Санкт-Петербургский государственный университет
информационных технологий, механики и оптики

Кафедра фотоники и оптоинформатики

А.В.Павлов

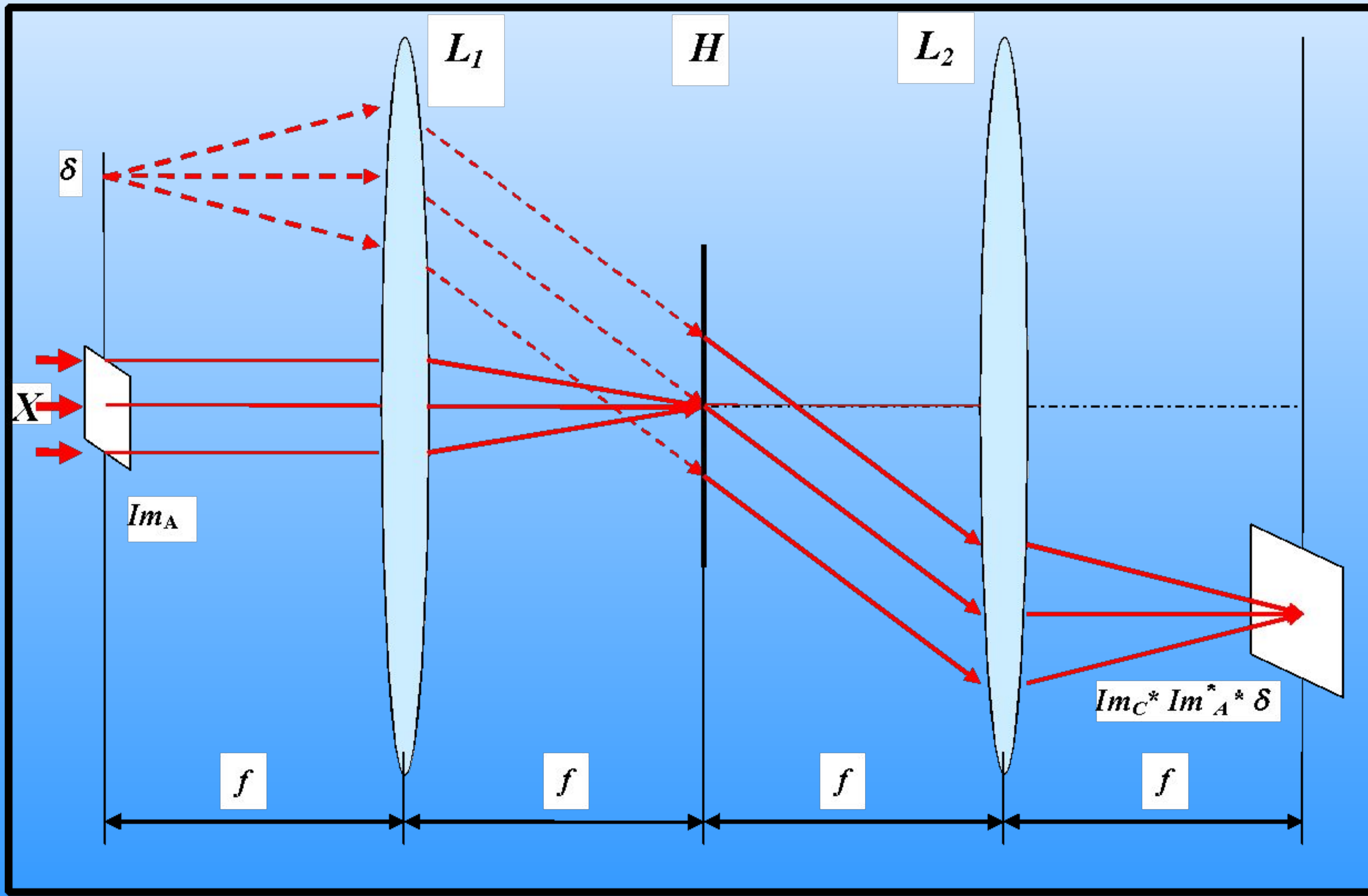
Обработка информации оптическими методами

Тема 1.1

Отношение сигнал/помеха при корреляционном сравнении изображений.

