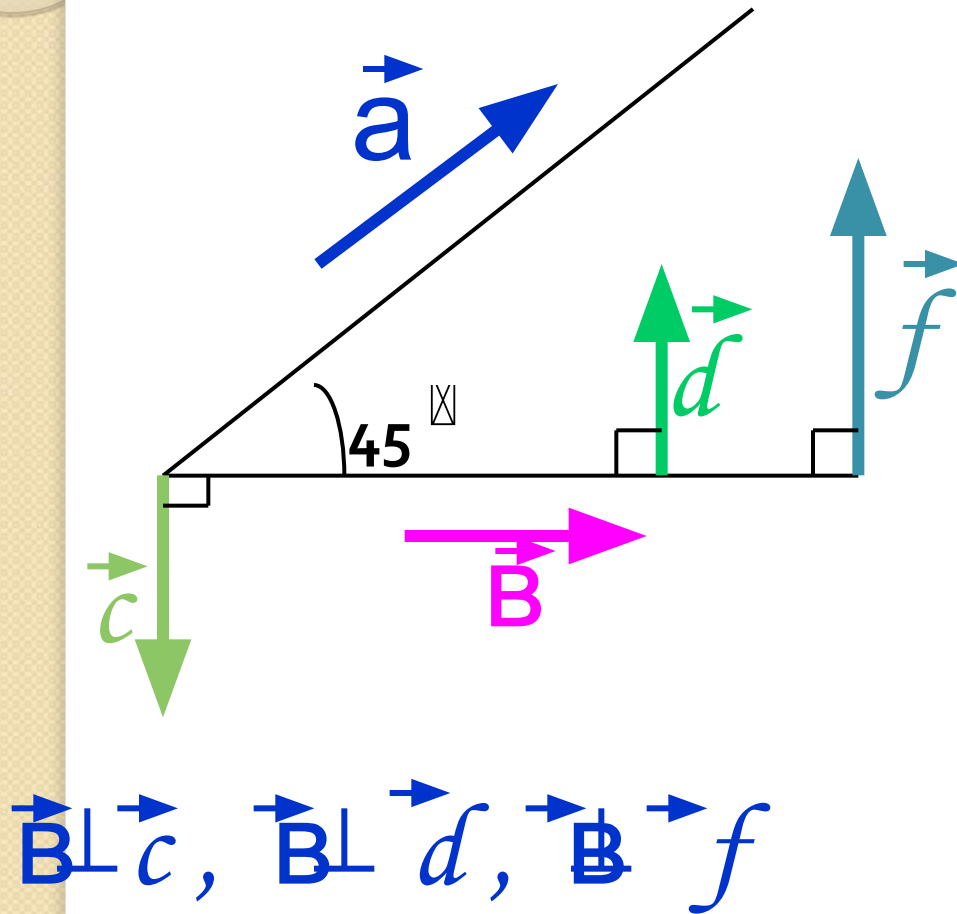


# Тема: Решение задач по теме «Вычисление углов между прямыми и плоскостью»

Презентацию подготовила учитель  
математики МОУ «Средняя  
общеобразовательная школа  
города Пионерский»  
*Дощик Ирина Григорьевна*



# Примеры



$$\vec{a} \wedge \vec{b} =$$

$$\vec{a} \wedge \vec{c} =$$

$$\vec{a} \wedge \vec{d} =$$

$$\vec{B} \wedge \vec{c} =$$

$$\vec{d} \wedge \vec{f} =$$

$$\vec{d} \wedge \vec{a} =$$

-Как найти координаты вектора, если известны координаты его начала и конца?

-как находят координаты середины отрезка?

Длины векторов? Расстояние между точками?

-Что называется скалярным произведением векторов?

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cos(\alpha)$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

-Чему равно скалярное произведение перпендикулярных векторов?

№1 Как найти  $\cos$  угла между векторами?

$$\cos \alpha = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

№2 Как найти угол между прямыми в пространстве?

$$\cos \alpha = \frac{|x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

№3 Что такое направляющий вектор?

