

Тема 5. Линейная модель использования кормовых ресурсов

1. Цель моделирования и постановка задачи.
2. Математическое представление модели.
3. Разработка числовой модели.
4. Анализ оптимального плана.
5. Развитие методов моделирования использования кормовых ресурсов.

1. Цель моделирования

1. Заготовленные в хозяйстве корма могут быть использованы различными способами.
2. Ошибки в планировании использования кормов приводят:
 - к снижению продуктивности из-за нарушения рационов;
 - к нехватке кормов на стойловый период.

Отсюда цель: разработать план использования уже имеющихся в хозяйстве (заготовленных) кормов, обеспечивающий максимально эффективное их использование для производства продукции животноводства.

1. Постановка задачи

Определить план использования заготовленных кормов в течение заданного периода, учитывая:

- ◆ наличие кормов и их питательные свойства;
- ◆ количество кормо-дней животных различных видов и половозрастных групп в пределах планового периода;
- ◆ необходимость достижения максимальной эффективности животноводства.

Объект моделирования – технологический процесс кормления сельскохозяйственных животных.

Корма уже заготовлены: их следует использовать возможно полнее => **max** **ВП** животно-

2. Математическое представление модели (вариант с заданными рационами)

■ Переменные

- ◆ Количество корма каждого вида для каждой половозрастной группы скота, u :
 $\mathbf{x}_1 = (x_{jk1})$, $j \in J$, $k \in K$, где
 J – множество видов кормов;
 K – множество половозрастных групп животных и птицы.
- ◆ Число *дней* кормления животных каждой половозрастной группы по каждому рациону:
 $\mathbf{x}_2 = (x_{kn2})$, $k \in K$, $n \in N_k$, где
 N_k – множество апробированных рационов кормления животных (птицы) половозрастной группы k ;
- ◆ Приобретение кормов, u :
 $\mathbf{x}_3 = (x_{j3})$, $j \in J_1$, где
 J_1 – множество покупных кормов ($J_1 \subset J$).

2. Математическое представление модели (вариант с заданными рационами) ♦

■ Ограничения

- ♦ По наличию кормов (u):

$$\mathbf{i}x_{j1} \leq b_{j1}, j \in J \setminus J_1; \mathbf{i}x_{j1} \leq x_{j3}, j \in J_1, \text{ где}$$

$\mathbf{x}_{j1} = (x_{jk1})$ – вектор количества корма j , предназначенного каждой половозрастной группе k ;

b_j – величина запаса корма вида j ;

- ♦ по балансу кормов для каждой половозрастной группы (u):

$$x_{jk1} = \mathbf{a}_{jk1} \mathbf{x}_{k2}, j \in J, k \in K, \text{ где}$$

$\mathbf{x}_{k2} = (x_{kn2})$ – вектор числа кормо-дней потребления каждого рациона животными (птицей) половозрастной группы k ;

$\mathbf{a}_{jk1} = (a_{jkn1})$ – вектор потребности в корме j животных k , потребляющих рацион n (u /кормо-день);

- ♦ по доле рациона n в кормлении животных половозрастной группы k , кормо-дней рациона n :

$$x_{kn2} \leq b_{kn2} \mathbf{i}x_{k2} \quad \exists k \in K, n \in N_k, \text{ где } b_{kn2} \text{ – макс. доля рациона } n \text{ в}$$

общем числе кормо-дней животных k (k -дней/ k -день);

- ♦ по количеству кормо-дней животных k :

$$b_{k3} \leq \mathbf{i}x_{k2} \leq b_{k4}, k \in K, \text{ где } b_{k3}, b_{k4} \text{ – число кормо-дней животных } k, \text{ обусловленное оборотом стада.}$$

По
покупным
кормам
ограниче-
ние
обычно не
задаётся

Математическое представление модели (вариант с заданными рационами)

- Целевая функция: максимум продуктивности (*тыс. руб.*)

$\max \mathbf{c}\mathbf{x}_2 - \mathbf{d}\mathbf{x}_3$, где

$\mathbf{c} = (c_{kn})$ – вектор валовой продукции (*тыс. руб./день*), получаемой от животных k при их кормлении по рациону n ;

$\mathbf{d} = (d_{jk})$ – вектор цен покупных кормов (*тыс.руб./ц*).

- ◆ Можно предусмотреть *продажу* избытка кормов (сена, силоса) хозяйствам населения (только при наличии гарантированного спроса).