Санкт-Петербург, 2008

Голографический коррелятор Ван дер Люгта



Автокорреляционные функции

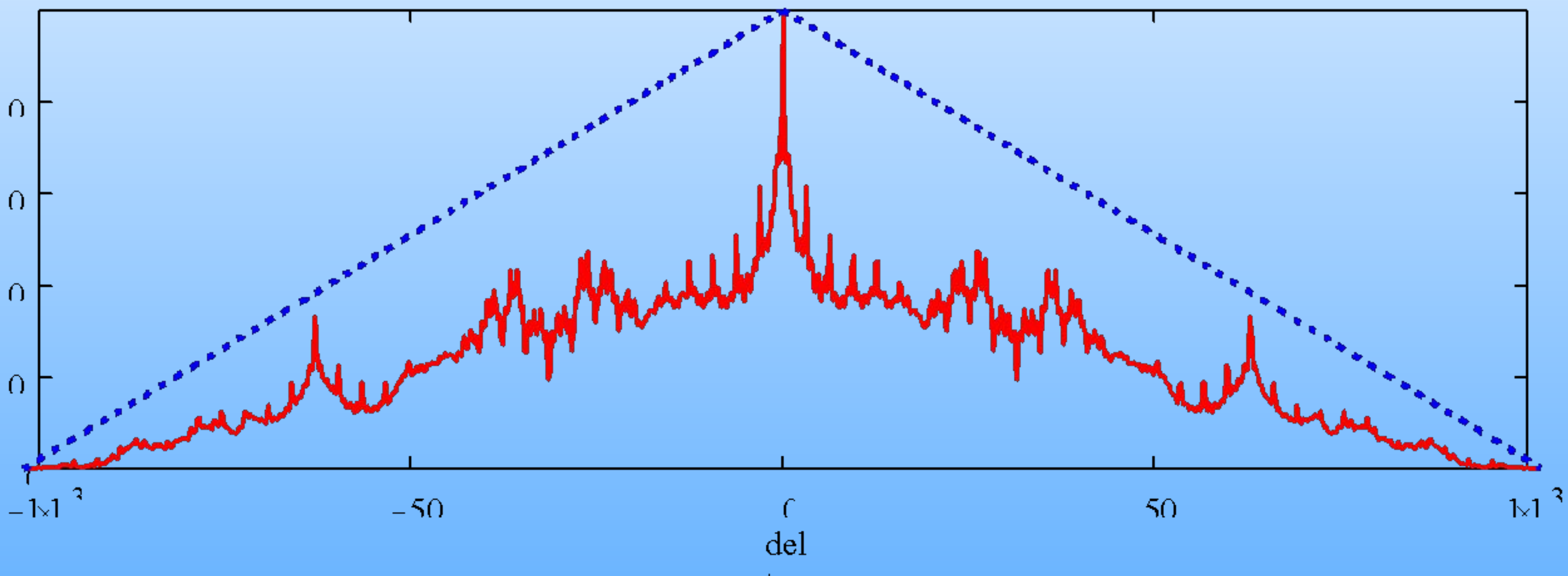


Рис.3.1. Автокорреляционные функции сложного сигнала (сплошная кривая) и прямоугольного импульса (штриховая линия).

