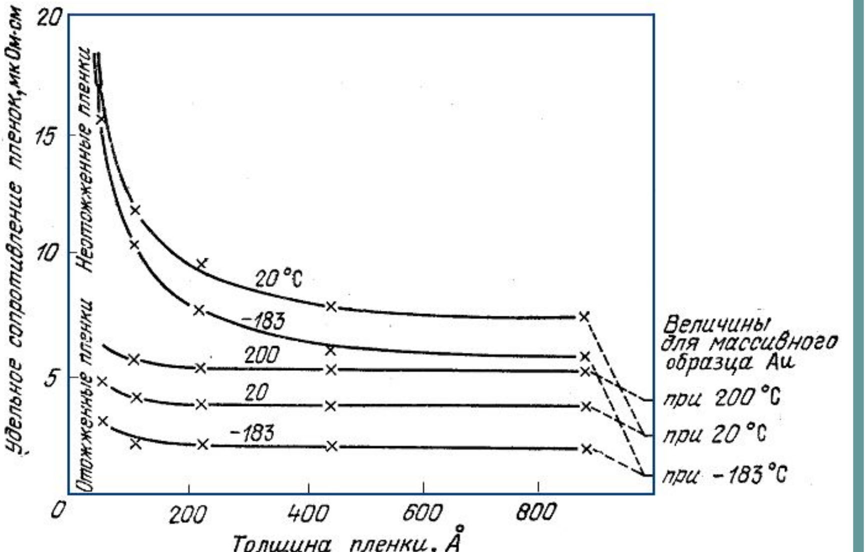
5.5.Электропроводность тонких сплошных пленок

При увеличении толщины пленка становится сплошной ⇒ Механизм электропроводности близок к существующему в объемных материалах

Но - удельное сопротивление значительно больше, чем у объемных материалов.

В пленках с толщинами, сравнимыми с длиной свободного пробега, важно рассеяние электронов на поверхности.

⇒ Размерный эффект



Количественно решение дано Чемберсом на основе кинетического уравнения Больцмана

Функция распределения электронов

$f(\mathbf{v}, \mathbf{r}, t)$ ⇒ Число электронов в момент времени t в объеме $\mathbf{r}, \mathbf{r} + d\mathbf{r}$ имеющих скорость в интервале $\mathbf{v}, \mathbf{v} + d\mathbf{v}$

Кинетическое уравнение Больцмана

Кинетическое уравнение Больцмана

$$\boxed{\frac{\partial f}{\partial t} = -\mathbf{v}\nabla_{\mathbf{r}} f + \frac{e}{m}\left(\mathbf{F} + \frac{\mathbf{v}\times\mathbf{H}}{c}\right)\cdot\nabla_{\mathbf{v}} f + \left.\frac{\partial f}{\partial t}\right|_{\text{столк}}}$$

$\Rightarrow$ **F** и **H –** напряженности электрического и магнитного поля

$\frac{\partial f}{\partial t}$ $\Rightarrow$ Изменение распределения со временем

$\mathbf{v}\nabla_{\mathbf{r}} f$ $\Rightarrow$ Изменение числа частиц в данном элементе объема за счет прихода из окружающих областей

$\frac{e}{m}\left(\mathbf{F} + \frac{\mathbf{v}\times\mathbf{H}}{c}\right)\cdot\nabla_{\mathbf{v}} f$ $\Rightarrow$ За счет изменения скорости под действием сил со стороны внешних полей.

Справа находится величина, отражающая изменение функции распределения за счет рассеяния

В стационарном случае устанавливается стабильное значение функции распределения $\Rightarrow$ $\frac{\partial f}{\partial t} = 0$

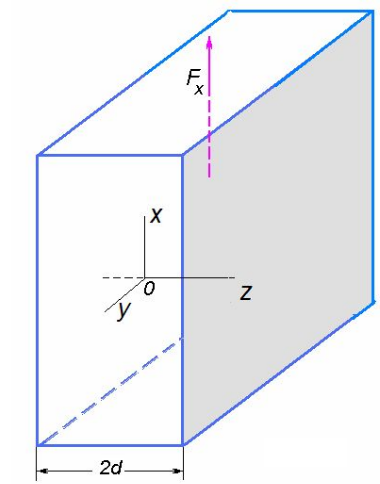
Электрическое поле однородно и действует вдоль оси *x* (**F**≡F_x)

Допустим

Толщина пленка $2d << L$

Магнитное поле отсутствует ($H=0$)

Электрическое поле однородно
и действует вдоль оси *x* (**F**≡F_x)



Отклонение f от равновесной функции распределения f_0, соответствующей отсутствию внешних полей, не велико.

