

РАЦИОНАЛЬНОСТЬ МАКРОАГЕНТОВ: КОМУ ПРИПИСЫВАТЬ ФУНКЦИЮ ПОЛЕЗНОСТИ?

член-корр. РАН И.Г. Поспелов,

ВЦ РАН, отдел математического моделирования экономических систем

В течение последних 35 лет в отделе разрабатываются модели советской и российской экономики с учетом особенностей фактически складывающихся экономических отношений и институтов.

- Модели позволяют дать системно согласованные качественные и количественные оценки состояния экономики, в том числе тех показателей, которые не наблюдаются экономической статистикой.
- Модели позволяют проводить сценарные расчеты для оценки последствий реализации тех или иных вариантов макроэкономической политики.
- Модели использовались для анализа эволюции структуры советской и российской экономики, а результаты их исследования составляют "летопись" экономической истории нашей страны в последние два десятилетия.

МОДЕЛЬ ЭКОНОМИКИ РОССИИ 2004-2010 гг. *Балансы*

❖ В модели описываются **реальный сектор**,

- производящий *внутренний* и *экспортный* продукты, и
- потребляющий *внутренний* и *импортный* продукты,
- использующий для производства *труд* и производственные фонды

❖ **финансовый сектор.**

Сопровождающие производство, распределение и потребление продуктов финансовые потоки описываются как оборот в **финансовых инструментах**:

- наличных денег,
- остатков расчетных счетов,
- остатков корреспондентских счетов в ЦБ,
- банковских ссуд,
- банковских депозитов,
- депозитов/кредитов банков в ЦБ,
- иностранной валюты.

Продукты, труд и финансовые инструменты образуют набор *аддитивных величин*, для которых в модели выписывается *полная система балансов*, причем потоки финансовых инструментов разделяются на легальные и теневые.

Наблюдаемыми величинами в целом по экономике служат только финансовые потоки

Статистические материальные балансы (натуральные показатели) строятся из финансовых

Финансовые потоки замкнуты – новые деньги рождаются за счет одновременного роста положительных запасов (активов) и отрицательных запасов (пассивов)

МОДЕЛЬ ЭКОНОМИКИ РОССИИ 2004-2009 гг. *Агенты*

❖ Развитие экономики, выраженное движением аддитивных величин, описывается как результат деятельности 9 макроагентов:

- **Производителя**, представляющего совокупность нефинансовых коммерческих организаций,
- **Банка**, представляющего совокупность финансовых коммерческих организаций,
- **Населения**, представляющих физических лиц – потребителей и наемных работников,
- **Собственника**, представляющего физических и юридических лиц, управляющих движением капитала между секторами национальной экономики и за пределы страны.
- **Торговца**, как чистого посредника между потребителями, производителем, экспортером и импортером
- **Государства**, деятельность которого представлена в модели явно агрегированным описанием деятельности Министерства финансов и неявно – установлением различных параметров экономической политики (ставок налогов, госрасходов, норм резервов и др.).
- **Центрального банка**, представленного в модели своими функциями эмитента национальной валюты, держателя валютных резервов, расчетного центра и кредитора коммерческих банков.
- **Экспортера**
- **Импортера**

МОДЕЛЬ ЭКОНОМИКИ РОССИИ 2004-2009 гг.: Вид модели

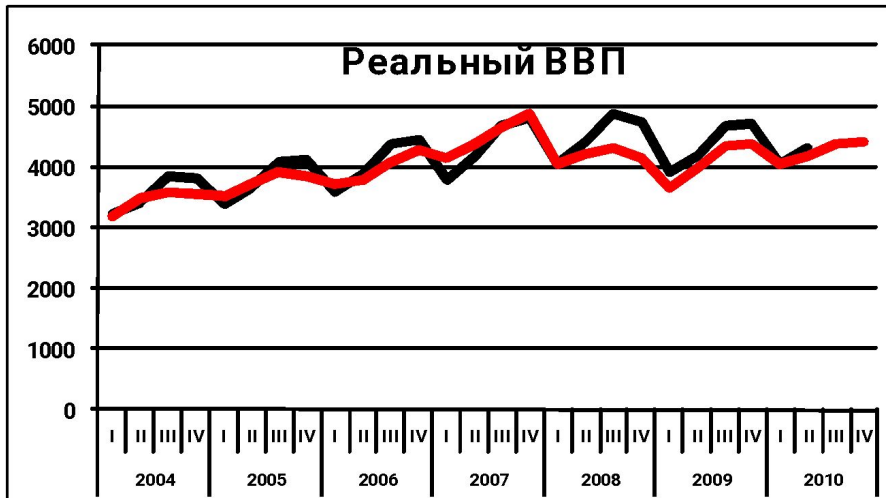
- ❖ Исходное структурированное представление модели состоит из 162 динамических и конечных нелинейных уравнений, для которых ставится *краевая задача*.
- ❖ В качестве *экзогенных переменных* выступают **индексы экспортных и импортных цен, численность занятых**, а также государственная экономическая политика, описываемая переменными:
 - **государственного потребления**
 - **субсидий населению**
 - **валютного курса**
 - **учетной ставки ЦБ**
 - **налогов, пошлин**
- ❖ Система уравнений модели содержит 50 постоянных параметров, из которых 30 идентифицируются независимо от модели (ставки налогов, параметры производственных функций и др.), а остальные 20 служат для «подгонки».
- ❖ Модель идентифицируется по официальной *несглаженной квартальной статистике*.

Модель экономики России 2004-2009 гг.

гг.

результаты расчетов

— статистика
— расчет

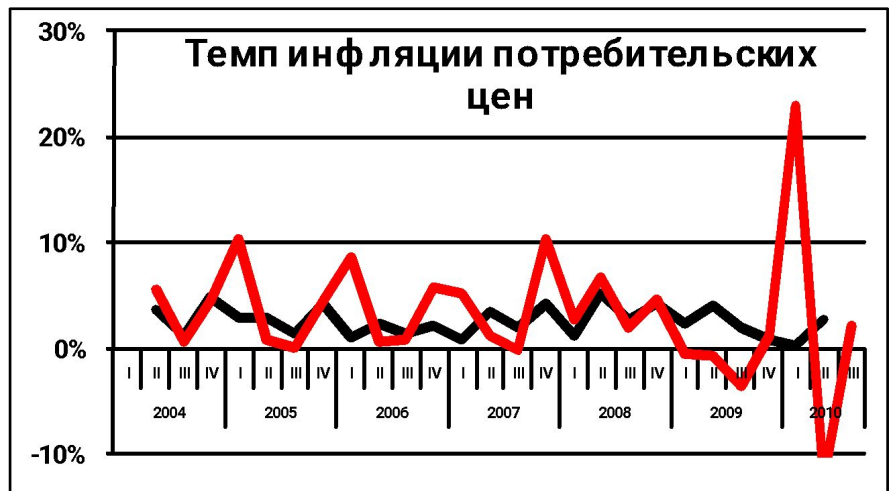


Модель экономики России 2004-2009 гг.

гг.

