

**РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ**  
**Факультет физико-математических и естественных наук**  
Направление: «Математика Прикладная математика»  
Кафедра «Нелинейного анализа и оптимизации»

**Выпускная работа магистра**  
**Односекторная модель экономики США**

Студент	Голенко Юлия Олеговна
---------	-----------------------

Группа	НМ-601
--------	--------

Научный руководитель	к.ф.м.н., доцент Н.Н.Оленев
----------------------	-----------------------------

Заведующий кафедрой	д.ф.м.н., профессор А.В. Арутюнов
---------------------	-----------------------------------

# Список литературы

---

1. Голенко Ю.О., Оленёв Н.Н. Производственная функция отрасли хозяйства с учетом изменения отдачи от производственных фондов// V Всероссийская научная конференция "Математическое моделирование развивающейся экономики, экологии и биотехнологий", ЭКОМОД-2010. Г.Киров, 5-11 июля 2010/ Сборник трудов. Киров: Изд-во ВятГУ, 2010. С.55-60
2. Оленев Н.Н. Параллельные вычисления в моделировании региональной экономики // V Всероссийская научная конференция "Математическое моделирование развивающейся экономики, экологии и биотехнологий", ЭКОМОД-2010. Г.Киров, 5-11 июля 2010/Сборник тезисов. - Киров: изд-во ВятГУ, 2010. С.27
3. Оленев Н.Н., Печенкин Р.В., Чернецов А.М. Параллельное программирование в MATLAB и его приложения. М.: ВЦ РАН. 2007. 120 с.
4. Оленев Н.Н. Оптимальная идентификация в моделях экономики //Общество, наука, инновации (НТК-2012) ежегод. открыт. всерос. науч.-технич. конф. 17-29 апр. 2012: сб. материалов /Вят. гос. ун-т; отв. ред. С.Г.Литвинец. - Киров, 2012.

# Оглавление

---

## Цель и задачи

1. Описание модели
2. Реализация задачи идентификации параметров модели
3. Результат идентификации модели

## Заключение

# Цель и задачи

---

- Целью данной работы является построение экономической модели, отражающей процессы, происходящие в экономике США, а также проведение сценарных расчетов с моделью.
  
- Основными задачами являются:
  - Получить законы, описывающие поведение основных макроэкономических показателей, характеризующих экономику США;
  - Экспериментально определить возможные интервалы изменения внешних параметров модели;
  - Провести численное решение системы дифференциальных уравнений, используемой при расчете макропоказателей;
  - Написать экспериментальную программу для численного нахождения значений основных макропоказателей и на основании ее тестирования сравнить расчетные и статистические временные ряды;
  - Сделать прогноз о возможном поведении исследуемых показателей на будущие годы.

# Описание модели



## Основные обозначения

$Y(t)$  Валовой Внутренний Продукт(ВВП)

$M(t)$  Суммарная производственная мощность

$J(t)$  Инвестиции

$I(t)$  Объем импорта

$C(t)$  Потребление населения

$E(t)$  Объем экспорта

$L(t)$  Рабочая сила (труд)

$p_I(t), p_J(t), p_C(t), p_E(t)$  индексы цен на импорт, , инвестиции, потребление, экспорт

$p_Y(t)$  дефлятор ВВП

$\pi_I(t), \pi_C(t), \pi_E(t), \pi_J(t)$  индексы относительных цен

В качестве базового года будем рассматривать 2000 год

# Описание модели

---

$$Y(t) = f(t, x)M(t)$$

$$M(t) = \int_{t-A(t,x)}^t m(t, \tau) d\tau,$$

производственной

где  $A(t,x)$  есть возраст самой старой

МОЩНОСТИ

$$f(t, x) = \begin{cases} 1 - \left[1 - \frac{1-\varepsilon}{v(t)} x\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} & 0 \leq x < 2v(t)/(1-\varepsilon) \\ 1, & x \geq 2v(t)/(1-\varepsilon). \end{cases}$$

