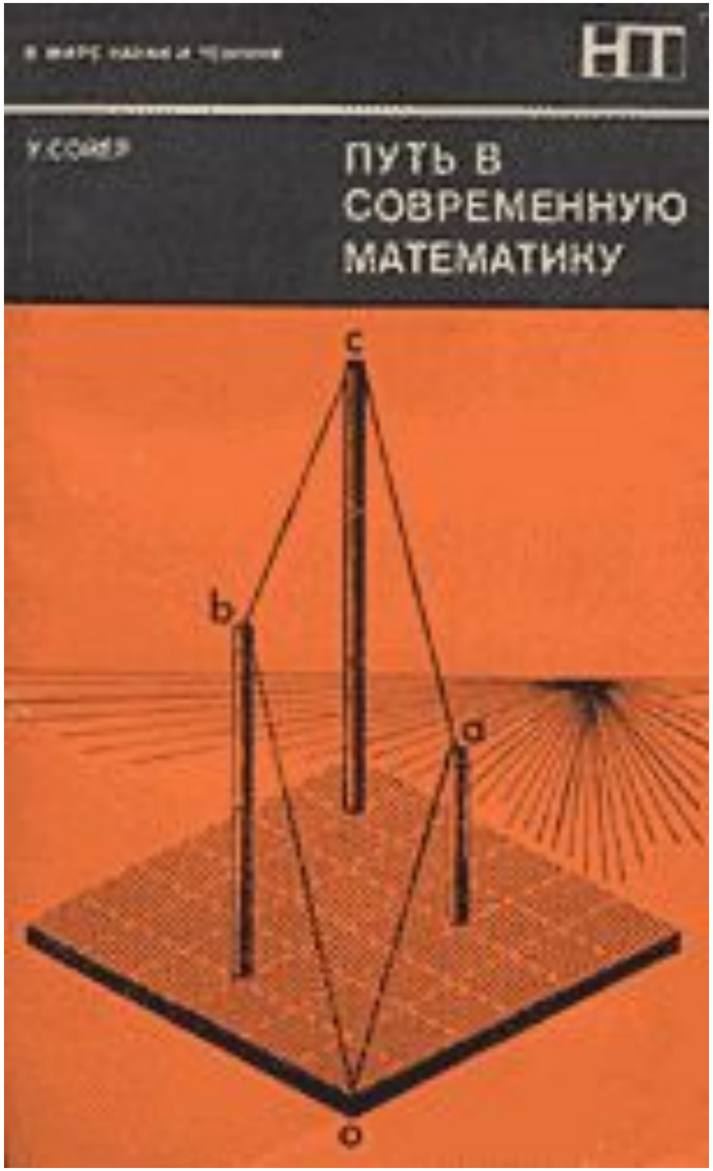
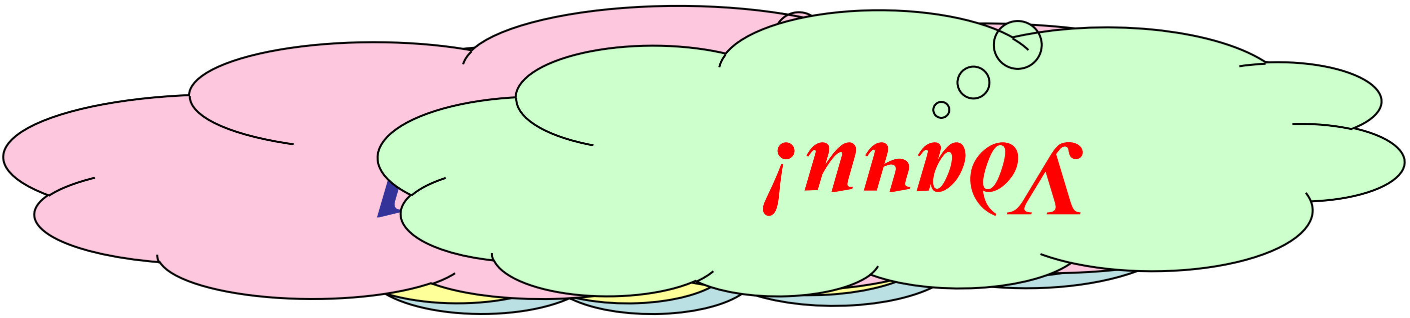
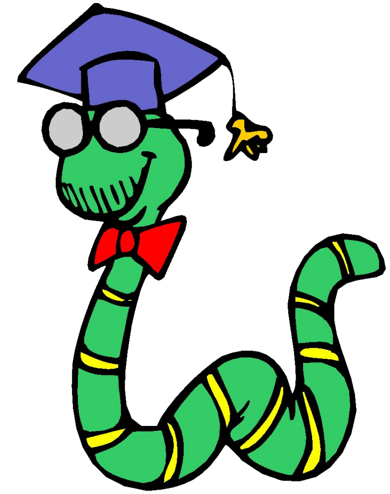