АКФ и ВКФ

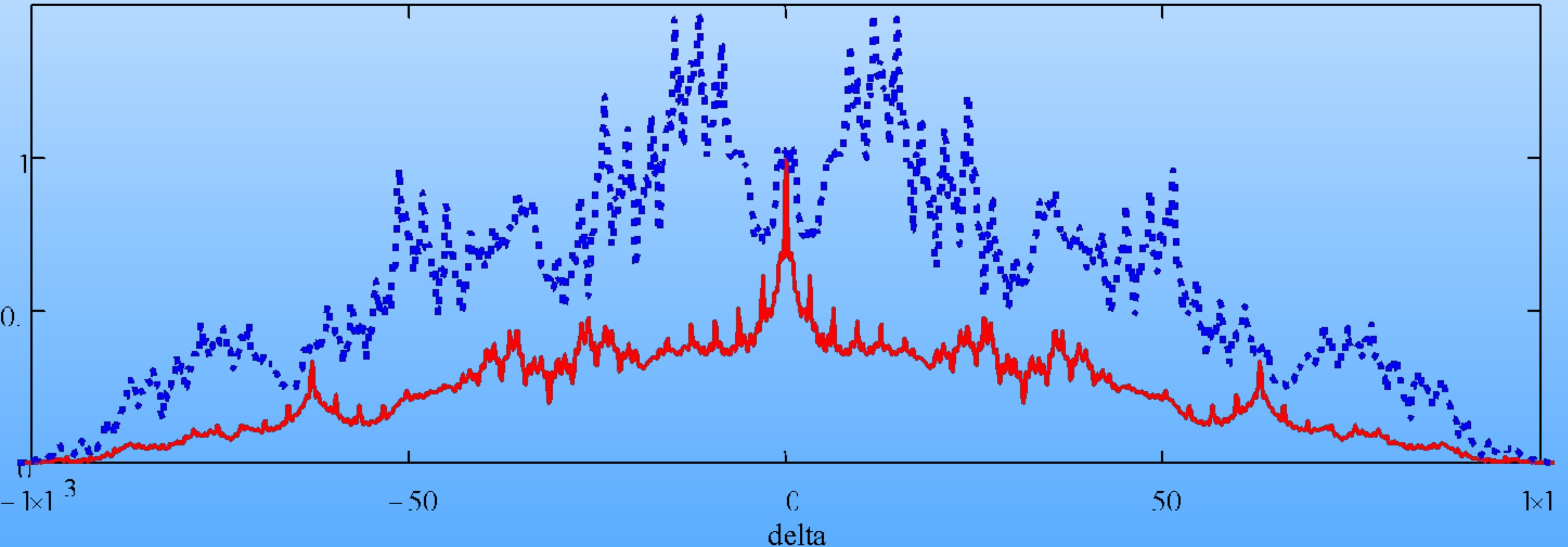
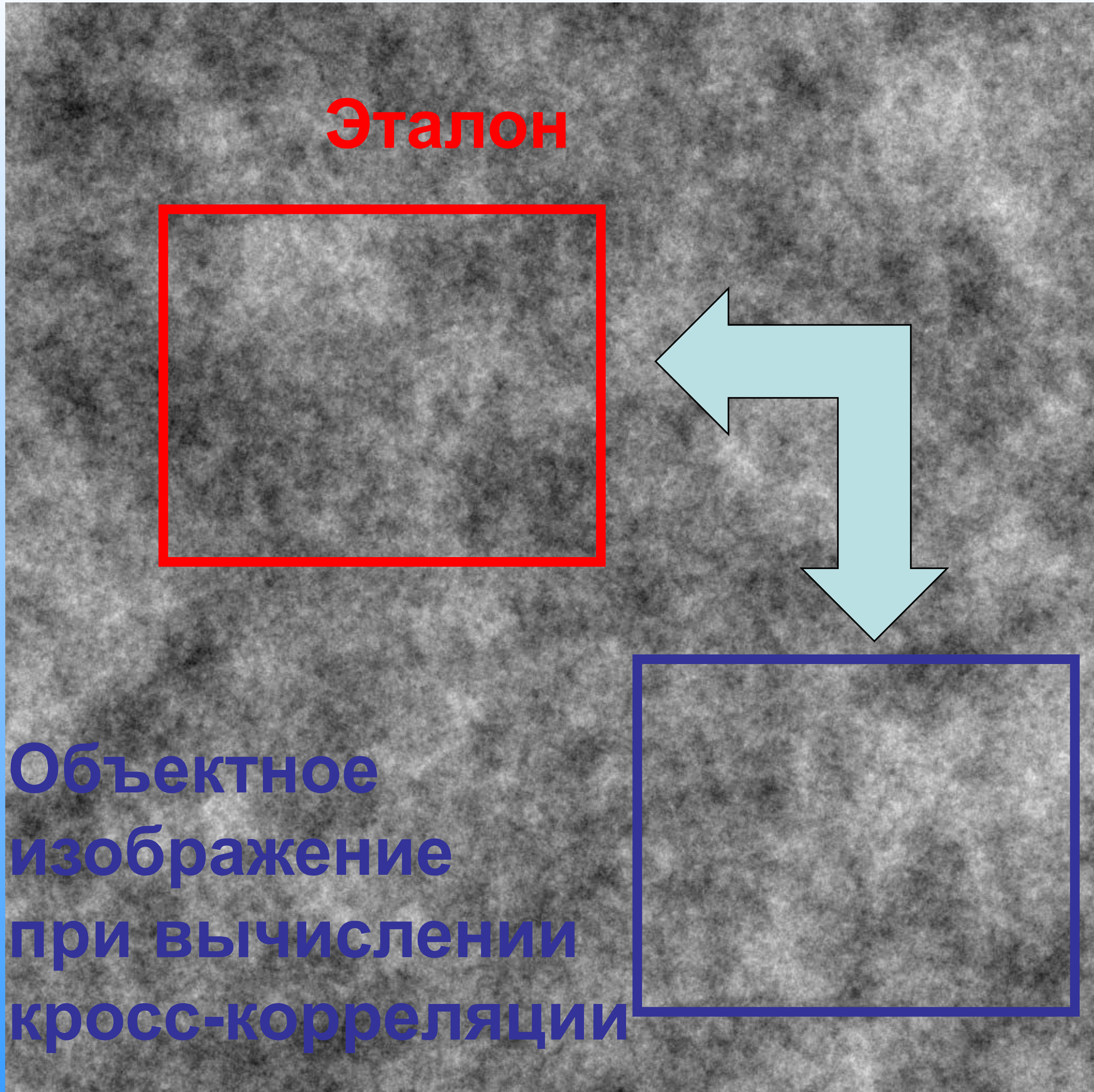