## Выполните самостоятельную работу с самопроверкой

### Вариант 1

1. Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ , если:  
 $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 4$ ,  $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$ .
2. При каком значении  $n$  векторы  $\vec{a} \{2n; -3; -6\}$  и  $\vec{b} \{3; -n; -3\}$  будут перпендикулярными?
3. Найдите угол между векторами  $\vec{a} \{5; -2; 7\}$  и  $\vec{b} \{7; 5; 2\}$ .

### Вариант 2

1. Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ , если:  
 $|\vec{a}| = 6$ ,  $|\vec{b}| = 1$ ,  $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ$ .
2. При каком значении  $n$  векторы  $\vec{a} \{5; 2n; -3\}$  и  $\vec{b} \{n; -1; 4\}$  будут перпендикулярными?
3. Найдите угол между векторами  $\vec{a} \{2; 1; 1\}$  и  $\vec{b} \{-1; -1; 0\}$ .

### Вариант 3

1. Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ , если:  
 $|\vec{a}| = 4$ ,  $|\vec{b}| = 5$ ,  $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 150^\circ$ .
2. При каком значении  $n$  векторы  $\vec{a} \{3; -2n; -n\}$  и  $\vec{b} \{2; 2; -3\}$  будут перпендикулярными?
3. Найдите угол между векторами  $\vec{a} \{7; 0; -1\}$  и  $\vec{b} \{7; 4; 4\}$ .

### Вариант 4

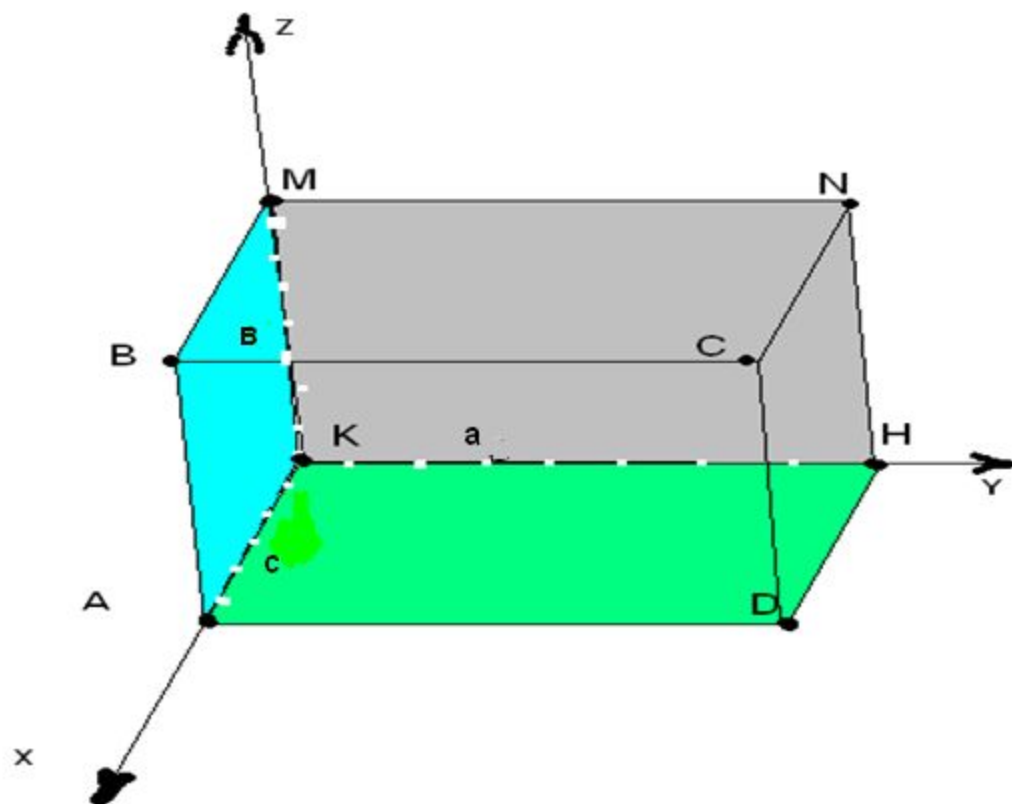
1. Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ , если:  
 $|\vec{a}| = 7$ ,  $|\vec{b}| = 2$ ,  $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$ .
2. При каком значении  $n$  векторы  $\vec{a} \{1; -5; 3\}$  и  $\vec{b} \{2n; -4; -2n\}$  будут перпендикулярными?
3. Найдите угол между векторами  $\vec{a} \{7; 2; 1\}$  и  $\vec{b} \{1; 1; 0\}$ .

