

# Статистика и вероятность в школе

## Глава IV. Случайная изменчивость



# Содержание

- Случайная изменчивость
- Примеры случайной изменчивости
- Рост человека
- Точность измерений

# Случайная изменчивость

- В жизни всегда можно встретиться с величинами, которые часто изменяются.
- Почему это происходит?
- Иногда мы можем указать причины подобных изменений, а порой они нам неизвестны вовсе.
- Поэтому для описания изменчивости данных используют понятие случайной изменчивости.
- Что это такое ?
- Ответ найдем, если рассмотрим некоторые практические примеры.

# Примеры случайной изменчивости

## Колебания напряжения в бытовых электрических сетях

- В дневное время, в случайно (бессистемно) выбранные моменты времени, измерили напряжение (в вольтах) в бытовой сети



225 В,	227 В,	225 В,	228 В,	225 В,
228 В,	218 В,	217 В,	218 В,	220 В,
223 В,	225 В,	216 В,	222 В,	224 В,
220 В,	218 В,	221 В,	220 В,	216 В,
214 В,	219 В,	231 В,	228 В,	227 В.



- Заметим, что в измерениях напряжения последняя цифра все время изменяется на две-три единицы. Поэтому берут среднее значение быстро меняющихся показаний вольтметра. Оно редко равно 220.
- Напряжение сети понижается в моменты, когда в квартире или в доме включаются дополнительные электрические приборы.
- Моменты включения и выключения электроприборов являются случайными и приводят к случайной изменчивости напряжения.
- Электрические приборы при небольших отклонениях напряжения от 220 работают исправно, а при значительных колебаниях напряжения могут прийти в негодность.

# Примеры случайной изменчивости



## Урожайность зерновых культур

В таблице представлены данные об урожайности зерновых культур в России в центнерах с гектара

Урожайность зерновых культур в России в 1992-2001 гг. (вес после доработки)										
Год	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Урожайность, ц/га	18, 0	17, 1	15, 3	13, 1	14, 9	17, 8	12, 9	14, 4	15, 6	19, 4

Урожайность зерновых культур — *изменчивая величина*. Ее значение зависит от многих причин, главные из которых — погодные условия и деятельность человека (удобрения, выбор посевного материала и сроков сева, совершенство уборочной техники). Можно найти в этой изменчивости закономерности? Проведите анализ данных в таблице.



# Примеры случайной изменчивости

## Массовое производство

Вес шоколадного батончика отличается от номинальной массы 50г (на обертке написано), при взвешивании отличается на 1, 5 грамма. .

Ситуация встречается при массовом производстве различных изделий.

Если отклонение не сильно отличается от заданного стандарта, т. е. находится в пределах установленной нормы (допуска), то такое изделие считается годным.

Такие изделия идут в продажу или дальнейшее производство.

Изделия, для которых отклонения превышают допуск, считаются бракованными.



# Рост человека

- Невозможно заранее предсказать рост незнакомого человека.
- Для исследователя эта величина случайная.
- Но если измерить рост многих людей (тоже выбранных случайно), то станет видна закономерность.
- Чтобы в этом убедиться, мы последовательно обсудим данные о росте человека по малому, среднему и большому числу наблюдений.



# Малая выборка.

В таблице приведен рост (в сантиметрах) десяти случайно выбранных девушек.

Рост 10 случайно выбранных девушек, см (первая группа)									
164	170	160	163	170	171	166	169	166	165



Рост человека изменчив. Среднее арифметическое этого набора чисел равно 166, 4 см, а медиана — 166 см. Размах чисел в этой таблице равен 11 см. Следовательно, среднее арифметическое и медиана более устойчивы, чем результаты отдельных измерений. Это — единственная закономерность.



# Средняя выборка

Пополним наш запас наблюдений. К десяти значениям роста добавим еще тридцать значений новых наблюдений и занесем их в таблицу.

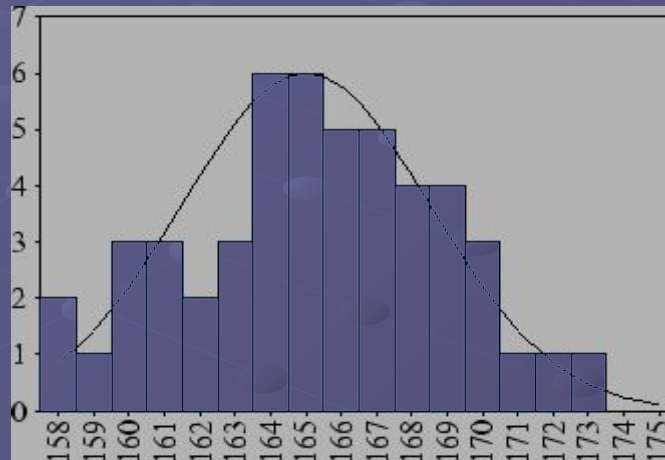
Рост 50 случайно выбранных девушек, см									
164	170	160	163	170	171	166	169	166	165
167	164	168	164	167	165	164	158	159	167
161	169	162	170	168	165	165	166	164	173
158	166	168	167	161	167	165	168	165	164
163	169	161	162	163	160	166	169	172	160

Среднее значение роста в этой выборке равно 165,3 см, а медиана — 165 см. Эти значения мало отличаются от тех, что были получены для первых двух выборок. А вот размах колебаний роста увеличился до 15 см. Это естественно. Чем больше человек мы случайно выбираем, тем больше шансы, что среди них попадутся более высокие и более низкие люди.