результаты расчетов

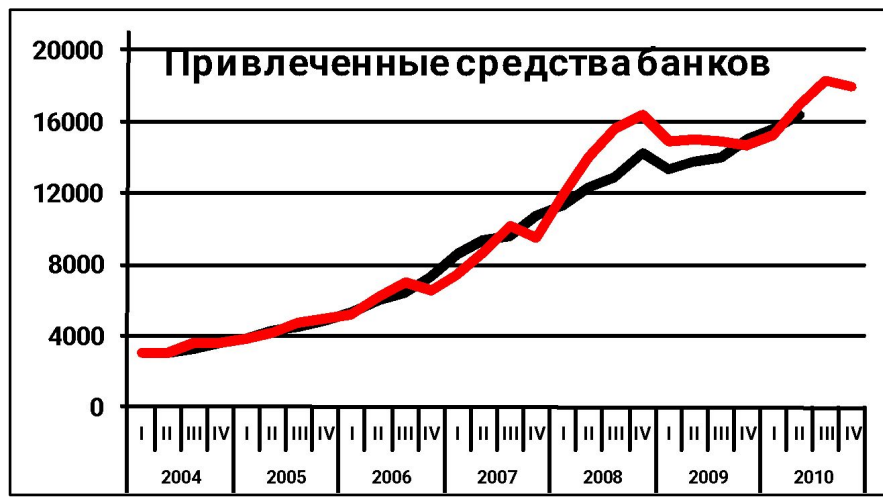
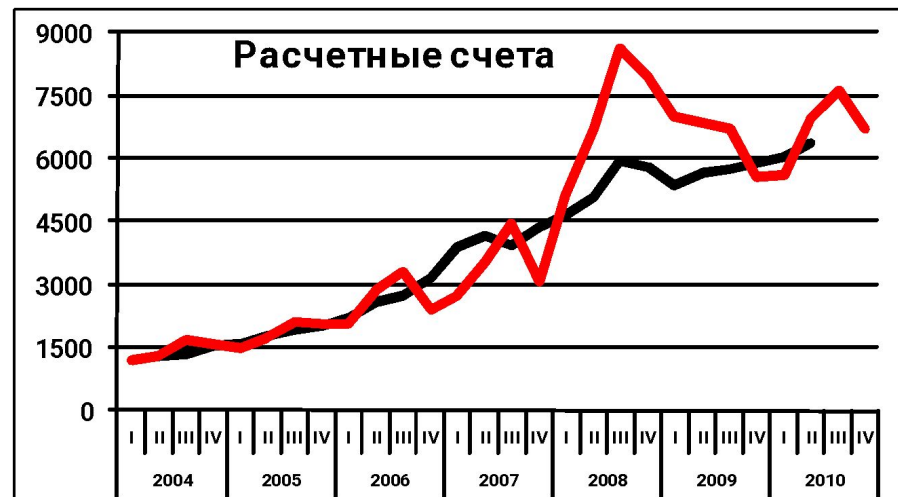
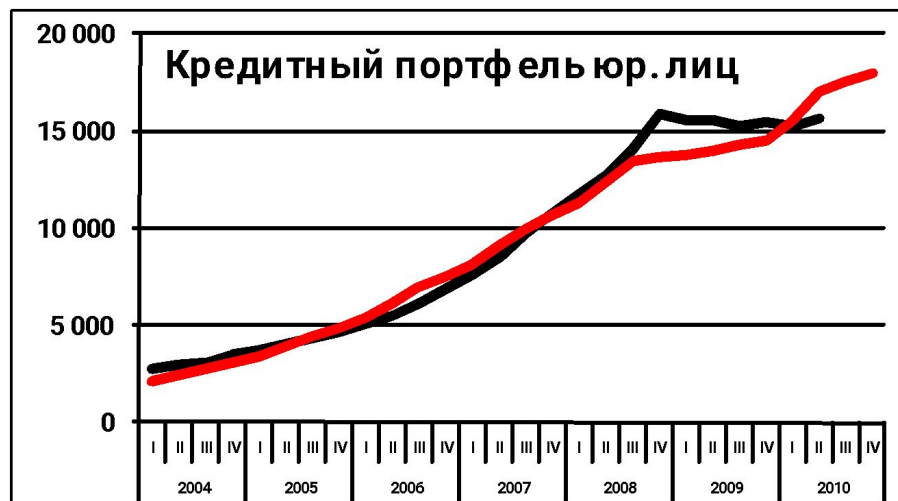
— статистика
— расчет



Модель экономики России 2004-2009 гг.

гг.
результаты расчетов

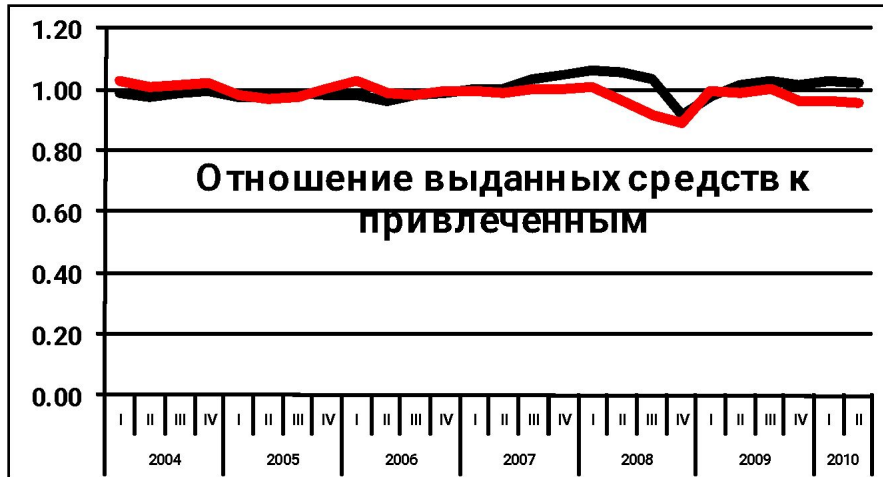
— статистика
— расчет



МОДЕЛЬ МЕЖВРЕМЕННОГО РАВНОВЕСИЯ ЭКОНОМИКИ РОССИИ 2004-2009 гг.

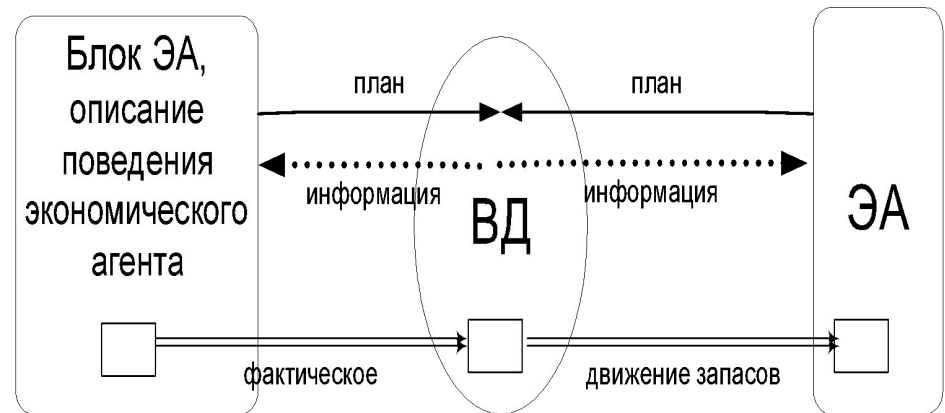
результаты расчетов

— статистика
— расчет



Описание поведения агентов

- **Динамическое равновесие** = баланс сил
 - **Статистическое равновесие** = баланс вероятностей перехода
 - **Экономическое равновесие** = баланс интересов
- Совокупность показанных выше кривых = ОДНО РАВНОВЕСИЕ**



- ❖ В модели **агенты** = лица, принимающих решение относительно величины потоков, находящихся в их «компетенции». **Балансы** служат внутренними **ограничениями** на возможности выбора агентов. Другими внутренними ограничениями служат **технологические ограничения**.
- ❖ Главная задача экономики – определить потоки обменов. Идея экономического равновесия: агенты предлагают **свои планы** величин потоков (спрос или предложение). Этот план условный – он зависит от значений особых **информационных переменных** (цен, процентов, курсов), значения которых приносят агенту информацию о состоянии всей системы. Допустимые сложившимися экономическими отношениями планы описываются **институциональными** (внешними) ограничениями, содержащими информационные переменные -- согласуются в процессе взаимодействия так, чтобы **по всей системе выполнялись включенные в модель балансовые соотношения**.

- ❖ Добавим к системе материальных балансов
 - ограничения на возможные траектории выпусков и затрат и / или
 - оценки полезности траекторий потребленияи поставим задачу
 - **максимизации взвешенной суммы всех полезностей** при всех балансовых и технологических ограничениях
- ❖ Снимем ограничения на равенства отданных и полученных благ множителями Лагранжа и применим теорему о седловой точке. Тогда **задача оптимизации превратится в задачу об отыскании равновесия по Нэшу в некооперативной** игре следующих лиц.
 - **Производителей**, определяющих объемы производства и затрат так, чтобы максимизировать свою прибыль при заданных ценах в рамках отдельных групп технологических ограничений и отдающих прибыль потребителям по праву собственности.
 - **Потребителей**, определяющих объемы потребления так, чтобы максимизировать свою полезность при заданных ценах в рамках бюджетного ограничения.
 - **Торговцев**, определяющих цены так, чтобы максимизировать свою прибыль при заданных потоках спроса и предложения, и получающих в равновесии нулевую прибыль.
- ❖ **Роль цен** играют множители Лагранжа при ограничениях на равенство отданных и полученных благ. Если пренормировать эти цены так, чтобы они отражали текущую, а не приведенную к началу стоимость, то появится
 - **процент и Банк**, определяющих процент так, чтобы максимизировать свою прибыль при заданных потоках спроса и предложения кредитов.
 - Свобода нормировки цен (монетарного регулирования), которым занимается **ЦБ**.
- ❖ Если ввести **общественные блага**, то получим их оплату вкладчину (**налоги**) их единственного производителя – **Государство**.