макроэкономический баланс, выраженный в относительных ценах

$$Y(t) + \pi_I(t)I(t) = \pi_C(t)C(t) + \pi_J(t)J(t) + \pi_E(t)E(t)$$

# Описание модели

$$E(t) = \rho \frac{Y(t)}{\pi_E(t)}$$

Объем экспорта в постоянных ценах 2000г.  
 определяется как доля текущей стоимости экспорта в выпуске

$$J(t) = \delta \frac{Y(t) + \pi_I(t)I(t)}{\pi_J(t)}$$

Объем инвестиций в постоянных ценах 2000г.  
 определяется как доля текущей стоимости инвестиций в сумме выпуска и импорта

$$I(t) = \xi \frac{Y(t) - \sigma_E(t)E(t)}{\pi_I(t)}$$

Объем импорта в постоянных ценах 2000г.  
 можно определить как долю текущей стоимости разности выпуска и экспорта

импорта к

$$\begin{cases} dL / dt = \zeta L(t) \\ L(0) = L_0 \end{cases}$$

руд меняется с постоянным темпом  $\zeta > 0$  согласно

# Описание модели. Описание динамики производственных мощностей

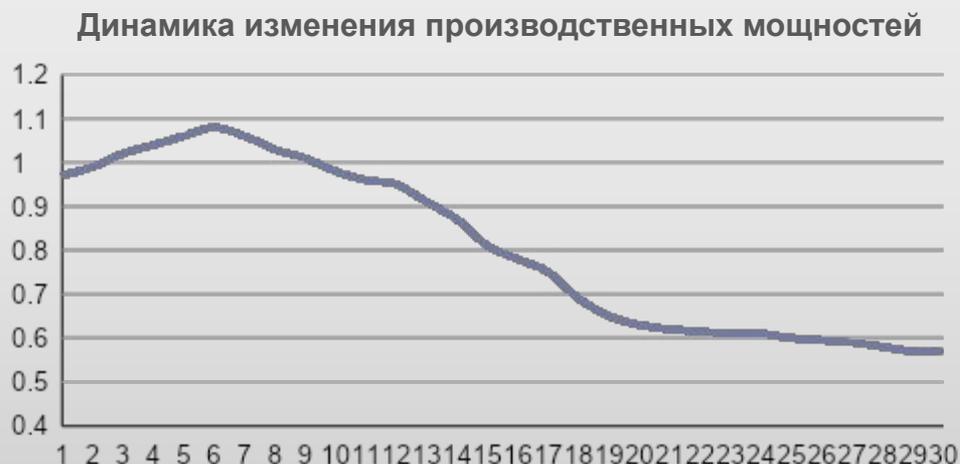
Процесс износа оборудования определяется согласно следующей гипотезе:

**Гипотеза:** число рабочих мест на производственной единице с течением времени остается неизменным, а выпуск продукции увеличивается с постоянным темпом  $\mu_+$  до момента времени  $t=a$  по закону:

$$m(t, \tau) = I(\tau) \times \exp[\mu_+(t - \tau)]$$

затем убывает с постоянным темпом  $\mu_-$  по закону:

$$m(t, \tau) = I(\tau) \times \exp[\mu_+ a] * \exp[-\mu_-(t - \tau)]$$



# Реализация задачи идентификации параметров модели

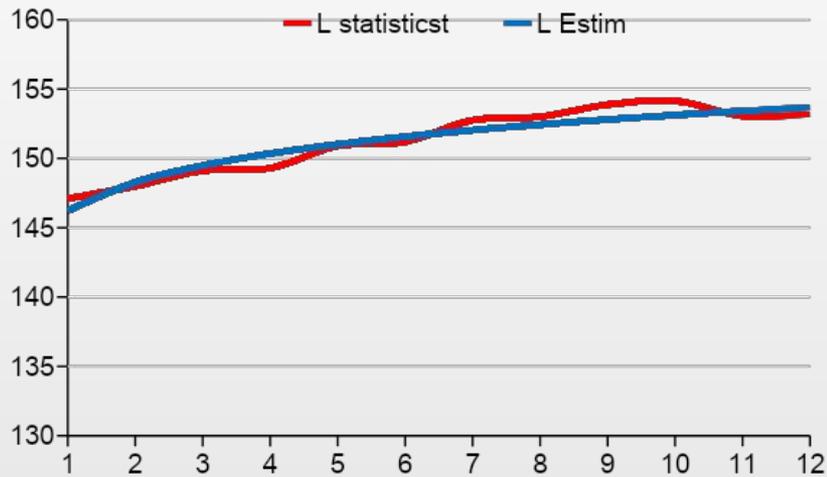
$$\begin{cases} \frac{\partial f(t, x)}{\partial x(t)} = \frac{1}{\lambda(t - A)} \\ x|_{t=2000} = x_0 \end{cases}$$