Ответы к СР-05 «Скалярное произведение векторов»

	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1	-6	$-3\sqrt{2}$	$-10\sqrt{3}$
2	$n = -2$	$n = 4$	$n = 6$
3	$60^\circ$ $\left[ \frac{39}{\sqrt{78} \cdot \sqrt{78}} \right]$	$150^\circ$ $\left[ \frac{-3}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{2}} \right]$	$45^\circ$ $\left[ \frac{45}{\sqrt{50} \cdot \sqrt{81}} \right]$

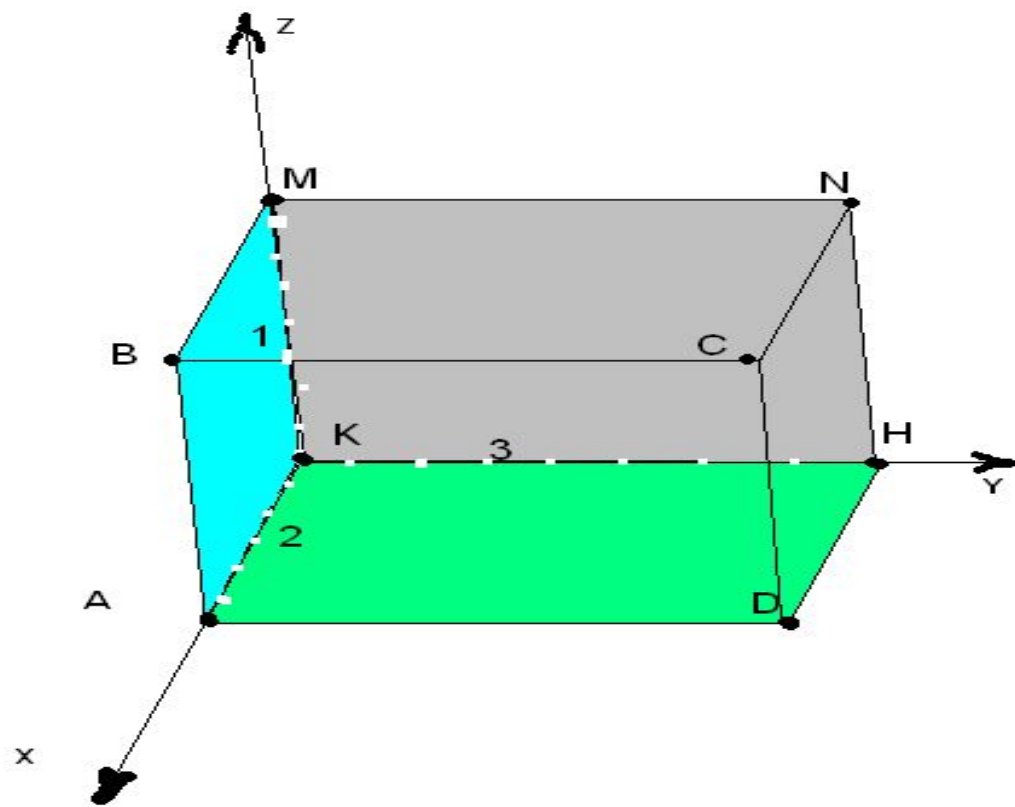
	Вариант 4
1	-7
2	$n = 5$
3	$30^\circ$ $\left[ \frac{9}{\sqrt{54} \cdot \sqrt{2}} \right]$