Конкурентное равновесие = равновесие по Нэшу = оптимальный план

Исследователь операций обладает более мощными средствами анализа, нежели все имеющие отношение к делу ЛПР, вместе взятые.

Принцип рациональных ожиданий
«Равноправие» исследователя и исследуемого ЛПР. Модельные агенты используют для прогнозирования ту самую модель, которую мы строим

Оптимального решение существенно зависит от прогноза будущих неконтролируемых факторов

Сильное магистральное свойство
Оптимальное решение агента в идентифицированной модели практически не зависит от будущей конъюнктуры

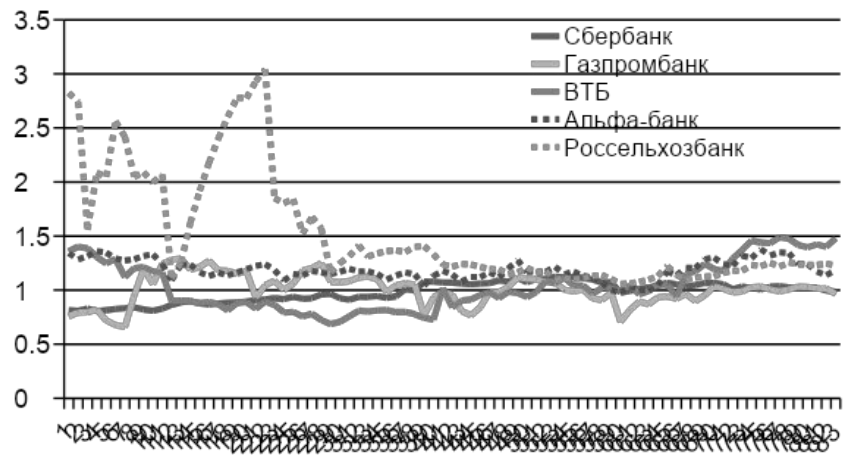
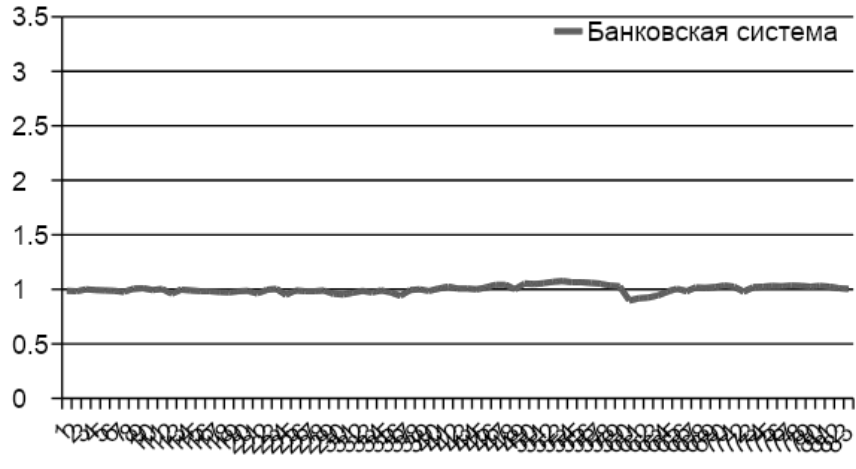
Рациональность выражается в достаточно глубокой рефлексии.

Рациональность макроагентов
Коллективное поведение лишенной рефлексии группы субъектов, выполняющих сходные роли в экономике более просто и последовательно, чем поведение любого из её членов
Домохозяйства – оптимизация
Государство – сценарии

Регулярность поведения макроагентов: *примеры*

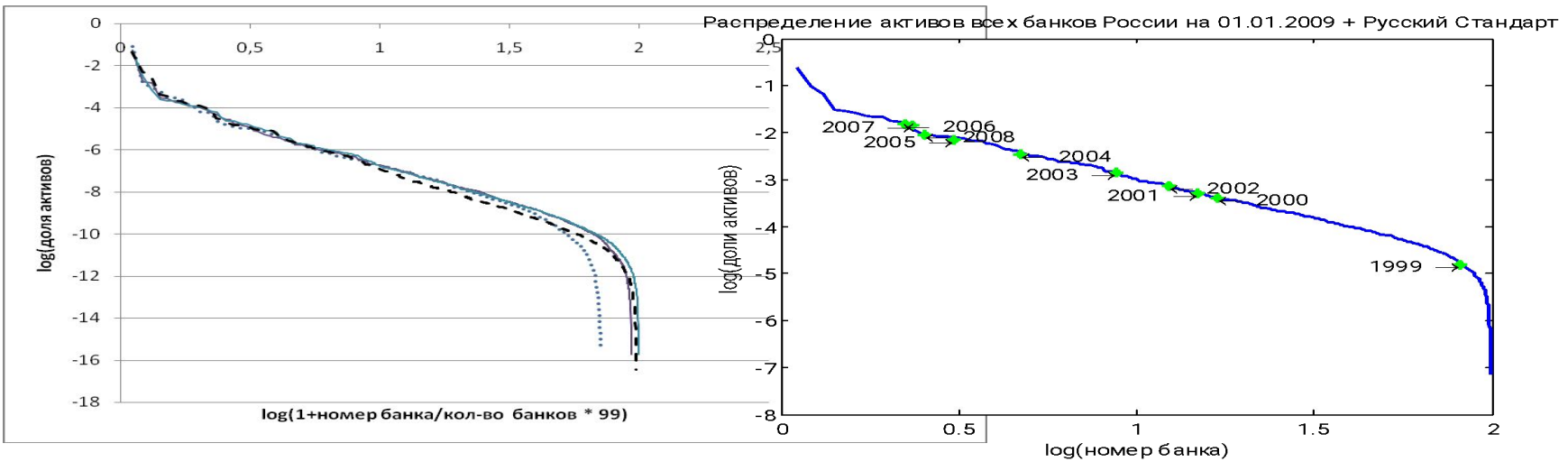
Отношение привлеченных и отвлеченных средств