2. Математическое представление модели (вариант с заданными рационами)

Как упростить модель

- ◆ Ограничение по наличию кормов:

$$\mathbf{i}\mathbf{x}_{j1} \leq b_{j1}, j \in J.$$

- ◆ Ограничение по балансу кормов для каждой половозрастной группы:

$$x_{jk1} = \mathbf{a}_{jk1} \mathbf{x}_{k2}.$$

- Подставив вторые неравенства в первые (заменяв каждый x_{jk1} в \mathbf{x}_{j1} на $\mathbf{a}_{jk1} \mathbf{x}_{k2}$), получим

$$\mathbf{a}_{jk1} \mathbf{x}_2 \leq b_{j1}, j \in J.$$

- В ЗЛП не осталось ограничений, содержащих переменные \mathbf{x}_1 . Целевая функция от них тоже не зависит. Решив задачу *без этих переменных*, можно определить их значения *после решения* по формуле

$$x_{jk1} = \mathbf{a}_{jk1} \mathbf{x}_{k2}.$$

2. Математическое представление модели (вариант с оптимизацией рационов)

■ Переменные

- ◆ Количество корма каждого вида для каждой половозрастной группы скота, u :

$$\mathbf{x}_1 = (x_{jk1}), j \in J, k \in K, \text{ где}$$

J – множество видов кормов;

K – множество половозрастных групп животных и птицы.

- ◆ Число *дней* кормления животных каждой половозрастной группы:

$$\mathbf{x}_2 = (x_{k2}), k \in K.$$

Нет разделения по рационам (переменных стало меньше)

2. Математическое представление модели (вариант с оптимизацией рационов)

■ Ограничения

- ◆ По наличию кормов (без изменений);
- ◆ По балансу *питательных веществ* для каждой половозрастной группы:
 $\mathbf{A}_1 \mathbf{x}_1 \geq \mathbf{A}_2 \mathbf{x}_2$, где
 $\mathbf{A}_1 = (a_{jk,l,1})$ – матрица содержания питательного вещества l ($l \in L$ – множеству учитываемых моделью питательных веществ) в корме j с учётом степени его усвоения животными k (*единиц пит. вещества/ц*);
 $\mathbf{A}_2 = (a_{k,l,2})$ – матрица потребности животных k в питательном веществе l (*единиц пит. вещества/кормо-день*);
- ◆ По массе суточных рационов, $ц$:
 $\mathbf{i} \mathbf{x}_{k1} \leq b_{k1} x_{k2}, k \in K$, где
 $\mathbf{x}_{k1} = (x_{jk1})$; b_{k1} – максимально допустимая масса суточного рациона для животных k ($ц$);
- ◆ По минимальному количеству *кормо-дней* животных k :
 $x_{k2} \geq b_{k2}, k \in K$, где b_{k2} – минимально необходимое число *кормо-дней* животных k , обусловленное оборотом стада. (...)

2. Математическое представление модели (вариант с оптимизацией рационов)

- ◆ По допустимой доле кормов различных групп в общей питательности рациона животных каждого вида (*кг*, *МДж* или *к.ед.*):

$$\mathbf{a}_{lm3} \mathbf{x}_2 \leq \mathbf{a}_{lm1} \mathbf{x}_{m1} \leq \mathbf{a}_{lm4} \mathbf{x}_2, \quad m \in M, \quad l = l_0, \quad \text{где}$$

- ◆ $\mathbf{x}_{m1} = (x_{jk1})$, $j \in J_m$ (корма группы m), $k \in K$ (виды животных).
- ◆ l_0 — вид питательного вещества, доля групп кормов в котором регламентируется. Может быть одним из следующих:
 - ◆ сухое вещество (*кг*);
 - ◆ обменная энергия (*МДж*);
 - ◆ питательность по ожидаемому жируотложению (*к.ед.*) и т.п.
- ◆ M — множество групп кормов,
- ◆ $\mathbf{a}_{lm1} = (a_{jk,l,1})$, $j \in J_m$ — вектор содержания питательного вещества $l = l_0$ в кормах группы m (*кг/ц*, *МДж/ц* или *к.ед./ц*);
- ◆ J_m — множество кормов, входящих в группу m ;
- ◆ $\mathbf{a}_{lm3} = (a_{klm3})$, $\mathbf{a}_{lm4} = (a_{klm4})$ — векторы минимальной и максимальной потребности животных k в питательном веществе $l = l_0$, удовлетворяемой за счёт кормов группы m ;

2. Математическое представление модели (вариант с оптимизацией рационов)

- Целевая функция: максимум продуктивности (*тыс. руб.*)

max $\mathbf{c}\mathbf{x}_2$, где

$\mathbf{c} = (c_k)$ – вектор валовой продукции (*тыс.руб./день*),
получаемой от животных k .