У.У. Сойер

Человеку, изучающему алгебру, часто полезнее решить одну задачу тремя различными способами, чем решать три-четыре различные задачи.
Решая одну задачу различными способами, можно путем сравнения выяснить, какой из них короче и эффективнее. Так вырабатывается опыт.





Методы решения тригонометрических уравнений.

УРОК – ЭКСКУРСИЯ

в научно- исследовательский институт

Формула	Название формулы
$\sin 2x = 2\sin x\cos x$	
$\cos x\cos y + \sin x\sin y = \cos(x-y)$	
$\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$	
$\sin s\sin t = \frac{\cos(s+t)+\cos(s-t)}{2}$	
$\cos(\frac{\pi}{2}+t) = -\sin t$	
$\sin(\pi+t) = -\sin t$	
$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$	
$ctq\left(\frac{3\pi}{2}-t\right) = tqt$	
$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$	
$tq\,(x+y) = \frac{tqx+tqy}{1-tqxtqy}$	

Получи пропуск.

Вариант 1.	Вариант 2.
1. Каково будет решение уравнения $\cos x = a$ при $a > 1$	1. Каково будет решение уравнения $\sin x = a$ при $a > 1$
2. При каком значении a уравнение $\cos x = a$ имеет решение?	2. При каком значении a уравнение $\sin x = a$ имеет решение?
3. Какой формулой выражается это решение?	3. Какой формулой выражается это решение?
4. На какой оси откладывается значение a при решении уравнения $\cos x = a$?	4. На какой оси откладывается значение a при решении уравнения $\sin x = a$?

Проверочная работа.

Вариант 1.	Вариант 2.
5. В каком промежутке находится arccos a ?	5. В каком промежутке находится arcsin a ?
6. В каком промежутке находится значение a?	6. В каком промежутке находится значение a?
7. Каким будет решение уравнения $\cos x = 1$?	7. Каким будет решение уравнения $\sin x = 1$?
8. Каким будет решение уравнения $\cos x = -1$?	8. Каким будет решение уравнения $\sin x = -1$?

Проверочная работа.

Вариант 1.	Вариант 2.
9. Каким будет решение уравнения $\cos x = 0$?	9. Каким будет решение уравнения $\sin x = 0$?
10. Чему равняется $\arccos(-a)$?	10. Чему равняется $\arcsin(-a)$?
11. В каком промежутке находится $\operatorname{arctg} a$?	11. В каком промежутке находится $\operatorname{arcctg} a$?
12. Какой формулой выражается решение уравнения $\operatorname{tg} x = a$?	12. Какой формулой выражается решение уравнения $\operatorname{ctg} x = a$?

№	Вариант 1.	Вариант 2.
1.	*Нет решения*	*Нет решения*
2.	$\|a\| \le 1$	$\|a\| \le 1$
3.	$x = \pm \arccos a + 2\pi n,\ n \in Z$	$x = (-1)^n \arcsin a + \pi k,\ k \in Z$
4.	*На оси Ох*	*На оси Оу*
5.	$[0;\ \pi]$	$[-\pi/2;\ \pi/2]$
6.	$[-1;\ 1]$	$[-1;\ 1]$
7.	$x = 2\pi n,\quad n \in Z$	$x = \pi/2 + 2\pi k,\ k \in Z$
8.	$x = \pi + 2\pi n,\quad n \in Z$	$x = -\pi/2 + 2\pi k,\ k \in Z$
9.	$x = \pi/2 + \pi n,\ n \in Z$	$x = \pi k,\quad k \in Z$
10.	$n - \arccos a$	$-\arcsin a$
11.	$(-\pi/2;\ \pi/2)$	$(0;\ \pi)$
12.	$x = arctg\ a + \pi n,\ n \in Z$	$x = arcctg\ a + \pi k,\ k \in Z$

Найди ошибку:

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

$$1 + ctg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$tg^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos\alpha}{1 - \cos\alpha}$$

$$\cos\alpha = \frac{1 - tg^2\frac{\alpha}{2}}{1 + tg^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\alpha$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha - \beta}{2}$$

Найди ошибку.

