

ТЕОРИЯ РИСКА

Литература

1. Королев В.Ю., Бенинг В.Е., Шоргин С.Я. Математические основы теории риска. М. Физматлит, 2007.
2. Булинская Е.В. Теория риска и перестрахование. Учебное пособие. В 2 ч. - М.: Изд-во ММФ МГУ, 2001.
3. Мак Т. Математика рискованного страхования. М.: Олимп-Бизнес, 2005.
4. Фалин Г.И. Математический анализ рисков в страховании. М.: Российский юридический издательский дом, 1994.
5. Фалин Г.И. Математические основы теории страхования жизни и пенсионных схем. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1996.
6. Гербер Х. Математика страхования жизни. Пер. с англ./ под ред. Бирюкова П.А. – М.: Мир, 1995 г. 154 с.
7. Bowers, N.L., Gerber, H.U., Hickman, J.C., Jones, D.A., and Nesbitt, C.J.: Actuarial Mathematics. 2nd ed., Society of Actuaries. Schaumburg, Illinois, 1997.
8. C. D. Daykin, T.Pentikainen, M.Pesonen Practical Risk Theory for Actuaries. - Chapman and Hall, 1994.
9. Kaas R., Goovaerts M., Dhaene J., Denuit M. Modern Actuarial Risk Theory. Springer. 2008. 381 p.

Страховая математика

Страхование жизни

(life insurance)

Теория риска

(non-life insurance)

Страхователь:

До заключения договора – риск,
приводящий к потерям X

После заключения – избавил себя от риска

p – сумма, которую заплатил с.к.

Риск → страховой компании → Оценка
риска

Проблема обеспечения финансовой устойчивости с.к. – комплексная.

В рамках ТР разработана система понятий, моделей и методов, которые позволяют количественно оценивать фин. риски.

ТР входит в квал. экзамен актуариев:

экз.1 «Математические основы актуарной науки»;

экз.3 «Актуарные модели»;

экз.4 «Построение актуарных моделей».

Основные характерные черты ситуаций, связанных с риском

- случайный характер события, при котором возможны несколько исходов;
- наличие альтернативных решений;
- вероятность получения прибыли или возникновения убытков

Употребление слова «риск»

- вероятность получения прибыли или возникновения убытков
- вероятность возможных потерь, их размер, локализация и т.п. — характеристики рискованной ситуации.

Определение

РИСК (франц.),

- 1) в страховом деле: опасность, от которой производится страхование; иногда размер ответственности страховщика. Страхование м. б. произведено против Р. наступления смерти, пожара, градобития и т. п. За Р., который несет страховое учреждение (об-во), страхователь уплачивает страховую премию.
- 2) Различного рода случайности, сопряженные с деятельностью предпринимателя и обусловленные изменчивостью рыночной конъюнктуры.
- 3) В переносном смысле: действие наудачу; дело, пред- принятое на счастливую случайность. Рисковать – подвергать себя случайности, опасности.

Малая советская энциклопедия, ОГИЗ РСФСР, Москва, 1932.

Страховые риски

- риски, поступающие от страхователей
- собственные риски
 - технические
 - инвестиционные
 - нетехнические

Традиционные модели и задачи ТР

Элементарная составляющая страховщика - индивидуальный риск (страховое требование claim) равный итоговой сумме средств, выплаченных по некоторому договору страхования.

Убыток- условное значение величины иска при условии, что иск отличен от 0.

Классификация моделей риска

1. Модель индивидуальных потерь (статическая модель страхования)

- совокупность объектов сформирована одновременно,
- страховые премии собраны в момент формирования портфеля,
- срок действия всех договоров одинаковый
- в течении срока м. происходить стр. события, приводящие к убыткам с.к.

Классификация моделей риска

2. Модель коллективного риска

(динамическая модель страхования)

- договоры заключаются в моменты времени, образующие некоторый случайный процесс,
- каждый договор имеет свою длительность,
- в течении действия договора м. происходить стр. события, приводящие к убыткам с.к.