Допускается учёт затрат на покупку либо выручки от продажи кормов, как в первом варианте.

3. Разработка числовой модели

Множество видов кормов определяется:

- ◆ наличием запасов корма данного вида в хозяйстве на момент моделирования;
- ◆ возможностью приобретения корма в течение планового периода.

Множество половозрастных групп животных определяется планом оборота стада.

Множество рационов определяется:

- ◆ наличием кормов,
- ◆ требованием разнообразия их использования в разных рационах;
- ◆ требованием разнообразия интенсивности рационов.

3. Разработка числовой модели

(вариант с заданными рационами) ♦

- b_{j1} — по данным аналитических счетов (остатки кормов на момент решения модели).
- a_{j1} — из модели оптимального рациона, по результатам апробации рациона или из справочников («Нормы и рационы кормления сельскохозяйственных животных»).
- b_{kn2} — по результатам моделирования организма животного, апробации рациона или из справочников.
- b_{k3} — по данным плана оборота стада.
- **c** — для данного рациона:
 - ♦ плановые привесы, умноженные на ожидаемые цены реализации скота в живой массе;
 - ♦ плановые надои, умноженные на ожидаемые цены молока;
 - ♦ плановая яичная продуктивность, умноженная на ожидаемую цену реализации десятка яиц и т.п.
- **d** — по ожидаемым ценам на покупные корма.

Неопределённость **c** и **d**
требует анализа
устойчивости
или применения метода
Монте-Карло

4. Анализ оптимального плана

(вариант с заданными рационами)

1. Кормо-дни содержания животных

Виды животных	По плану оборота стада	Сверх плана	% сверх-плановых кормо-дней	Стоимость сверх-плановой продукции
Коровы				
Нетели		х	х	х
Молодняк				
Свиньи				

4. Анализ оптимального плана

2. Распределение кормов

Виды кормов	Всего в наличии, ц	В % к итогу:				
		коровам	нетелям	молодняку	свиньям	остаток
Зерно фуражное						
Комбикорм для коров						
Комбикорм для свиней						
Сено						
Силос						
...						

4. Анализ оптимального плана

3. Рационы кормления

Рационы	Кормо- дней	В % к итогу
Коровы:		
Интенсивный рацион		
Сенажный рацион		
Силосный рацион		
Нетели:		
Белковый рацион		
Сенажный рацион		
Силосный рацион		
Молодняк:		
Интенсивный рацион		
Белковый рацион		
Сенажный рацион		
Силосный рацион		

4. Анализ оптимального плана ♦

4. Структура потребления кормов по группам, % в общей питательности

Группы кормов	коровам	нетелям	МОЛОД- НЯКУ	СВИНЬЯМ
Концентрированные				
в т.ч. комбикорм				
в т.ч. травяная мука				
Грубые		1		
в т.ч. солома		0		
Силос		0		
Сенаж		0		
Корнеклубнеплоды		0%		
Корма животного происхождения				

Примечание: без учёта молока на выпойку

4. Анализ оптимального плана

5. Объективно обусловленные оценки кормов, руб./кг

Вид корма	О.о.о.	Рыночная цена	Транзакц. издержки	Возможная прибыль
Зерно фуражное	0	1,95	0,20	$1,95 - 0,20 = 1,75$ (прод)
Комбикорм для коров	1,45	2,70	0,22	$2,70 - 1,45 - 0,22 = 1,03$ (прод)
Комбикорм для свиней	4,96	2,95	0,22	$4,96 - 2,95 - 0,22 = 1,79$ (куп)
Сено	0,47	0,45	0,09	—
Силос	0,35	0,35	0,08	—
...				

Примечание: для принятия решения о покупке/продаже нужно оценить объём сделки (анализ устойчивости) и учесть условно-постоянную часть транзакционных издержек.