1 $\cancel{\arcsin 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}}$

2 $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = \boxed{\frac{2\pi}{3}}$

3 $\cancel{\arcsin 3 = \arcsin 1 \cdot 3 = \frac{\pi}{4} \cdot 3 = \frac{3\pi}{4}}$

4 $arctg\, 1 = \boxed{\frac{\pi}{4}}$

5 $arcctg\left(-\sqrt{3}\right) = \boxed{\frac{3\pi}{4}}$

Установите соответствие:

1	$\sin x = 0$
2	$\cos x = -1$
3	$\sin x = 1$
4	$\cos x = 1$
5	$\mathrm{tg}\, x = 1$
6	$\sin x = -1$
7	$\cos x = 0$

$$\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in Z$$

$$2\pi k, \quad k \in Z$$

$$\pi k, \quad k \in Z$$

$$\frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in Z$$

$$-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in Z$$

$$\pi + 2\pi k, \quad k \in Z$$

$$\frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in Z$$

Установите соответствие:

1	$\sin x = 0$	$\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in Z$
2	$\cos x = -1$	$2\pi k, \quad k \in Z$
3	$\sin x = 1$	$\pi k, \quad k \in Z$
4	$\cos x = 1$	$\frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in Z$
5	$tg\, x = 1$	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in Z$
6	$\sin x = -1$	$\pi + 2\pi k, \quad k \in Z$
7	$\cos x = 0$	$\frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in Z$

Молодцы!