Рис.3.3. АКФ (сплошная линия) и ВКФ (пунктир)


Эталон
Объектное изображение при вычислении кросс-корреляции

Опознавание осуществляется на основании вычисления функции взаимной корреляции

$$K\left(\Delta_x,\Delta_y\right)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}c\left(x,y\right)E_R\left(x,y\right)E\left(x+\Delta_x,y+\Delta_y\right)dxdy$$

средняя величина отношения сигнал/помеха по энергии

$$\boxed{V_0=\frac{\left\langle K\left(0,0\right)\right\rangle^2}{\mu^2}}$$

Математическое ожидание функции взаимной корреляции по множеству реализаций случайного поля

$$\left\langle K\left(\Delta_x,\Delta_y\right)\right\rangle = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} c\left(x,y\right)\left\langle E_R\left(x,y\right)E\left(x+\Delta_x,y+\Delta_y\right)\right\rangle dxdy =$$

$$= R\left(\Delta_x,\Delta_y\right)\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} c\left(x,y\right)dxdy = S_R R\left(\Delta_x,\Delta_y\right)$$

максимальное значение в среднем

$$\left\langle K\left(0,0\right)\right\rangle = R\left(0,0\right)\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} c\left(x,y\right)dxdy = \sigma^2 S_R = W$$