№1 Определить координаты вершин параллелепипеда





№2 Определить координаты вершин параллелепипеда



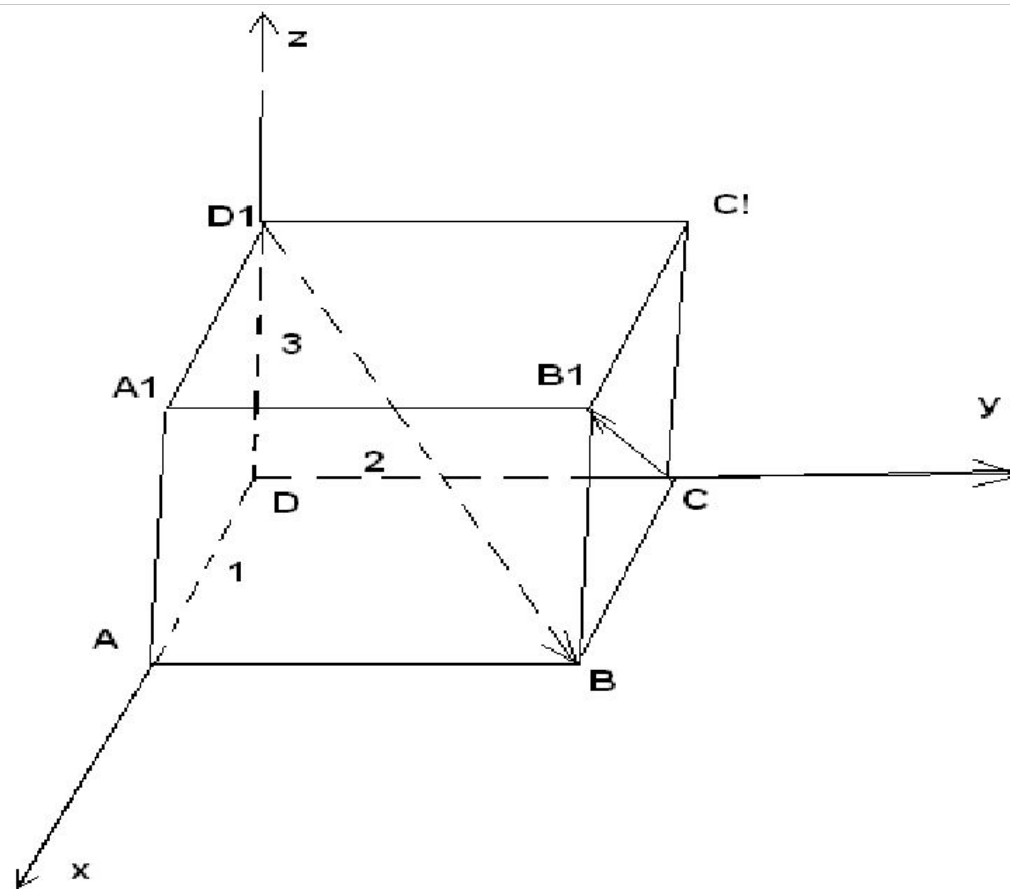
Дано: прямоугольный параллелепипед

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$

$DA=1, DC=2, DD_1=3$

Найти угол между прямыми  $CB_1$  и  $D_1B$

Решение: Введем прямоугольную систему координат  $Oxyz$



## ВАРИАНТ 1

1. Даны точки:  $A(2; -8; 1)$ ,  $B(-7; 10; -8)$ ,  $C(-8; 0; -10)$ ,  $D(-9; 8; 7)$ . Найдите:
- угол между векторами  $\overline{AB}$  и  $\overline{CD}$ ;
  - расстояние между серединами отрезков  $AB$  и  $CD$ .
2. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  точка  $K$  – центр грани  $DCC_1 D_1$ . Вычислите угол между прямыми:
- $BC_1$  и  $AK$ ;
  - $B_1 D$  и  $A_1 K$ .

## ВАРИАНТ 2

1. Даны точки:  $A(5; 0; 1)$ ,  $B(0; -1; 2)$ ,  $C(3; 0; 1)$ ,  $D(-2; -1; 2)$ . Найдите:
- угол между векторами  $\overline{AB}$  и  $\overline{CD}$ ;
  - расстояние между серединами отрезков  $AB$  и  $CD$ .
2. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  точка  $K$  – центр грани  $ADD_1 A_1$ . Вычислите угол между прямыми:
- $BB_1$  и  $BK$ ;
  - $A_1 C_1$  и  $B_1 K$ .

Домашнее задание п.47-48  
№465, №476 (учебник Атанасяна Л.С.)