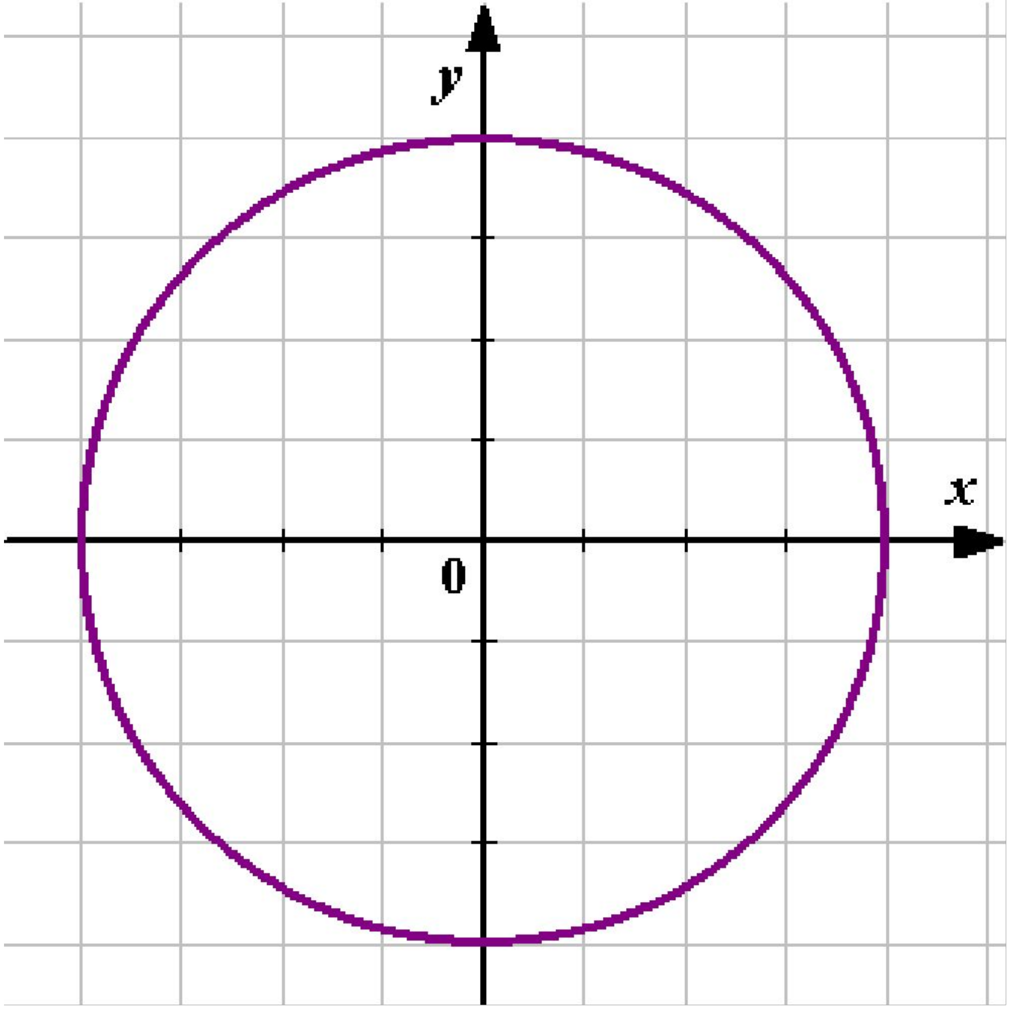
1

Аукцион идей «Классификация уравнений»

№	Уравнение	№ метода решения	Методы
1.	$2\sin^2x + \cos^2x = 5\sin x\cos x$		а) приведением к
2.	$\sin^2x + \cos^2 2x + \sin^2 3x ==3/2$		квадратному
3.	$\cos x \sin 7x = \cos 3x \sin 5x$		б) как однородные
4.	$\sin^2x – 2 \sin x – 3 = 0$		в) понижением
5.	$\sqrt{2} \cos x – \sin x=0$		порядка
6.	$\sin x + \sin 3x = \sin 5x - \sin x$		г) с помощью формул
7.	$\sin x – \sin 2x + \sin 3x – \sin 4x = 0$		суммы и
8.	$2 \cos^2x + 3 \sin^2x +2$		разности
9.	$2 \cos^2x + 3 \sin^2x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x=3$		
10.	$\sin^2x - \sqrt{3}/3\sin 2x = \cos^2x$		
11.	$\sin x + \cos x = 1$		

2.

Тренажер «Здоровья»



3

Проект «Методы решения уравнения

$\sin x + \cos x = 1$ »

«Решай, твори, ищи и мысли»   Эдисон

ПРОЕКТНАЯ ЛАБОРАТОРИЯ

1 способ (**разложения на множители**) –
используя формулы двойного угла

2 способ (**приведение к однородному уравнению второй степени**) –
используя формулы половинного аргумента и понижения степени

3 способ (**преобразование суммы тригонометрических функций   произведение**) –
используя формулы приведения)

4 способ (**возведения в квадрат обеих частей уравнения**)

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ЛАБОРАТОРИЯ

КАФЕДРА «ВСПОМОГАТЕЛЬНОГО УГЛА»

КАФЕДРА «УНИВЕРСАЛЬНАЯ»

§ 30 стр. 230-231

§ 31 стр. 233

Игра «Верите ли вы, что …»

1. … $\cos \pi = -1$
2. … $\sin (\pi/4) > 0$
3. … $\mathrm{tg}\ 2 > 0$
4. … $\cos (-x) = -\cos x$
5. … $\sin (\pi/2) = 1$
6. … $\mathrm{ctg}\ 1 = \pi/4$
7. … $\cos 8\pi = 1$
8. … синус положительного угла может принимать отрицательное значение
9. … $\mathrm{tg}\ 7\pi = 0$
10. … $\sin (-2) = -\sin 2$
11. … cos a может принимать значение π
12. … $\frac{2}{3}\pi = 270°$

Решитьуравнение

$$a\sin x + b\cos x = c$$

Разделим обе части уравнения на $\sqrt{a^2+b^2} \neq 0$

$$\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos x = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

Введём вспомогательный угол по формулам:

$$\cos\varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}; \quad \sin\varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\cos x \cdot \cos\varphi + \sin x \cdot \sin\varphi = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\cos(x-\varphi) = \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

Простейшее тригонометрическое уравнение относительно

$$(x-\varphi)$$

4 SIN X +3 COSX=1

$$\frac{4}{\sqrt{4^2+3^2}}\sin x+\frac{3}{\sqrt{4^2+3^2}}\cos x=\frac{1}{\sqrt{4^2+3^2}}$$

$$\frac{4}{5}SIN\ \ X+\frac{3}{5}COS\ \ X=\frac{1}{5}$$

$$\cos\varphi=\frac{3}{5}\qquad \sin\varphi=\frac{4}{5}$$

$$\cos x\cdot\cos\varphi+\sin x\cdot\sin\varphi=\frac{1}{5}$$

$$\cos(x-\varphi)=\frac{1}{5}$$

$$x-\varphi=\pm\arccos\frac{1}{5}+2\pi n,n\in Z$$

$$x=\varphi\pm\arccos\frac{1}{5}+2\pi n,n\in Z$$

$$\varphi=\arccos\frac{3}{5}$$

$$x=\arccos\frac{3}{5}\pm\arccos\frac{1}{5}+2\pi n,n\in Z$$

Восстановить правую часть:

