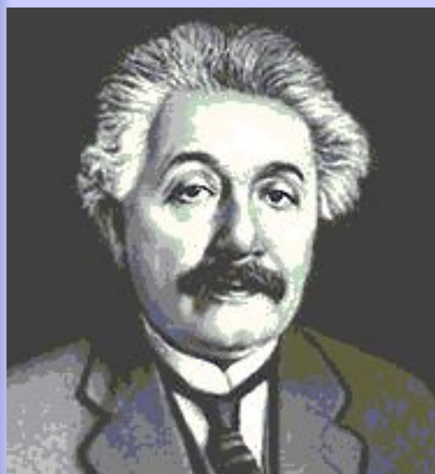
тригонометрические уравнения

Учитель математики
МОУ СОШ № 1
Тупикова Л. М.

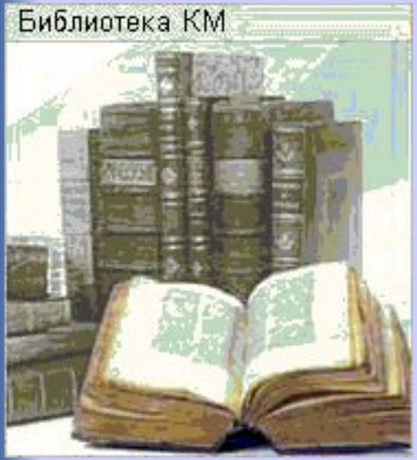


ходится делить время между
кой и уравнениями. Однако
ния, по-моему, гораздо важнее.
ка существует только для
момента, а уравнения будут
существовать вечно»

А. Эйнштейн

Проверь себя

№	Вариант №1	Вариант № 2
1	Нет решения	Нет решения
2	$\|a\| \leq 1$	$\|a\| \leq 1$
3	$x = \pm \arccos a + 2\pi n$	$X = (-1)^n \arcsin a + 2\pi n,$
4	На оси Ох	На оси ОУ
5	$[0;\pi]$	$[-\pi/2;\ \pi/2]$
6	$[-1;1]$	$[-1;1]$
7	$X = 2\pi n,\ n \in Z$	$X = \pi/2 + 2\pi n,\ n \in Z$
8	$X = \pi + 2\pi n,\ n \in Z$	$X = -\pi/2 + 2\pi n,\ n \in Z$
9	$X = \pi/2 + \pi n,\ n \in Z$	$X = \pi n,\ n \in Z$
10	$\pi - \arccos a$	$-\arcsin a$
11	$(-\pi/2;\ \pi/2)$	$(0;\ \pi)$
12	$X = \mathrm{arctg}\, a + \pi n, n \in Z$	$X = \mathrm{arcctg}\, a + \pi n, n \in Z$
13	$-\mathrm{arctg}\, a$	$\pi - \mathrm{arcctg}\, a$



«Дороги не те знания, которые откладываются в мозгу, как жир, дороги те, которые превращаются в умственные мышцы»

Герберт Спенсер

Метод, введения новой переменной

$2\sin^2 x-5\sin x+2=0$

<u>Решение.</u>

Пусть $\sin x=a$ ($|a|\leq 1$). $2a^2-5a+2=0$,

$D=9$, $a_1=2$, не удовлетворяет условию $|a|\leq 1$.

$a_2=1/2$.

Отсюда $\sin x=1/2$, $x=(-1)^n\,\pi/6+\pi n$, $n\in Z$.

<u>Ответ:</u> $x=(-1)^n\,\pi/6+\pi n$, $n\in Z$.

Метод разложения на множители

$2 \sin x \cos 5x - \cos 5x = 0.$

<u>Решение.</u>

$\cos 5x(2\sin x - 1) = 0.$

Произведение равно нулю тогда и только тогда, когда хотя бы один из множителей равен нулю, а другой при этом не теряет смысла.

$\cos 5x = 0$ или $\sin x = 1/2,$

$5x = \pi/2 + \pi k,$ $x = (-1)^n \pi/6 + \pi n,\ n \in Z.$

$x = \pi/10 + \pi k/5,\ k \in Z.$

<u>Ответ:</u> $x = \pi/10 + \pi k/5,\ k \in Z;$

$x = (-1)^n \pi/6 + \pi n,\ n \in Z.$

Однородное уравнение 1степени.

$\sin 2x+\cos 2x=0$.

Решение.

Разделим обе части уравнения почленно на $\cos 2x$. (если $\cos 2x=0$, то и $\sin 2x=0$, а это невозможно, так как $\cos 2x$ и $\sin 2x$ обращаются в нуль в различных точках.)

Получим: $tg2x+1=0$, $tg2x=-1$, $2x=arctg(-1)+\pi n$, $2x=-\pi\backslash 4+\pi n$, $x=-\pi\backslash 8+\pi n\backslash 2$.

Ответ: $x=-\pi\backslash 8+\pi n\backslash 2$.

Однородное уравнение **2** степени

$3\sin^2 x + \sin x \cos x = 2\cos^2 x$.

Решение.

Однородное тригонометрическое уравнение 2 степени. Разделим почленно обе части уравнения на $\cos^2 x$, где $\cos^2 x \neq 0$, (если $\cos^2 x=0$, то и $\sin^2 x=0$, что противоречит основному тригонометрическому тождеству $\cos^2 x + \sin^2 x=1$).

Получим $3tg^2 x + tg\, x – 2 = 0$.Пусть $tg\, x = a$, тогда имеем

$3a^2 + a – 2=0$,

$D = 25$, $a_1=-1$, $a_2= 2/3$.

Отсюда $tgx = -1$, $x = arctg\,(-1) +\pi n$, $n\in Z$, $x= - \pi/4 + \pi n$, $n\in Z$;

$tg\, x = 2/3$, $x = arctg\, 2/3 + \pi k$, $k\in Z$.

Ответ: $x= - \pi/4 + \pi n$, $n\in Z$;

$x = arctg\, 2/3 + \pi k$, $k\in Z$.

Уравнение **$a\cos x + b\sin x = c$,** где **$abc \neq 0$**

$\sqrt{3}\cos x + \sin x = 2$

Решение.

$a = \sqrt{3}$, $b = 1$, $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3+1} = 2$.

$\sqrt{3}/2 \cos x + \frac{1}{2}\sin x = 1$,

$\cos \pi/6 \cos x + \sin \pi/6 \sin x = 1$, $\cos(x - \pi/6) = 1$,

$x - \pi/6 = 2\pi n$, $n \in Z$, $x = \pi/6 + 2\pi n$, $n \in Z$.

Ответ: **$x = \pi/6 + 2\pi n$, $n \in Z$.**

Три «закона»

Первый: «Увидел сумму – делай произведение». Это относится к формулам для преобразований сумм $\sin\alpha \pm \sin\beta$, $\cos\alpha \pm \cos\beta$,

$\mathrm{tg}\,\alpha \pm \mathrm{tg}\,\beta$ в произведения.

Второй: «Увидел произведение – делай сумму». Это относится к формулам для преобразования произведений $\sin\alpha\ \sin\beta$, $\cos\alpha\ \cos\beta$, $\sin\alpha\ \cos\beta$ в суммы.

Третий: «Увидел квадрат – понижай степень». Это относится к формулам $\sin^2 x = 1 - \cos 2x/2$, $\cos^2 x = 1 + \cos 2x/2$.

Примите мой совет: если вы не знаете, с чего начать преобразование тригонометрического выражения, за что «зацепиться», то начинайте с одного из этих «законов», и в большинстве случаев (по крайней мере, на школьном уровне) всё пройдёт удачно