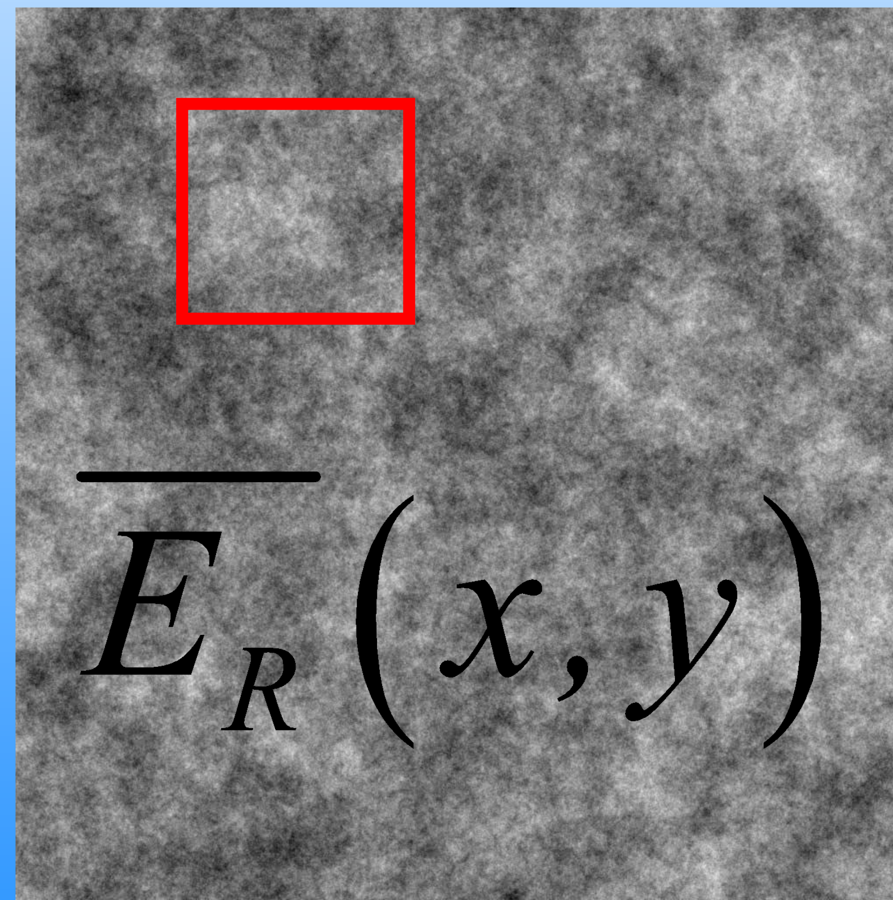
Средний по ансамблю квадрат помехи

$$\mu^2 = \left\langle \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} c(x_1,y_1)\,c(x_2,y_2)\,E_R(x_1,y_1)\,E_R(x_2,y_2)\,\overline{E_R}(x_1+\Delta_x,y_1+\Delta_y)\,\overline{E_R}(x_2+\Delta_x,y_2+\Delta_y)\,dx_1dy_1dx_2dy_2 \right\rangle =$$

$$= \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} c(x_1,y_1)\,c(x_2,y_2)\,R^2(x_2-x_1,y_2-y_1)\,dx_1dy_1dx_2dy_2 =$$

$$= \int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} R^2(\Delta_x,\Delta_y)\,R_c(\Delta_x,\Delta_y)\,d\Delta_x d\Delta_y$$