Удобно искать в виде $f = f_0 + f_1$,

f_1 - отклонение функции распределения от равновесия

Приближение времени релаксации

$$\left.\frac{\partial f}{\partial t}\right|_{столк} = \left.\frac{\partial (f_0 + f_1)}{\partial t}\right|_{столк} = \left.\frac{\partial f_1}{\partial t}\right|_{столк} \equiv -\frac{f_1}{\tau}$$

τ- время релаксации, считается константой

Выключим поле в момент *t = 0*

$$\boxed{\frac{\partial f}{\partial t} = -\mathbf{v}\nabla_{\mathbf{r}} f + \frac{e}{m}\left(\mathbf{F} + \frac{\mathbf{v}\times\mathbf{H}}{c}\right)\cdot\nabla_{\mathbf{v}} f + \left.\frac{\partial f}{\partial t}\right|_{столкн}}$$

$$\boxed{\left.\frac{\partial f}{\partial t}\right|_{столк} \equiv -\frac{f_1}{\tau}}$$

Физический смысл *τ* можно установить рассматривая процесс установления статистического равновесия

Пусть имеем однородную систему с установившимся в некотором внешнем поле распределением электронов ($f \neq f_0$)

Выключим поле в момент *t = 0*

Система однородна ⇒ $\nabla_{\mathbf{r}} f = 0$

Уравнение Больцмана ⇒ $\dfrac{\partial f}{\partial t} = \left.\dfrac{\partial f}{\partial t}\right|_{столкн} \equiv -\dfrac{f - f_0}{\tau}$

$$f - f_0 = \left.(f - f_0)\right|_{t=0} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

⇒ τ- время, характеризующее скорость возвращения системы к состоянию равновесия

Стационарный случай (после завершения всех переходных процессов)

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\mathbf{v}\nabla_{\mathbf{r}} f + \frac{e}{m}\left(\mathbf{F} + \frac{\mathbf{v}\times\mathbf{H}}{c}\right)\cdot\nabla_{\mathbf{v}} f + \left.\frac{\partial f}{\partial t}\right|_{столкн}$$

Стационарный случай (после завершения всех переходных процессов)

$$\mathrm{v}_x \frac{\partial f}{\partial x} + \mathrm{v}_y \frac{\partial f}{\partial y} + \mathrm{v}_z \frac{\partial f}{\partial z} - \frac{e}{m} F_x \frac{\partial f}{\partial \mathrm{v}_x} = -\frac{f_1}{\tau}$$

Однородность системы по координатам *x* и *y* $\Rightarrow$ $\frac{\partial f}{\partial x} = 0 \;\; и \;\; \frac{\partial f}{\partial y} = 0$

$$f = f_0 + f_1$$

$$\mathrm{v}_z \frac{\partial f_0}{\partial z} + \mathrm{v}_z \frac{\partial f_1}{\partial z} - \frac{e}{m} F_x \frac{\partial f_0}{\partial \mathrm{v}_x} - \frac{e}{m} F_x \frac{\partial f_1}{\partial \mathrm{v}_x} = -\frac{f_1}{\tau}$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial z} = 0$$

При малых F_x $\Rightarrow$ $F_x \frac{\partial f_1}{\partial \mathrm{v}_x} \to 0$

$$\boxed{\frac{e}{m} F_x \frac{\partial f_0}{\partial \mathrm{v}_x} = \mathrm{v}_z \frac{\partial f_1}{\partial z} + \frac{f_1}{\tau}}$$

Умножим левую и правую части на

$$\frac{e}{m}F_x\frac{\partial f_0}{\partial \mathrm{v}_x}=\mathrm{v}_z\frac{\partial f_1}{\partial z}+\frac{f_1}{\tau}$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial \mathrm{v}_x}=\frac{\partial\varepsilon}{\partial \mathrm{v}_x}\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}=m\mathrm{v}_x\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}$$

$$eF_x\mathrm{v}_x\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}=\mathrm{v}_z\frac{\partial f_1}{\partial z}+\frac{f_1}{\tau}$$

Умножим левую и правую части на $\exp\left(\frac{z}{\tau\,\mathrm{v}_z}\right)$

$$eF_x\mathrm{v}_x\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\cdot\tau\,\mathrm{v}_z\frac{\partial}{\partial z}\left[\exp\left(\frac{z}{\tau\,\mathrm{v}_z}\right)\right]=\mathrm{v}_z\frac{\partial}{\partial z}\left[f_1\exp\left(\frac{z}{\tau\,\mathrm{v}_z}\right)\right]$$

$$f_{11}=-eF_x\mathrm{v}_x\tau\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\quad\Rightarrow\quad f_{11}\frac{\partial}{\partial z}\left[\exp\left(\frac{z}{\tau\,\mathrm{v}_z}\right)\right]=\frac{\partial}{\partial z}\left[f_1\exp\left(\frac{z}{\tau\,\mathrm{v}_z}\right)\right]$$

$$f_1=f_{11}+C\exp\left(-\frac{z}{\tau\,\mathrm{v}_z}\right)$$

Граничное условие Фукса $\Rightarrow$ $f_1(d,-\mathrm{v}_z)=\wp f_1(d,+\mathrm{v}_z)$