Не норматив и не закон больших чисел

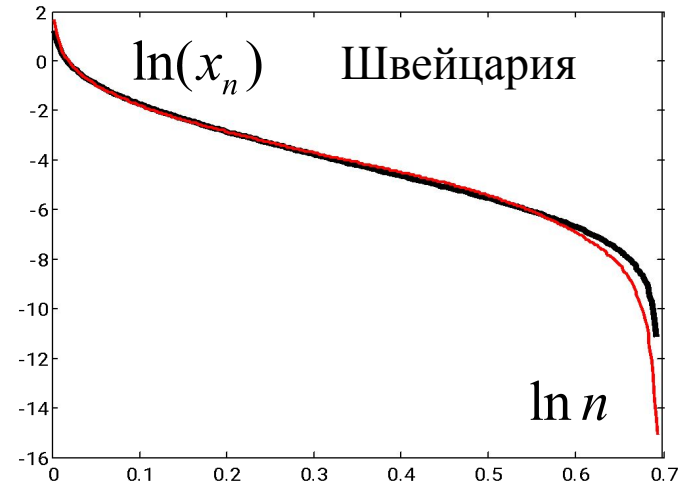
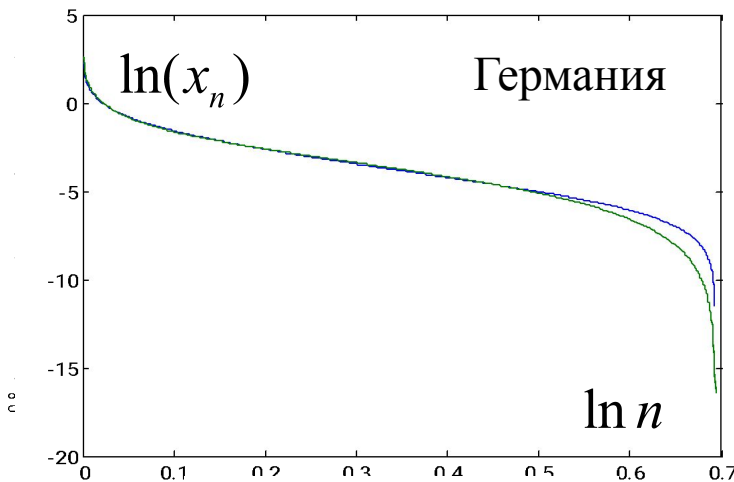
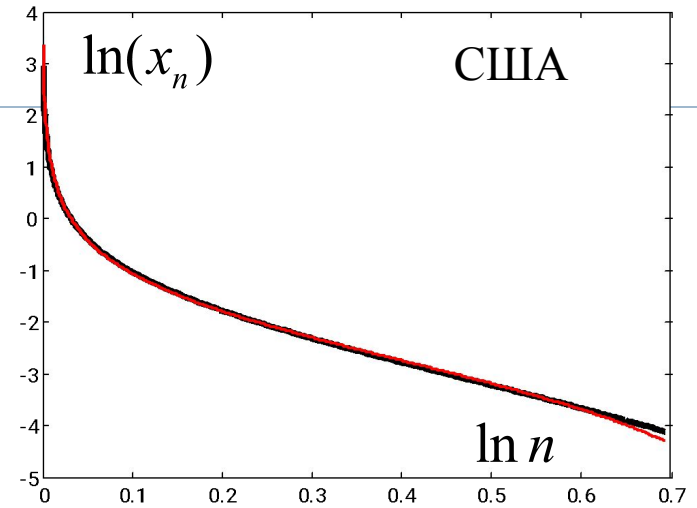
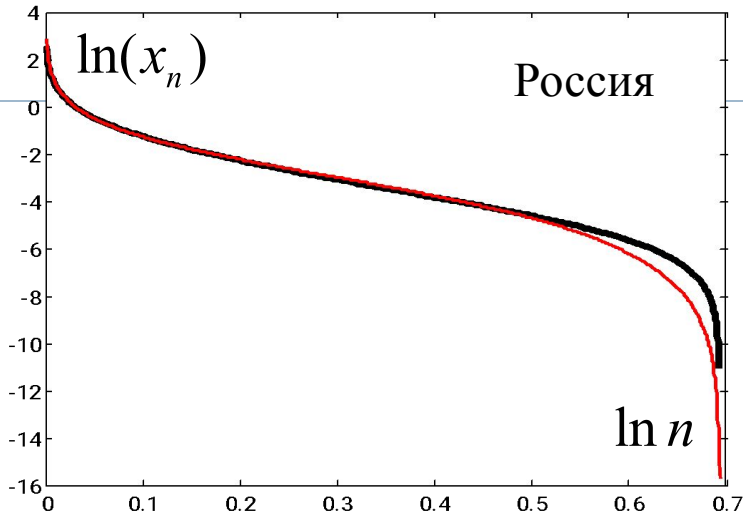


Стабильность распределения банков по активам

Включая кризис, в других странах так же



Аппроксимация распределением $f(\xi) d\xi = \left(\frac{1}{e^{\beta(\xi+\kappa)} - 1} - \frac{k}{e^{\beta k(\xi+\kappa)} - 1} \right) d\xi$



Теорема В.П. Маслова:

Распределение максимизирует энтропию при заданной сумме активов и заданном индексе неравенства

Типичные модели рационального поведения агентов

Задача производителя (динамика):

Максимизация ожидаемой дисконтированной прибыли $\sum e^{-r(\tau-t)} p_\tau y_\tau$ при заданных ценах и технологических ограничениях

$$Q_t - Q_{t-1} = z_t - k_t - y_t$$

прирост запасов чистые выпуски кап. затраты чистые продажи

$$G^m(z_t^m, Q_{t-1}^m, k_{(-\infty, t-1]}^m) \geq 0 \quad Q_t^m \geq 0, k_t^m \geq 0$$

линейная => агрегируется, учат в бизнес-школах,

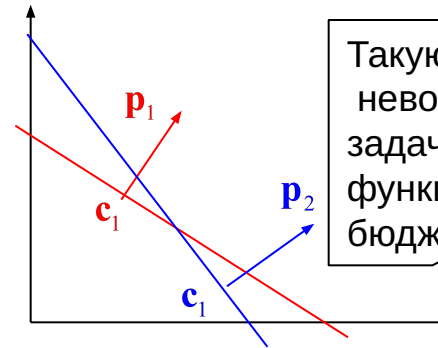
= задача выживания

Задача потребителя (статика):

Максимизация полезности $U(c)$ при бюджетном ограничении $p c \leq I$

нелинейная => не агрегируется,

Условия интегрируемости $\hat{p}(c) \propto \nabla U(c)$



Такую торговую статистику невозможно получить решением задачи максимизации вогнутой функции полезности при бюджетном ограничении

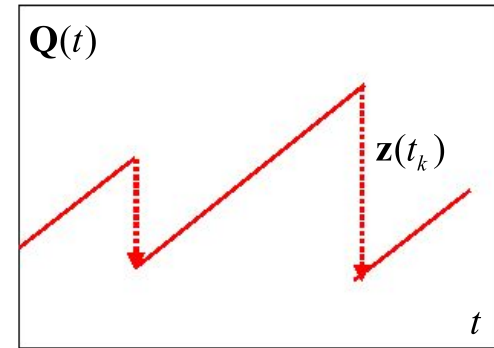
Задача рационализации торговой статистики $\{p_t, c_t\}, t=1..T$

Удивительные результаты проверок по методике А.А, Шананина

Отдельная семья: НЕТ функции полезности	Социальный слой: НЕТ функции полезности
Население страны: ЕСТЬ функция полезности	Совокупность покупателей магазина: ЕСТЬ функция полезности

Модель случайных продаж: описание модели

- Торговец имеет постоянный источник некоторого множества продуктов $x > 0$.
- В каждый момент t_k пуассоновского потока $\xi_\Lambda(t)$ покупатели предлагают купить набор продуктов $w_k \geq 0$ за деньги $W_k > 0$. Заявки $\langle W_k, w_k \rangle$ при разных, t_k независимы и распределены с постоянной плотностью $h(dW \otimes dw)$.



Не предполагается существования цен продуктов. Каждый покупатель имеет собственные представления о стоимости комплекта.

- Торговец может либо отвергнуть предложение $\langle W_k, w_k \rangle$, либо принять его целиком.

Стратегия торговца = вероятность $\omega(W, w, Q)$ принять предложение $\langle W, w \rangle$ при условии, что в этот момент торговец имеет запасы Q .

$$z(t) = z_\omega(Q(t)) = \begin{cases} w & \text{with probability } \omega(W, w, Q(t)) \cdot h(dW \otimes dw) \\ 0 & \text{with probability } (1 - \omega(W, w, Q(t))) \cdot h(dW \otimes dw) \end{cases}$$

Запас должен оставаться неотрицательным, поэтому

$$\omega(W, w, Q) = 0$$

$$Z(t) = Z_\omega(Q(t)) = \begin{cases} W & \text{with probability } \omega(W, w, Q(t)) \cdot h(dW \otimes dw) \\ 0 & \text{with probability } (1 - \omega(W, w, Q(t))) \cdot h(dW \otimes dw) \end{cases}$$

если $Q_i < w_i$, для некоторого i

- торговец стремится максимизировать **ожидаемую дисконтированную прибыль**

$$J_\omega(Q) = \mathbf{E} \left\{ \sum_{t_k > t} e^{-r(t_k - t)} Z_\omega(t_k) \mid Q(t) = Q \right\}$$

Модель случайных продаж: Оптимальная стратегия торговца

Допустимая стратегия торговца $\varpi(W, \mathbf{w}, \mathbf{Q})$ оптимальна, если

$$B(\mathbf{Q}) \geq J_{\varpi}(\mathbf{Q}) \geq J_{\omega}(\mathbf{Q}) \text{ для всех состояний } \mathbf{Q} \text{ и всех допустимых стратегий } \omega(\cdot, \cdot, \cdot).$$

Оптимальная стратегия существует $\varpi(W, \mathbf{w}, \mathbf{Q}) = \begin{cases} 1 & \mathbf{w} \leq \mathbf{Q} \text{ and } W + B(\mathbf{Q} - \mathbf{w}) \geq B(\mathbf{Q}) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