$E_R(x,y)$



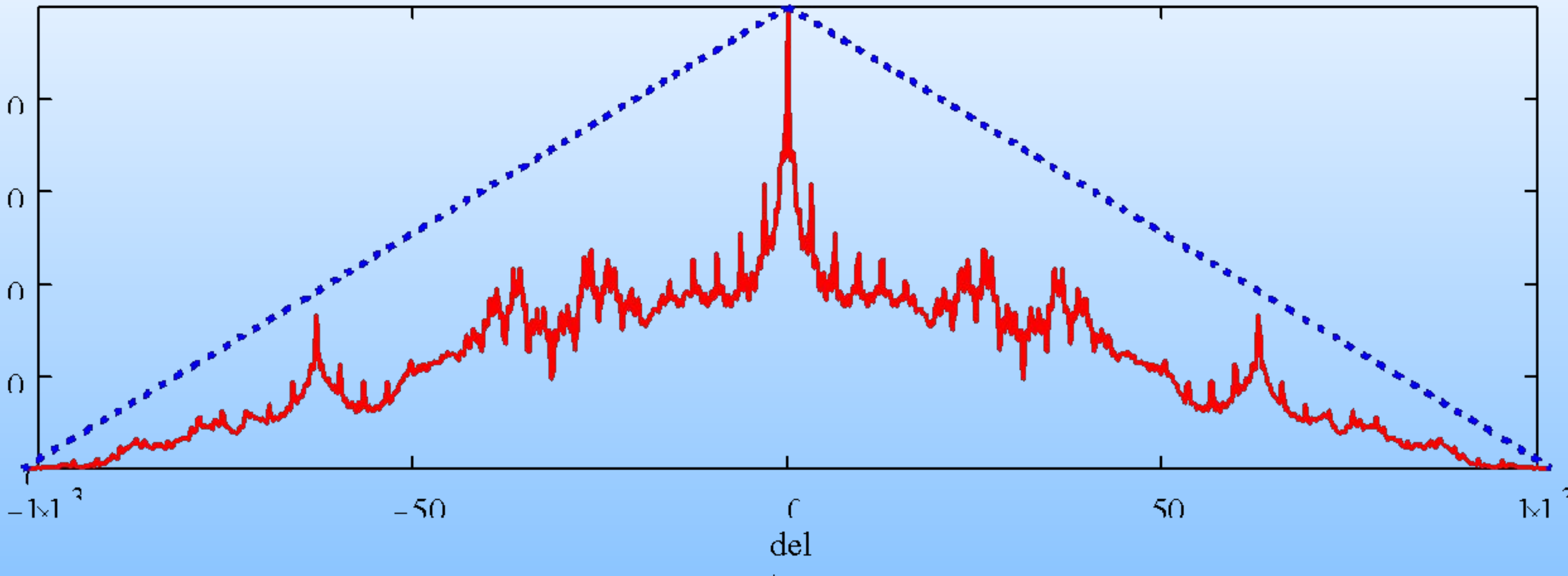


Рис.3.1. Автокорреляционные функции сложного сигнала (сплошная кривая) и прямоугольного импульса (штриховая линия).

$$r << L$$

$$\mu^2 \approx R_c(0,0)\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} R_R\left(\Delta_x,\Delta_y\right)d\Delta_x d\Delta_y = 2\pi\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} c^2(x,y)dxdy\int_0^{\infty} rR^2(r)dr =$$

$$= 2\pi S_R\sigma^4\int_0^{\infty} r\rho^2(r)dr = 2\pi k S_R\sigma^4 r^2 = 2kW^2\frac{S_k}{S_R}$$

$$\boxed{V_0 \approx \frac{1}{2k}\frac{S_R}{S_k}}$$

Строчный коррелятор

Кадровое окно $$c(x) = Rect\left(\frac{x}{2L}\right)$$

Функция автокорреляции кадрового окна $$R_c(\Delta_x) = 2L\Lambda\left(\frac{\Delta_x}{2L}\right)$$

Корреляционная функция поля $$R(\Delta_x) = \sigma^2 exp\left(-\frac{\Delta_x}{r}\right)$$