$$x(t) = \frac{\left( (1-2\varepsilon) \left( \frac{v^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} e^{\mu(\tau-t)}}{\mu} - c_1 \right) \right)^{\frac{\varepsilon}{2\varepsilon-1}} - \left( v(1-2\varepsilon) \left( \frac{v^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} e^{\mu(\tau-t)}}{\mu} - c_1 \right) \right)^{\frac{1}{2\varepsilon-1}}}{\varepsilon \left( (1-2\varepsilon) \left( \frac{v^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} e^{\mu(\tau-t)}}{\mu} - c_1 \right) \right)^{\frac{1}{2\varepsilon-1}} - \left( (1-2\varepsilon) \left( \frac{v^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} e^{\mu(\tau-t)}}{\mu} - c_1 \right) \right)^{\frac{1}{2\varepsilon-1}}}, \quad t - \tau \leq \text{при}$$

$$x(t) = \frac{\left( (1-2\varepsilon) \left( \frac{v^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} e^{-a\mu + \mu_-(t-\tau)}}{\mu_-} - c_2 \right) \right)^{\frac{\varepsilon}{2\varepsilon-1}} - \left( v(1-2\varepsilon) \left( \frac{v^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} e^{-a\mu + \mu_-(t-\tau)}}{\mu_-} - c_2 \right) \right)^{\frac{1}{2\varepsilon-1}}}{\varepsilon \left( (1-2\varepsilon) \left( \frac{v^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} e^{-a\mu + \mu_-(t-\tau)}}{\mu_-} - c_2 \right) \right)^{\frac{1}{2\varepsilon-1}} - \left( (1-2\varepsilon) \left( \frac{v^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} e^{-a\mu + \mu_-(t-\tau)}}{\mu_-} - c_2 \right) \right)^{\frac{1}{2\varepsilon-1}}}, \quad t - \tau > \text{при}$$

# Результат идентификации модели

**Labour, Labour st**  
in millions of people



**GDP estim and GDP stat**  
in billions of USD

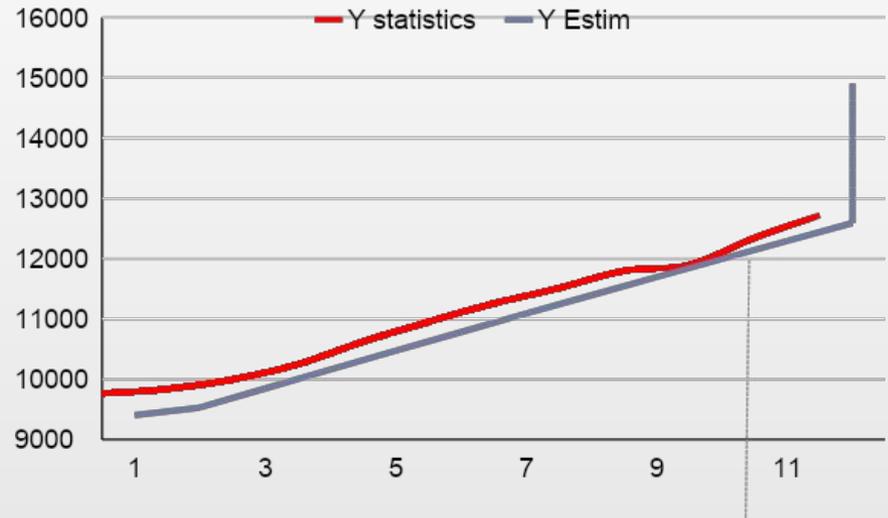


Рис.3.2.1 Оцениваемые и статистические ряды для труда.

Рис.3.2.2 Оцениваемые и статистические ряды для ВВП.