Задачи ТР

1. Вычисление распределения суммарного иска

- по итогам страх. деятельности по всему портфелю (инд. модель)
- по итогам страх. деятельности в течении некоторого интервала времени (колл. модель)

Задачи ТР

2. Вычисление (оценка) страховых премий, обеспечивающих заданную вероятность разорения страховщика

Разорение – событие, при котором

$$P(S > U) \geq 0$$

S – сумма выплат,

U – начальный резерв + собранные премии

Страховая премия – часть полного взноса страхователя (брутто-премии), которая зачисляется в страховой фонд, т.е. в фонд, предназначенный для покрытия будущих страховых выплат

При вычислении $P(S > U)$

- Для модели ИР

Достаточно рассмотреть итоговые суммы убытков и страховых премий по всему портфелю

При вычислении $P(S > U)$

- Для модели КР

1. Вероятность разорения в данный момент времени;
2. Вероятность разорения на фиксированном конечно интервале времени
(вероятность того, что в течении рассматриваемого интервала времени сумма убытков хотя бы 1 раз превзойдет S)
3. На бесконечном интервале времени
(когда-нибудь сумма убытков превзойдет S)

Основные задачи теории ИР

● **Объект исследования** –

распределение сл. в. итогового страхового фонда или остатка средств страховой компании по некоторому фиксированному множеству договоров (портфелю):

$$R = r + \sum_{j=1}^N Z_j - \sum_{j=1}^N Y_j$$

r – начальный капитал

N – кол-во договоров страхования

Z_j - часть полной страховой премии, зачисл. в страховой фонд по j -му договору

Y_j - полные величины выплат по всем договорам портфеля

Пусть в $t = 0$ начинается формирование портфеля, существует кон. момент $t = t_0$, к которому формирование портфеля заканчивается.

Пусть характер процесса заключения договоров на $[0, t_0]$ не имеет значения для распределения сл. в. R

Игнорируется поведение страх. фонда на $[0, t_0]$

В литературе **внимание** обращается на

- явное вычисление распределения суммарного иска при заданных распределениях индивидуальных исков,
- простейшие асимптотические формулы,
- сравнение рискованных ситуаций,
- оценивание риска, функций полезности, эмпирических принципов выбора страховых взносов.

Критика подхода, связанного с применением аппроксимаций для распределения суммарного иска.

Главный недостаток - недостаточная точность соответствующих приближенных формул и отсутствие приемлемых оценок точности аппроксимации (Bowers).

Асимптотика распределения случайной величины R

Использование **нормальной аппроксимации** для распределения суммарного иска не является идеальным подходом, поскольку реальное распределение обладает положительной асимметрией, которой нет у нормального распределения (Bowers).

Выход – использование, например, «сдвинутого» гамма-распределения

Основные задачи теории КР

Под **процессом риска** мы будем понимать процесс изменения капитала, принадлежащего страховой компании.

Причины изменения капитала:

- 1) он увеличивается благодаря поступлению взносов от клиентов (страховых премий)
- 2) уменьшается из-за страховых выплат.

Страховые премии описываются детерминированной (неслучайной) функцией времени.

Процесс страховых выплат случайный.

Т.о., процесс риска является стохастическим процессом.

Основная цель изучения процессов риска – оптимизация параметров деятельности страховых компаний, например, страховых тарифов и/или страховых выплат.

Критерии оптимальности

Например,

- 1) - определить вероятностное распределение суммарных страховых выплат за рассматриваемый промежуток времени
 - вычислить размер страховых премий, гарантирующий желаемый объем резерва с требуемым уровнем достоверности.

методы предельных теорем теории вероятностей
- 2) - вероятность разорения (вероятность того, что процесс риска опустится ниже некоторого уровня в течение определенного промежутка времени (конечного или бесконечного).)
 - задачи, связанные с изучением вероятности разорения.

Вероятность разорения рассматривается как функция основных параметров процесса риска.

Э. Ф. Лундберг - первые оценки этой вероятности

Г. Крамер - систематическое изучение вероятности разорения, поведение вероятности разорения в зависимости от величины начального капитала

Для подавляющего большинства моделей отсутствуют явные замкнутые формулы для вероятности разорения. Это приводит к необходимости построения различных аппроксимаций.

Аппроксимации:

- 1) формулы, приближающие вероятность разорения с помощью асимптотических выражений (например, формула Крамера-Лундберга).
- 2) приближения, основанные на функциональных предельных теоремах