функция Беллмана $B(\mathbf{Q})$ однозначно определяется уравнением

$$B(\mathbf{Q}) = \Lambda \int_0^{\infty} d\tau \cdot e^{-(\Lambda+r)\tau} \left(\int_{\mathbb{R}_+^{\dim(\mathbf{Q})} \setminus \mathbb{R}_+^{\dim(\mathbf{Q})}(\mathbf{Q}+\tau\mathbf{x})} h(dW \otimes d\mathbf{w}) \max\{W + B(\mathbf{Q} + \tau \cdot \mathbf{x} - \mathbf{w}), B(\mathbf{Q} + \tau \cdot \mathbf{x})\} + \int_{\mathbb{R}_+^{\dim(\mathbf{Q})}(\mathbf{Q}+\tau\mathbf{x})} h(dW \otimes d\mathbf{w}) \cdot B(\mathbf{Q} + \tau \cdot \mathbf{x}) \right) \quad \mathbb{R}(\mathbf{Q}) = \left\{ \langle W, \mathbf{w} \rangle : \begin{matrix} 0 \leq \mathbf{w} \leq \mathbf{Q}, \\ W \geq 0 \end{matrix} \right\} \subset \mathbb{R}_+^{\dim(\mathbf{Q})+1}$$

Оптимальное поведение торговца порождает средний поток продаж

$$\hat{V}(\mathbf{Q}) = \Lambda \int_{\substack{W \geq B(\mathbf{Q}) - B(\mathbf{Q} - \mathbf{w}), \\ \mathbf{Q} \geq \mathbf{w}}} h(dW d\mathbf{w}) \cdot \mathbf{w}$$

Асимптотика частых продаж

Задача максимизации имеет естественный малый параметр. $\varepsilon = \frac{r}{\Lambda} \ll 1$

Нас интересует асимптотическое поведение решения уравнения Беллмана при

$$\Lambda \rightarrow \infty, \quad \mathbf{x} = \Lambda \cdot \mathbf{v}, \quad \mathbf{E}\mathbf{w} > \mathbf{v},$$

Приближенное решение, которое мы находим, фактически описывает и ситуацию, когда поставки тоже определяются случайными сделками.

Модель случайных продаж: Три масштаба запасов

Результаты, получены асимптотическими методами, в предположении, что функция $B(Q)$ и распределения $h(dW \otimes d\mathbf{w})$ являются настолько гладкими, насколько нам потребуется.

Можно ожидать, что решение существенно различается для больших и для малых величин запасов.

Неожиданно то, что имеется **промежуточный масштаб запасов**

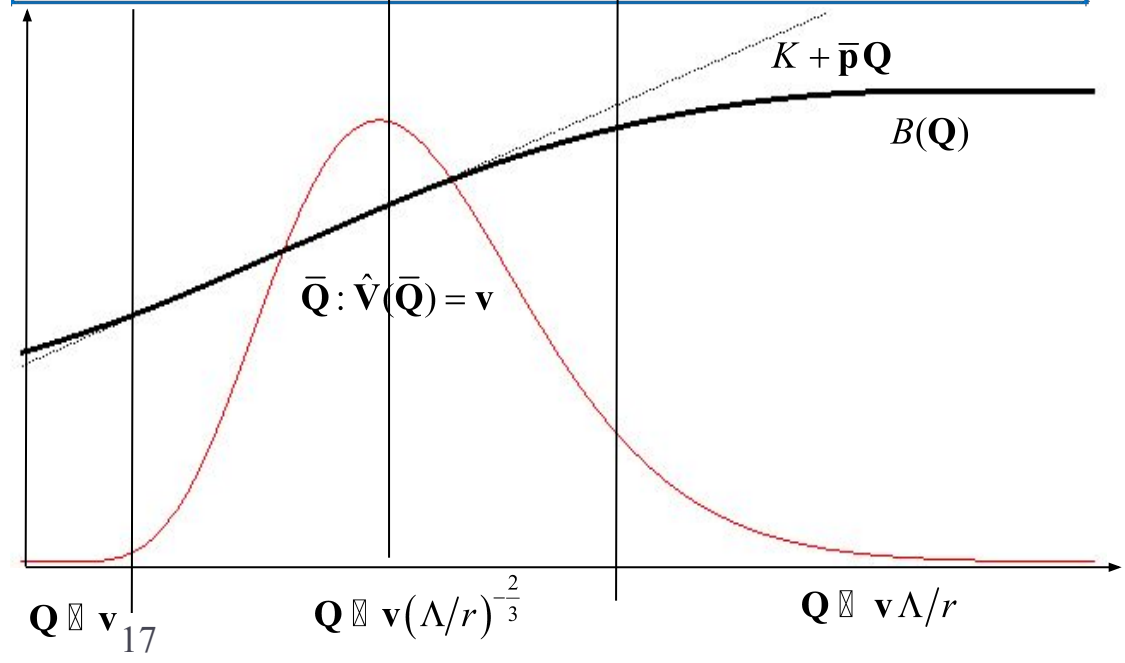
$$Q_i \ll \left(\frac{\Lambda}{r}\right)^{\frac{2}{3}} \ll \mathbf{E}w_i$$

$$\hat{V}(Q) = v$$

Равновесный запас \bar{Q} , определяемый балансом средних потоков лежит именно в этом диапазоне.

Уравнение Беллмана в диапазоне остается дифференциальным, но имеет **второй порядок**

$$B\left(z \cdot \varepsilon^{\frac{1}{3}}\right) = B_0 + \bar{\mathbf{p}} \cdot z \cdot \varepsilon^{\frac{1}{3}} + 0 + \varepsilon^{\frac{1}{3}} \sum_i \frac{1}{\rho_i} \ln \left(\text{Ai} \left(\left((\bar{\mathbf{p}} \mathbf{A}^{-1})_i \rho_i \right)^{\frac{1}{3}} (\mathbf{A}z)_i \right) \right)$$



$\bar{\mathbf{p}} = \underset{\mathbf{p}}{\text{argmin}} \Pi(\mathbf{p})$ – равновесная цена

$$\Pi(\mathbf{p}) = \int h(dW d\mathbf{w}) \cdot \max\{0, W - \langle \mathbf{w} \rangle\}$$

$\text{Ai}(x)$ -- функция Эйри

\mathbf{A} – преобразование, приводящее положительно определенные матрицы

$$\partial_{ij} \Pi(\bar{\mathbf{p}}) \text{ и } \int_{W \geq \langle \bar{\mathbf{p}}, \mathbf{w} \rangle} h(dW \otimes d\mathbf{w}) \cdot w_i \cdot w_j$$

к единичной и $\text{diag}(\rho_i)$, соответственно

Модель случайных продаж:

Сравнительная статика равновесия

Допустим, что мы наблюдаем модельный процесс, когда поставки \mathbf{v} изменяются квазистационарно. Тогда

1. Запасы \mathbf{Q} случайно и стационарно колеблются в окрестности с относительной шириной $\varepsilon^{\frac{2}{3}}$ вокруг равновесных значений $\bar{\mathbf{Q}} \propto \left(\frac{\Lambda \mathbf{v}}{r}\right)^{\frac{2}{3}}$.

$$\bar{\mathbf{Q}} \propto \left(\frac{\Lambda \mathbf{v}}{r}\right)^{\frac{2}{3}}$$

Типичный размер запасов оказывает относительно большим и зависит от потока так, как обычно постулируется в теории управления запасами на основании эмпирических данных.

2. Торговец отбирает заявки, ориентируясь на цену отсечения $\mathbf{p} = \nabla B(\mathbf{Q})$. При этом в типичном диапазоне колебания запасов цена отсечения зависит от запаса неожиданно слабо.

$$\mathbf{p} - \bar{\mathbf{p}} \propto (r/\Lambda)^{\frac{2}{3}}$$

Модель объясняет обычно предшествующую всем экономическим рассуждениям предпосылку о существовании цены, т. е. линейной связи натуральных и стоимостных показателей.