# Результат идентификации модели

**Export, Export st**  
in billions of USD

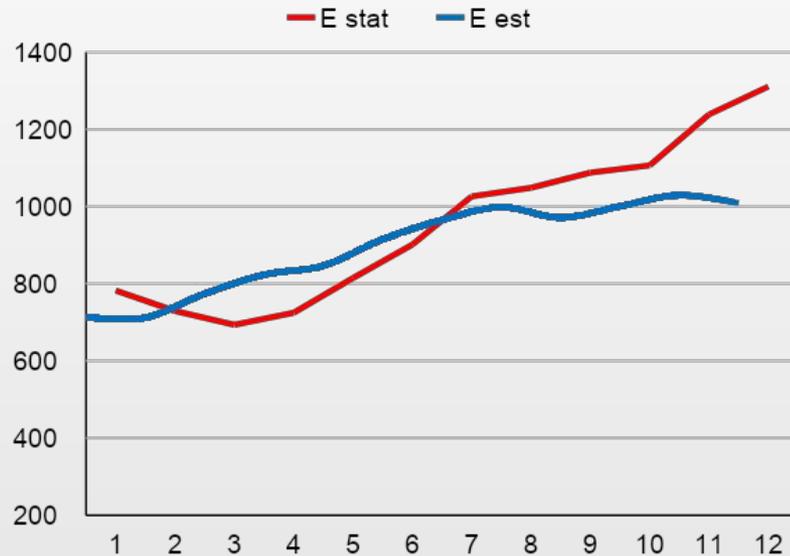


Рис.3.2.3 Оцениваемые и статистические для Экспорта.

**Import, Import st**  
in billions of USD

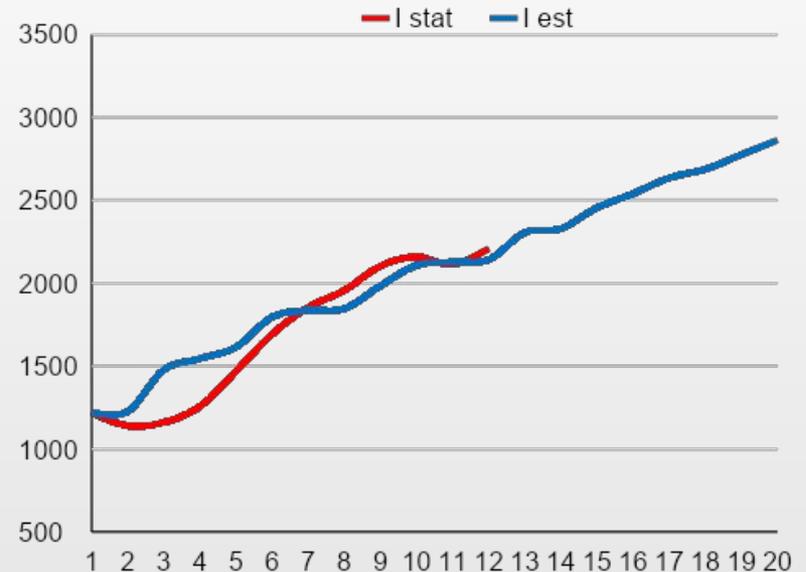


Рис.3.2.4 Оцениваемые и статистические для Импорта.

# Заключение

---

- В данной работе была построена односекторная модель экономики США, достаточно точно отражающая экономические макропоказатели. Для этого были решены следующие задачи:
- Получены законы, описывающие поведение основных макроэкономических показателей, характеризующих экономику США;
- Найдены статистические данные для основных макроэкономических показателей США;
- Экспериментально определены возможные интервалы изменения внешних параметров, необходимых для построения модели, что в некоторых случаях потребовало построения линий трендов для имеющейся статистики;
- Проведено численное решение системы дифференциальных уравнений для нахождения вспомогательной функции, используемой при расчете макропоказателей;
- Написана экспериментальная программа на стандартизированном процедурном языке программирования С для численного нахождения значений основных макропоказателей, входящих в модель;
- В результате запуска программы были получены наилучшие значения для основных параметров модели;
- По полученным значениям параметров построены расчетные временные ряды и проведено их сравнение со статистическими рядами;
- На основании близости расчетных и статистических временных рядов сделан прогноз о возможном поведении основных макроэкономических показателей на будущие годы.