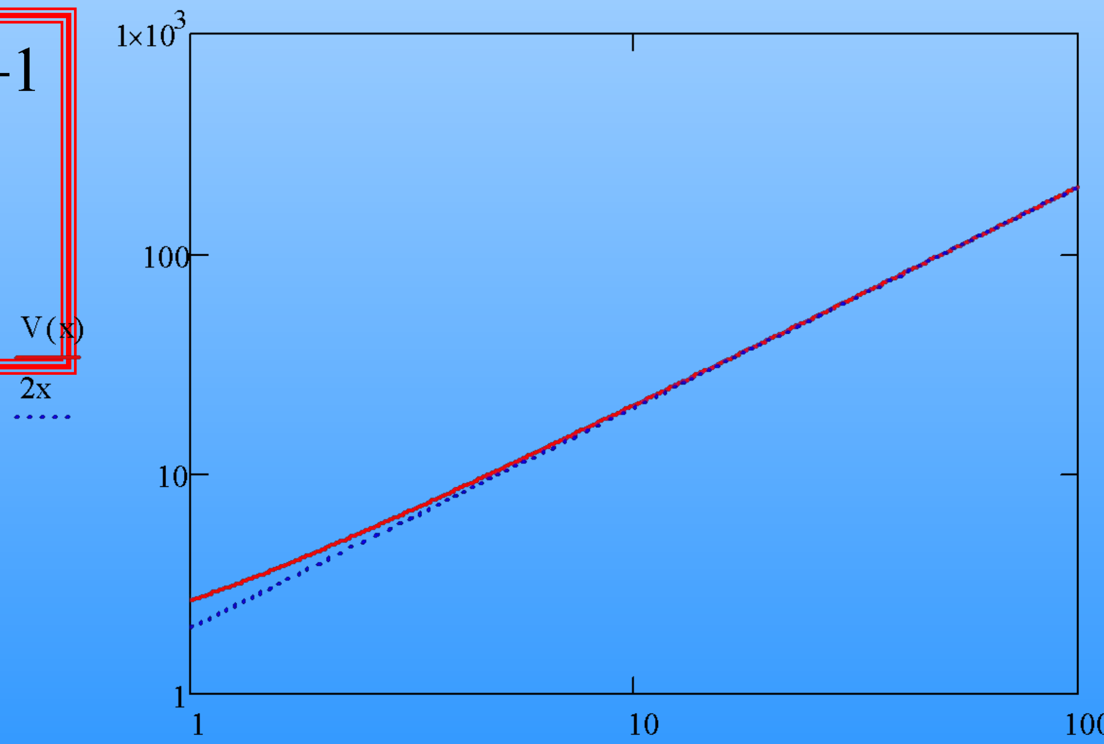
Максимальное значение сигнальной функции $\langle K(0) \rangle = 2L\sigma^2 = W$

Средний квадрат помехи

$$\mu^2 = \int_{-\infty}^{\infty} R^2(\Delta_x) R_c(\Delta_x)\, d\Delta_x = 4L \int_0^{\infty} R^2(\Delta_x) \left(1 - \frac{\Delta_x}{2L}\right) d\Delta_x$$

$$\mu^2 = 2L\sigma^4 r \left(1 - \frac{r}{4L}\right) = \frac{W^2 r}{2L} \left(1 - \frac{r}{4L}\right)$$

$$\boxed{V_0 = 2\frac{L}{r}\left(1 - \frac{r}{4L}\right)^{-1}}$$



Площадной коррелятор. Прямоугольная апертура

$$c(x,y) = Rect\left(\frac{x}{2L_x}\right)Rect\left(\frac{y}{2L_y}\right)$$

Максимальное значение сигнальной функции

$$\left\langle K(0,0)\right\rangle = 4L_xL_y\sigma^2 = W$$

средний квадрат помехи

$$\mu^2 = 16L_xL_y\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}R^2\left(\Delta_x,\Delta_y\right)\left(1-\frac{\Delta_x}{2L_x}\right)\left(1-\frac{\Delta_y}{2L_y}\right)d\Delta_x d\Delta_y$$

При экспоненциальной функции автокорреляции

$$R\left(\Delta_x,\Delta_y\right)=\sigma^2 exp\left(-\frac{\sqrt{\Delta^2{}_x+\Delta^2{}_y}}{r}\right)$$

$$\boxed{V_0=2\frac{S_R}{S_K}\left[1-\frac{r}{\pi L_x}-\frac{r}{\pi L_y}+\frac{3r^2}{8L_xL_y}\right]^{-1}}$$