3. Если мы соберем торговую статистику о средних продажах $\hat{\mathbf{V}}(\bar{\mathbf{Q}}(\mathbf{v}))$ и равновесных ценах $\bar{\mathbf{p}}(\mathbf{v})$ при разных \mathbf{v} , то окажется, что эта статистика рационализируется функцией трансферальной полезности вида

$$U(\mathbf{z}) = \min_{\mathbf{p}} \left\{ \mathbf{p} \cdot \mathbf{z} + \int_0^{\infty} d\mathbf{w} \int_{\mathbf{p} \cdot \mathbf{w}}^{\infty} dW h(W, \mathbf{w})(W - \mathbf{p} \cdot \mathbf{w}) \right\} \quad \hat{\mathbf{V}}(\bar{\mathbf{Q}}(\mathbf{v})) = \underset{\mathbf{z}}{\text{Argmax}} \{U(\mathbf{z}) - \langle \bar{\mathbf{p}}(\mathbf{v}) \mathbf{z} \rangle\}$$

Функция полезности возникла при взаимодействии абсолютно не рациональных потребителей с торговцем

принцип рациональных ожиданий

В динамических моделях агент планирует свои действия на будущее, и, значит, должен прогнозировать будущие изменения конъюнктуры (информационных переменных).

Парадокс: мы строим модель, чтобы дать прогноз конъюнктуры, а для построения модели надо знать, как агенты конъюнктуру прогнозируют!

Радикальным решением этого парадокса служит принцип рациональных ожиданий. Наиболее просто он формулируется так: **Модельные агенты используют для своих прогнозов ту самую модель, которую мы строим!**

Принцип рациональных ожиданий, резонно вызывает сомнения, поскольку подразумевает, что модельные агенты «знают все наперед». Мы рискнули применить его к моделированию реальной российской экономики. В результате мы добились успеха большего, чем при феноменологическом упрощении описания поведения агентов, характерном для CGE моделей и ранних моделей САРЭ.

Сейчас стали выясняться причины этого успеха.

В детерминированном случае принцип рациональных ожиданий приводит к модели **межвременного экономического равновесия**

Каждой агент, исходя из своих целей, возможностей и прогнозов, определяет свой спрос и предложение на продукты, ресурсы и финансовые инструменты в текущий и все будущие моменты времени, а потом прогнозы (единые для всех) определяются из условия согласования спроса и предложения опять-таки в текущий и все будущие моменты времени.

Естественные требования

- соответствия классической модели экономике совершенной конкуренции Эрроу-Дебре
- согласованности во времени;
- масштабной инвариантности

Приводят к **модели межвременного равновесия с управлением капиталом**

Математическая форма модели: общая задача агента

$$\bar{\theta}^a \bar{K} \rightarrow \max$$

двойственные переменные имеют смысл цен

$$\dot{\Phi}^a = \alpha \Phi^a + r x^a + p y^a - \bar{\theta}^a v,$$

$$\xi^a$$

$$\dot{x}^a = R x^a + P y^a + \Phi^a,$$

$$\psi^a$$

$$g(t, x^a, y^a, \Phi^a) \geq 0,$$

$$\varphi^a$$

$$g(t, \cdot, \cdot, \cdot) \text{ – вогнута и однородна } x^a \frac{\partial g}{\partial x^a} + y^a \frac{\partial g}{\partial y^a} + \Phi^a \frac{\partial g}{\partial \Phi^a} = g$$

- ❖ Задача агента – это неавтономная задача оптимального управления со смешанными ограничениями. Считаем возможным обойтись достаточными условиями оптимальности в форме Лагранжа

Система условий оптимальности – гамильтонова

$$\dot{\Psi} = \frac{\partial}{\partial \Psi} H(t, \mathbf{q}, \Psi) \quad \dot{\mathbf{q}} = - \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} H(t, \mathbf{q}, \Psi)$$

Это вызывает ассоциацию: «Динамическая система, типичные решения которой суть обратимые колебания или вращения вокруг положений равновесия с сохранением величин, связанных с симметриями системы».

Отличие от физики

- ❖ ~~Обратимости может не быть~~ вследствие неголономных связей
- ❖ Симметрий ожидать, вроде не приходится ввиду неавтономности системы, но **симметрия есть**. Ввиду того, что **управления экстенсивны**, а **возмущения** по большей части **интенсивны**, имеется **нарушенная симметрия инвариантности относительно растяжения «координат»**. Это позволяет определить **капитал агента** как стоимость его чистых активов, оцененных в двойственных ценах

$$\Omega^a(t) = \Phi^a + \frac{\psi^a x^a}{\xi^a} \quad \frac{d\Omega^a(t)}{dt} = \rho^a(t) \Omega^a(t) - \bar{\theta}^a v$$

Анализ выражения для **балансовой прибыли** $\rho^a(t) \Omega^a(t)$ обнаруживает полное соответствие бухгалтерским правилами исчисления этой величины

- ❖ **Динамической системы с вращениями нет**, поскольку типичные особые точки гамильтониана не центры, а седла. Импульсы ненаблюдаемы и неустойчивы. **Надо решать краевую задачу**
Но зато возникает неизвестное физике **магистральное свойство**:
Оптимальная траектория оказывается слабо зависящей от начальных и терминальных условий



Сильное магистральное свойство

Описание поведения банковской системы

Динамика ссуд

$$\frac{d}{dt} L(t) = (ML(k(t)) - \beta_l(t)) L(t)$$

Динамика ликвидности

$$\frac{d}{dt} W(t) = -\frac{MW(\rho(t)) W(t)}{\tau_w} + \frac{W(t)}{\tau_w} - \frac{\tau_s \beta_s(t) S(t)}{\tau_w}$$

Соотношение привлеченных и отвлеченных средств

$$E(t) = -\frac{-a_2 \zeta(t) - a_2 b_1 - a_1 \zeta(t) + a_1 \zeta(t) b_2 + a_1 r_s(t) a_2}{a_2 + a_1 \zeta(t)} + \frac{a_1 r_c(t) a_2}{a_2 + a_1 \zeta(t)} + \left(\frac{\tau_w a_2 r_s(t) a_1 - \tau_s a_2 \beta_s(t) a_1}{a_2 + a_1 \zeta(t)} - \frac{a_1 a_2 r_c(t) \tau_w}{a_2 + a_1 \zeta(t)} \right) \rho(t) + \frac{a_2 L(t)}{(a_2 + a_1 \zeta(t)) P(t)}$$

Динамика двойственной переменной к балансу ликвидности

$$\frac{d}{dt} \rho(t) = \frac{-b_1 + 1 - b_2 + \zeta(t) b_2 + a_1 r_s(t) + \zeta(t) b_1 - 2 \zeta(t) + r_s(t) a_2 + \zeta(t)^2}{\tau_w (a_2 + a_1 \zeta(t))} + \frac{a_1 (-1 + \zeta(t)) r_c(t)}{\tau_w (a_2 + a_1 \zeta(t))} + \rho(t)^2 + \left(\frac{-a_2 - a_1 \zeta(t) + a_2 \beta_s(t) \tau_s + a_1 \tau_s \beta_s(t) - a_1 r_s(t) \tau_w - a_2 \tau_w r_s(t)}{\tau_w (a_2 + a_1 \zeta(t))} - \frac{a_1 (-1 + \zeta(t)) r_c(t)}{a_2 + a_1 \zeta(t)} \right) \rho(t) + \frac{(-1 + \zeta(t)) L(t)}{\tau_w (a_2 + a_1 \zeta(t)) P(t)}$$