4. Анализ оптимального плана \emptyset

(вариант с заданными рационами)

1. Кормо-дни содержания животных

Виды животных	По плану оборота стада	Сверх плана	% сверх-плановых кормо-дней	Стоимость сверх-плановой продукции
Коровы				
Нетели		х	х	х
Молодняк				
Свиньи				

4. Анализ оптимального плана \emptyset

2. Распределение кормов

Виды кормов	Всего в наличии, ц	В % к итогу:				
		коровам	нетелям	молодняку	свиньям	остаток
Зерно фуражное						
Комбикорм для коров						
Комбикорм для свиней						
Сено						
Силос						
...						

4. Анализ оптимального плана ∅

3. Рационы кормления

Рационы	Кормо- дней	В % к итогу
Коровы:		
Интенсивный рацион		
Сенажный рацион		
Силосный рацион		
Нетели:		
Белковый рацион		
Сенажный рацион		
Силосный рацион		
Молодняк:		
Интенсивный рацион		
Белковый рацион		
Сенажный рацион		
Силосный рацион		

4. Анализ оптимального плана ∅

4. Структура потребления кормов по группам, % в общей питательности

Группы кормов	коровам	нетелям	МОЛОД- НЯКУ	свиньям
Концентрированные				
в т.ч. комбикорм				
в т.ч. травяная мука				
Грубые				
в т.ч. солома				
Силос				
Сенаж				
Корнеклубнеплоды				
Корма животного происхождения				

Примечание: без учёта молока на выпойку

4. Анализ оптимального плана \emptyset

5. Объективно обусловленные оценки кормов, руб./кг

Вид корма	О.о.о.	Рыночная цена	Транзакц. издержки	Возможная прибыль
Зерно фуражное	0	1,95	0,20	$1,95 - 0,20 = 1,75$ (прод)
Комбикорм для коров	1,45	2,70	0,22	$2,70 - 1,45 - 0,22 = 1,03$ (прод)
Комбикорм для свиней	4,96	2,95	0,22	$4,96 - 2,95 - 0,22 = 1,79$ (куп)
Сено	0,47	0,45	0,09	—
Силос	0,35	0,35	0,08	—
...				

Примечание: для принятия решения о покупке/продаже нужно оценить объём сделки (анализ устойчивости) и учесть условно-постоянную часть транзакционных издержек.

4. Анализ оптимального плана:

двойственные оценки (вариант с заданными рационами)

- **Оценки по балансам кормов для каждой половозрастной группы (взяты по абсолютной величине):**
 - ◆ показывают эффект от скармливания данного корма данной половозрастной группе скота/птицы:
 - ◆ не может быть выше оценки корма;
 - ◆ если он ниже оценки корма, то оптимальный план не предусматривает скармливание этого корма данной группе животных.
- **Оценки по доле рациона в кормо-днях группы животных:**
 - ◆ показывают, насколько снизится ВП животноводства, если сократить использование лимитированного рациона на 1 кормо-день.
- **Оценки по минимальному количеству кормо-дней:**
 - ◆ показывают, в какую сумму обходится кормо-день содержания животного в данной группе.

5. Развитие моделей использования кормов

■ Недостатки модели:

- ◆ не учитываются дополнительные затраты, связанные с увеличением количества кормо-дней;
- ◆ вариант с оптимизацией рационов:
 - ◆ обладает недостатками модели рациона;
 - ◆ не отражает рост продуктивности при увеличении уровня кормления;
- ◆ коэффициенты целевой функции недостоверны.

■ Пути преодоления:

- ◆ дополнительные затраты в расчёте на 1 кормо-день можно вычесть из стоимости ВП при расчёте вектора c (трудоёмко);
- ◆ недостатки варианта с оптимизацией рациона устраняются:
 - ◆ переходом к варианту с заданными рационами;
 - ◆ включением переменных по росту продуктивности при интенсивном кормлении;
- ◆ недостоверность коэффициентов преодолевается анализом устойчивости или использованием метода Монте-Карло.

Литература

■ Основная

- ◆ Математическое моделирование экономических процессов в сельском хозяйстве / *Гатаулин А.М., Гаврилов Г.В. и др.* М.: Агропромиздат, 1990. — глава 7.2.
- ◆ Презентация: <http://svetlov.timacad.ru/>Презентация:
<http://svetlov.timacad.ru/umk1>Презентация:
<http://svetlov.timacad.ru/umk1/lek5.ppt>

■ Дополнительная

- ◆ Нормы и рационы кормления сельскохозяйственных животных: Справ. пособие / *А.П. Калашиников, Н.И. Клейменов, В.В. Щеглов.* М.: Знание, 1995.