Поэтому размах значений роста может увеличиваться, а среднее значение роста остается практически неизменным.

# Средняя выборка.

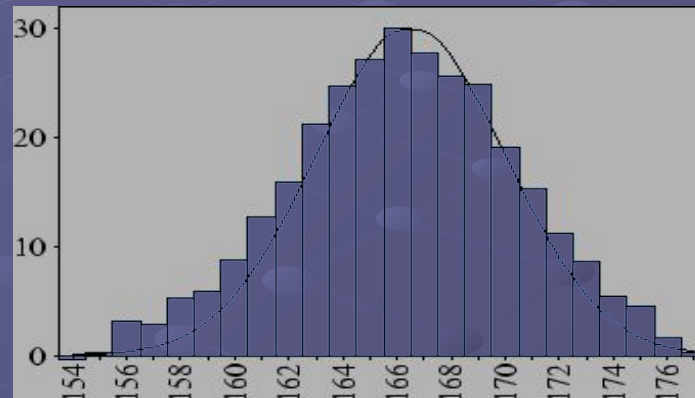
- Лучше представить набор этих чисел наглядно, например, в виде столбиковой диаграммы.
- По оси абсцисс будем откладывать рост, начиная с наименьшего значения 158 см, с шагом 1 см.
- Высота столбика будет показывать, сколько в выборке девушек с заданным ростом.



- На диаграмме видно, что девушек с ростом около 165 см больше, чем девушек, рост которых сильно отклоняется от среднего значения.
- Получившаяся диаграмма по форме отдаленно напоминает колоколообразную кривую.

# Большая выборка

- Добавим к уже имеющимся 50 наблюдениям еще 250 новых данных.
- Теперь в нашей выборке 300 чисел — рост 300 наудачу выбранных девушек.
- Еще раз построим столбиковую диаграмму числа девушек с заданным ростом (диаграмма 2).
- Ее сходство с колоколообразной кривой усилилось.



- Итак, поведение изменчивых величин в больших наборах наблюдений становится предсказуемым.
- Зная форму колоколообразной кривой, можно примерно указать число девушек в большой выборке, рост которых находится в заданных пределах.
- Например, можно утверждать, что доля девушек с ростом от 162 до 170 см составляет около 70 %, а тех, чей рост превышает 170 см, — около 15 %.

# Большая выборка (вывод)

- Форму и положение этой кривой можно задать с помощью двух чисел: среднего значения и дисперсии набора наблюдений.
- **Среднее значение** указывает на горизонтальной оси точку, в которой колоколообразная кривая имеет наибольшее значение. Средний рост девушек равен примерно 166 см.
- **Дисперсия** показывает величину отклонений наблюдений от среднего. Чем она больше, тем более пологой выглядит колоколообразная кривая. При маленькой дисперсии колоколообразная кривая, наоборот, становится острроверхой. Все наблюдения при этом лежат близко к своему среднему значению.
- Практический опыт показывает, что не только рост людей подчиняется подобной закономерности.
- Точно так же описывается изменчивость массы батончиков, параметров продукции при массовом производстве, размеров листьев на деревьях и многих других величин.
- Это пример одной из закономерностей, которые *присущи случайной изменчивости*. Эти явления мы будем изучать в дальнейшем в курсе теории вероятностей.



# Точность измерений.

- Росте человека, мы округляем данные до сантиметра. Рост может быть выражен любым числом, и нетрудно измерить рост с большой точностью.
- Причина округления значения роста до сантиметров – это не полная определенность самого понятия "рост человека" и то, что принятая точность измерения достаточна для практических нужд.
- Дело в том, что рост человека утром больше, чем вечером.
- Зачем вообще измерять рост человека? Измерения роста, окружности груди, талии, бедер нужны не столько покупателям, сколько изготовителям одежды. В зависимости от того, как часто встречаются различные комбинации этих параметров, надо изготавливать в определенных пропорциях одежду тех или иных размеров.
- Точность роста при пошиве готовой одежды составляет обычно 6 см, т. е. значительно больше, чем один сантиметр. Поэтому измерение роста с точностью до 1 сантиметра вполне достаточно.





# Точность измерений

- **Измерение результатов бега школьников на уроке физкультуры**

Цена деления ручного механического секундомера — одна десятая секунды. Таким секундомером можно измерить, как быстро школьник пробегает 60 метров. Разброс результатов школьников достаточно велик — 2-3 секунды, и не составляет труда сказать, кто из школьников самый быстрый, а кто занял второе или третье место. Нужен ли более точный секундомер для измерения времени бега школьников? Скорее всего, нет. Ведь на результаты этого измерения влияет неточность включения секундомера по команде "марш" и неточность фиксирования момента финиша. Неточности судьи-человека при этом составляют примерно ту же одну десятую долю секунды. Поэтому более высокая точность ручного механического секундомера не нужна.

- **Измерение результатов бега спортсменов на чемпионатах**

На чемпионате мира по бегу результаты у бегунов измеряют специальные электронные системы для фиксирования времени старта и финиша. В таких системах ошибки судьи отсутствуют. Точность измерения электронных систем на чемпионатах мира составляет одну сотую долю секунды. Если и ее оказывается недостаточно, то судьи изучают результаты фотофиниша, чтобы определить победителя.



# Точность измерений

- Приведенные примеры говорят о том, что выбирать точность измерения надо так, чтобы неизбежные округления не влияли на последующие выводы.
- Точность измерения для разных величин должна быть разной и что слишком большая точность даже может быть вредна.