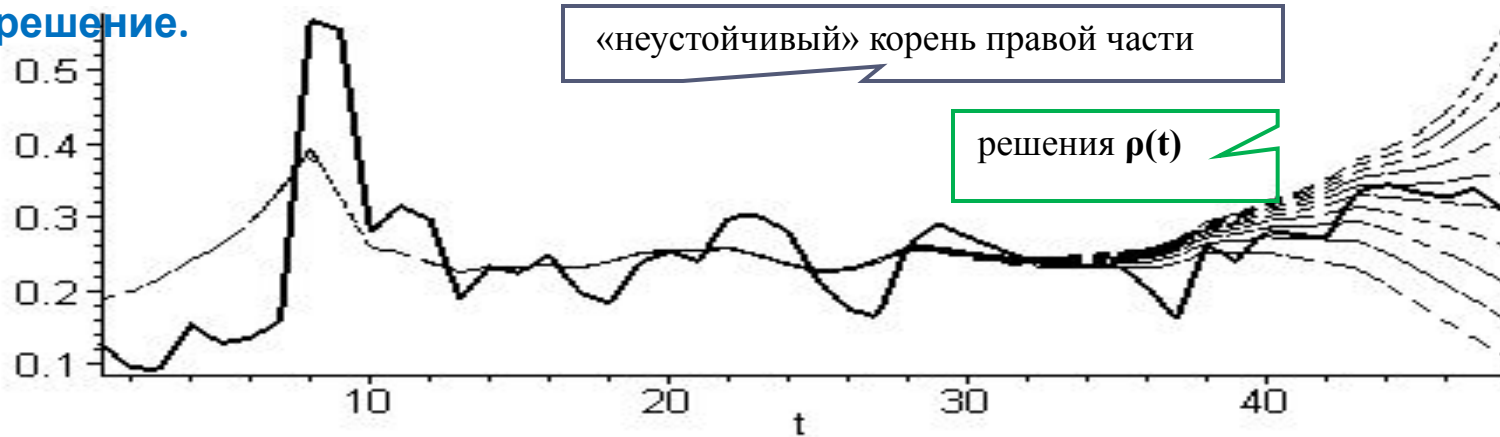
Динамика двойственной переменной к балансу ссуд

$$\frac{d}{dt} k(t) = -\frac{\zeta(t) b_2 + r_s(t) a_2 - \zeta(t) + \zeta(t)^2 + \zeta(t) b_1}{a_2 + a_1 \zeta(t)} + r_l(t) - \frac{\zeta(t) a_1 r_c(t)}{a_2 + a_1 \zeta(t)} + \beta_l(t) k(t) + \left(\frac{-\tau_s a_2 \beta_s(t) + \tau_w a_2 r_s(t)}{a_2 + a_1 \zeta(t)} - r_l(t) \tau_w + \frac{\zeta(t) a_1 r_c(t) \tau_w}{a_2 + a_1 \zeta(t)} + k(t) \right) \rho(t) - \frac{\zeta(t) L(t)}{(a_2 + a_1 \zeta(t)) P(t)}$$

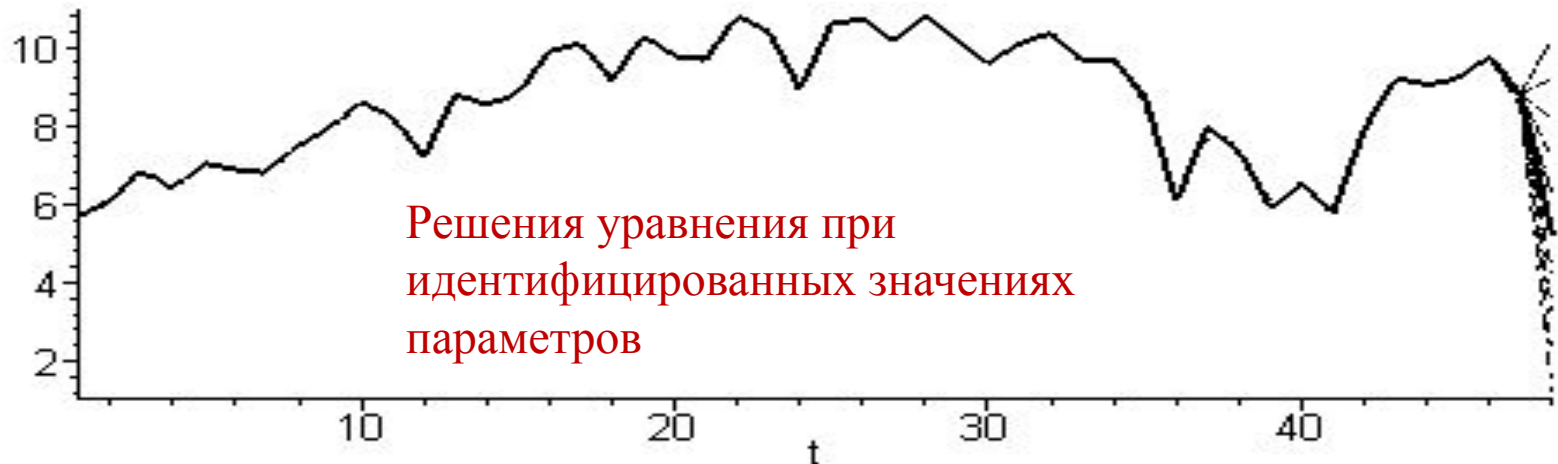


Сильное магистральное свойство

Для $\rho(t)$ и $k(t)$ есть только конечные значения, но в силу неустойчивости уравнений они не очень существенны. Фактически эти уравнения **имеют единственное «разумное» решение.**



Сильное магистральное свойство



Экономический антропный принцип !?

❖ Хотя задача о рациональном поведении агента ставилась в предположении знания будущих значений информационных переменных, на оптимальной траектории оставшиеся двойственные переменные определяются текущими значениями информационных переменных, и **рациональное поведение фактически описывается динамической системой**, а не краевой задачей

Возникает ощущение существования **«экономического антропного принципа»**: экономический механизм вступает в действие только тогда, когда его рациональное использование не требует слишком детального предвидения. Поэтому если в модели описывать не абстрактную, а реально наблюдаемую систему экономических механизмов, то в этой модели после идентификации проявится сильный магистральный эффект.



МИРОВОЙ ФИНАНСОВЫЙ КРИЗИС

1995

США импортируют мозги и экспортируют технологии.
На выручку покупают за границей материальные блага.
Производство выводится.
Население занимается обслуживанием друг друга

2000

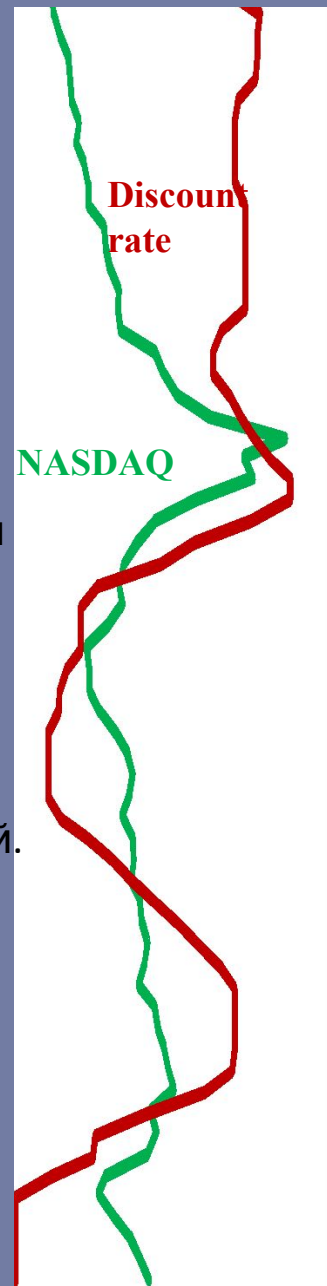
Развитие высоких технологий обернулось пузырем. Нового мотора экономики США не нашлось, хотя политика монетарного стимулирования доводится до абсурда

2003

Переход к кейнсианским механизмам стимулирования – **война в Ираке**
Неудачная попытка инициировать массовое строительство дешевой ипотекой.
Деривативы перекладывают неудачи в одних отраслей на другие.
Растущим остается только сырьевой рынок, искусственно подогреваемый алармизмом.

2008

Крах последнего – сырьевого -- рынка, переходящий в мировой кризис.
Повсеместное энергичное государственное стимулирование всеми методами



Типы моделей экономики

Макромодели

(модели целостных экономических систем)

Агрегирование ?

Микромодели

(модели типичных предприятий или рынков)

Типизация ?