Параметр Фукса

$0\le\wp\le1$ $\Rightarrow$ Связывает отклонение от равновесного распределения падающих на поверхность электронов с отклонением отходящих от нее

℘=0

$$f_1 = f_{11} + C\exp\left(-\frac{z}{\tau\, v_z}\right)$$

$$f_1(d,-v_z) = \wp f_1(d,+v_z)$$

℘=0 $\Rightarrow$ $f_1(d,-v_z) = 0$ $\Rightarrow$ После столкновения с поверхностью электрон забывает свою “предысторию”

$\Rightarrow$ Диффузное рассеяние

℘=1 $\Rightarrow$ $f_1(d,-v_z) = f_1(d,+v_z)$ $\Rightarrow$ Зеркальное отражение

$$f_{11} + C\,exp\left(-\frac{d}{\tau\, v_z}\right) = \wp\left(f_{11} + C\,exp\left(\frac{d}{\tau\, v_z}\right)\right)$$

$$C = -f_{11}\frac{1-\wp}{\left[exp\left(\frac{d}{\tau\, v_z}\right) - \wp\, exp\left(-\frac{d}{\tau\, v_z}\right)\right]}$$

$$\Rightarrow \quad f_1 = f_{11}\left\{1 - \frac{1-\wp}{1-\wp\, e^{-\frac{2d}{\tau v_z}}}\, e^{-\frac{z}{\tau v_z}-\frac{d}{\tau v_z}}\right\}$$

℘=1, т.е. в случае зеркального отражения $\Rightarrow$ $f_1 = f_{11}$

Поверхность не влияет на неравновесное распределение

Размерный эффект. отсутствует

Диффузное рассеяние

$$f_1 = f_{11}\left\{1 - \frac{1-\wp}{1-\wp e^{-\frac{2d}{\tau v_z}}} e^{-\frac{z}{\tau v_z}-\frac{d}{\tau v_z}}\right\}$$

Диффузное рассеяние $\Rightarrow$ $$f_1 = f_{11}\left\{1 - e^{-\frac{z}{\tau v_z}-\frac{d}{2\tau v_z}}\right\}$$

Экспоненциальная зависимость от толщины пленки *d* и $1/v_z$

$$j(z) = -2e\left(\frac{m}{h}\right)^3 \iiint f_1 v_x dv_x dv_y dv_z$$

λ - величина свободного пробега электрона

Толстая пленка $\Rightarrow$ d/λ>1 $\Rightarrow$ $$\frac{\rho_f}{\rho_b} \approx 1 + \frac{3\lambda}{8d}(1-\wp)$$

ρ - удельное сопротивление

Тонкая пленка $\Rightarrow$ d/λ<<1 $\Rightarrow$ $$\frac{\rho_f}{\rho_b} = \frac{4}{3}\cdot\frac{1-\wp}{1+\wp}\frac{\lambda}{d\left[\ln\left(\frac{\lambda}{d}+0.4228\right)\right]}$$

- $\wp(\vartheta)$ зависит от механизмов рассеяния электронов на поверхности

Расчет $\wp$ затруднен

Естественно ожидать

- $\wp(\vartheta)$ зависит от угла, под которым электрон встречается с поверхностью
- $\wp(\vartheta)$ зависит от механизмов рассеяния электронов на поверхности
  - Дефекты атомарного строения поверхности (разупорядочение атомов, адсорбированные частицы, ступени, вакансии и т.д.);
  - Рассеяние на фононах

Изучено плохо, можно ожидать,что $\wp(\vartheta) \to 1$ при $\vartheta \to \pi/2$

  - Рассеяние на локализованных зарядах

$$\wp \approx 1 - \cos\vartheta$$

$\wp(\vartheta \to \pi/2) \to 1$, несмотря на увеличение вероятности столкновения с заряженным центром

  - Рассеяние на градиенте заряда, появляющемся вследствие наличия поверхностных состояний, вследствие того, что у поверхности движется больше электронов, чем в объеме
  - Рассеяние, связанное с геометрической шероховатостью.

Теория расчета $\wp(\vartheta)$ сложна и неубедительна, поскольку распределение центров рассеяния носит случайный характер

Теория расчета $\wp(\vartheta)$ сложна и неубедительна, поскольку распределение центров рассеяния носит случайный характер

Иногда предлагают ⇒ $\wp$=1 для электронов, падающих под скользящими углами и $\wp$=0 в остальных случаях.

Особенно сложен учет рассеяния на неровностях поверхности

Удачи!