Модели конкретных предприятий или рынков

Модели взаимодействия экономических агентов

Балансовые

Планирование в рамках технологических ограничений

«Теоретические»

формализация содержательных теорий

Имитационные

сборка из «простых» частей

Эконометрические

поиск устойчивых корреляций наблюдаемых показателей

Модели САРЭ с 1990х ВЦ

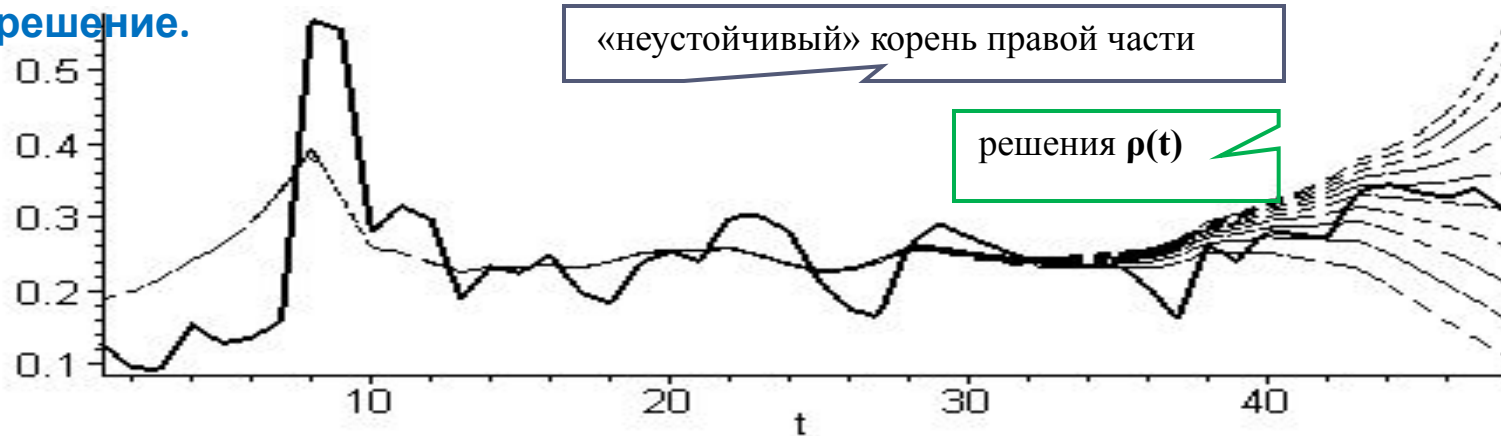
Учет сложившихся экономических отношений

Вычислимые модели равновесия с 1990х наиболее популярные

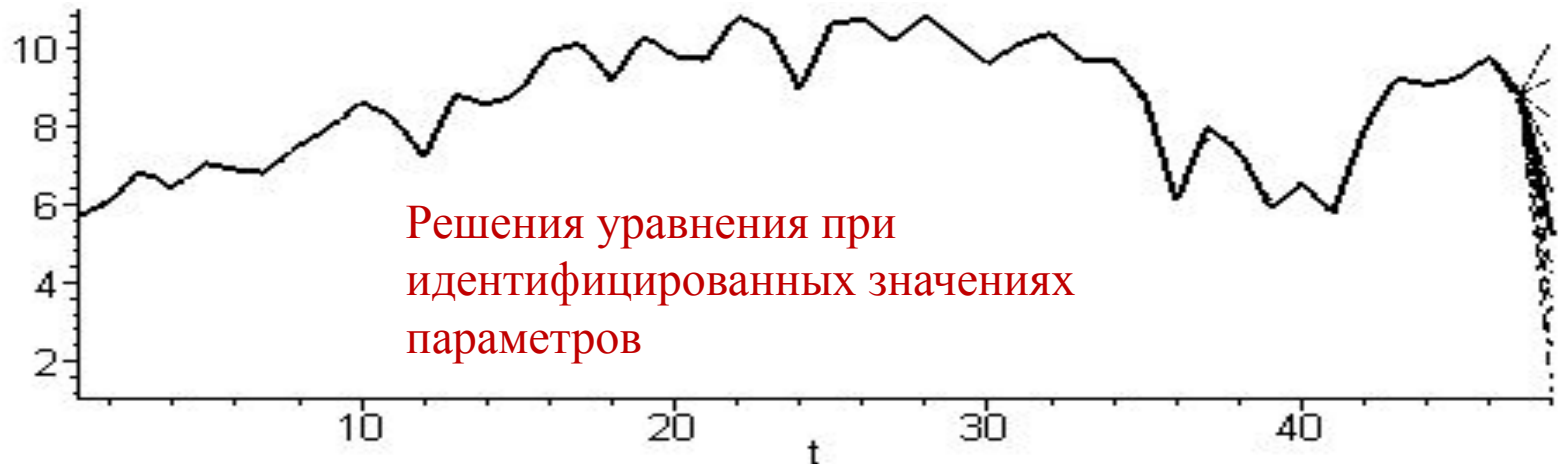
- **Динамическое равновесие** = баланс сил
- **Статистическое равновесие** = баланс вероятностей переходов
- **Экономическое равновесие** = баланс интересов субъектов

Магистральное свойство

Для $\rho(t)$ и $k(t)$ есть только конечные значения, но в силу неустойчивости уравнений они не очень существенны. Фактически эти уравнения **имеют единственное «разумное» решение.**



Сильное магистральное свойство



Экономический антропный принцип !?

- ❖ Хотя задача о рациональном поведении банка ставилась в предположении знания будущих значений информационных переменных, на оптимальной траектории оставшиеся двойственные переменные определяются текущими значениями информационных переменных, и **рациональное поведение банка фактически описывается динамической системой**, а не краевой задачей

Возникает ощущение существования **«экономического антропного принципа»**: экономический механизм вступает в действие только тогда, когда его рациональное использование не требует слишком детального предвидения. Поэтому если в модели описывать не абстрактную, а реально наблюдаемую систему экономических механизмов, то в этой модели после идентификации проявится сильный магистральный эффект.

Исходные представления

принцип рациональных ожиданий

В динамических моделях агент планирует свои действия на будущее, и, значит, должен прогнозировать будущие изменения конъюнктуры (информационных переменных).

Парадокс: мы строим модель, чтобы дать прогноз конъюнктуры, а для построения модели надо знать, как агенты конъюнктуру прогнозируют!

Радикальным решением этого парадокса служит принцип рациональных ожиданий. Наиболее просто он формулируется так: **Модельные агенты используют для своих прогнозов ту самую модель, которую мы строим!**

Принцип рациональных ожиданий, резонно вызывает сомнения, поскольку подразумевает, что модельные агенты «знают все наперед». Мы рискнули применить его к моделированию реальной российской экономики. В результате мы добились успеха большего, чем при феноменологическом упрощении описания поведения агентов, характерном для CGE моделей и ранних моделей САРЭ.

Сейчас стали выясняться причины этого успеха.

В детерминированном случае принцип рациональных ожиданий приводит к модели **межвременного экономического равновесия**

Каждой агент, исходя из своих целей, возможностей и прогнозов, определяет свой спрос и предложение на продукты, ресурсы и финансовые инструменты в текущий и все будущие моменты времени, а потом прогнозы (единые для всех) определяются из условия согласования спроса и предложения опять-таки в текущий и все будущие моменты времени.

Естественные требования

- соответствия классической модели экономике совершенной конкуренции Эрроу-Дебре
- согласованности во времени;
- масштабной инвариантности

Приводят к **модели межвременного равновесия с управлением капиталом**

- ❖ Добавим к системе материальных балансов
 - ограничения на возможные траектории выпусков и затрат и / или
 - оценки полезности траекторий потребленияи поставим задачу
 - **максимизации взвешенной суммы всех полезностей** при всех балансовых и технологических ограничениях
- ❖ Снимем ограничения на равенства отданных и полученных благ множителями Лагранжа и применим теорему о седловой точке. Тогда **задача оптимизации превратится в задачу об отыскании равновесия по Нэшу в некооперативной** игре следующих лиц.
 - **Производителей**, определяющих объемы производства и затрат так, чтобы максимизировать свою прибыль при заданных ценах в рамках отдельных групп технологических ограничений и отдающих прибыль потребителям по праву собственности.
 - **Потребителей**, определяющих объемы потребления так, чтобы максимизировать свою полезность при заданных ценах в рамках бюджетного ограничения.
 - **Торговцев**, определяющих цены так, чтобы максимизировать свою прибыль при заданных потоках спроса и предложения, и получающих в равновесии нулевую прибыль.
- ❖ **Роль цен** играют множители Лагранжа при ограничениях на равенство отданных и полученных благ. Если пренормировать эти цены так, чтобы они отражали текущую, а не приведенную к началу стоимость, то появится
 - **процент и Банк**, определяющих процент так, чтобы максимизировать свою прибыль при заданных потоках спроса и предложения кредитов.
 - Свобода нормировки цен (монетарного регулирования), которым занимается **ЦБ**.
- ❖ Если ввести **общественные блага**, то получим их оплату вкладчину (**налоги**) их единственного производителя – **Государство**.