1. $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 1$;	$\sin(x+\pi/3) = ?$	**1/2**
2. $\sin x - \cos x = \sqrt{2}$;	$\sin(x-\pi/4) = ?$	**1**
3. $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 4$;	$\cos(x-\pi/6) = ?$	**2**
4. $\cos x - \sin x = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$;	$\cos(x+\pi/4) = ?$	**1/2**

Выставочный зал

Франсуа Виет

Франсуа Виет, французский математик. По профессии – юрист. В 1591 году ввел буквенные обозначения не только для неизвестных величин, но и для коэффициентов уравнений.
В тригонометрии Виет дал полное решение задачи об определении всех элементов плоского или сферического треугольника по трем данным, нашел важные разложения cos nx и sin nx по степеням cosx и sinx.

Выставочный зал

Леонард Эйлер
(1707-1783)

Современный вид тригонометрия получила в трудах Леонарда Эйлера. Впервые в его работах встречаются символы
cos x, sin x, tg x.
На основании работ Эйлера были составлены учебники тригонометрии.
По выражению П.Лапласа, Эйлер явился учителем математиков второй половины XVIII века.

Выставочный зал

И. Кеплер
(1571 – 1630)

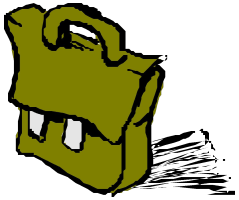
В XV веке немецкий астроном И. Мюллер издал работу «Пять книг о треугольниках всех видов». В ней он опубликовал таблицу синусов.

Над составлением таблиц работали Николай Коперник, Иоганн Кеплер, Франсуа Виет.

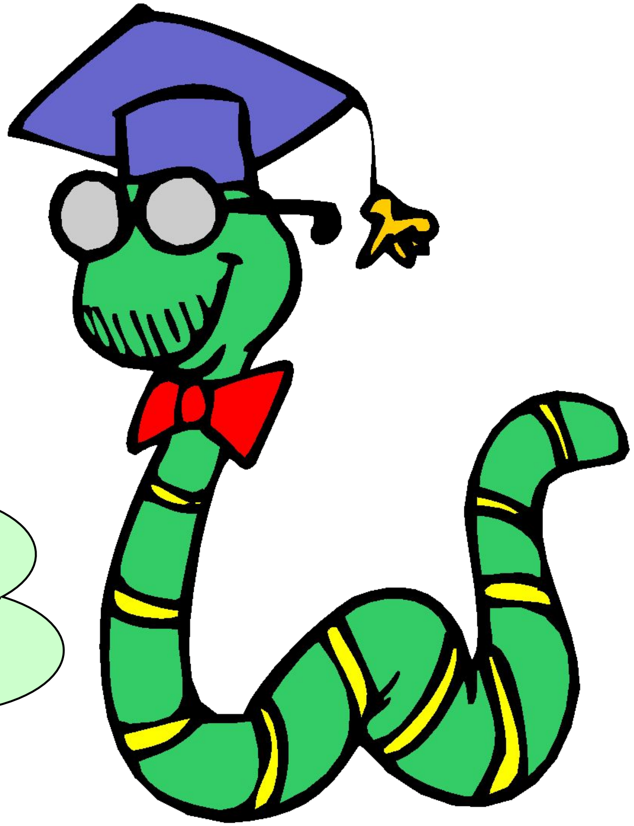
Выставочный зал

И.П.До́лбня
(1853 – 1912)

Ученый из Беларуси Иван Петрович До́лбня высказал идею определять тригонометрические функции синус и косинус на единичной окружности. Эта идея сейчас реализуется в современных учебниках алгебры.



Домашнее задание:



Составить проект решения любого уравнения

Решить уравнение:

$$\sin^{1991}x+\cos^{1991}x=1$$

Спасибо за урок!

Методы решения тригонометрических уравнений.

Необходимо выбрать соответствующий прием для решения уравнений.

Уравнения сводимые к алгебраическим.

Вариант 1: $\cos 2x + \sin^2 x + \sin x = 0,25$

Вариант 2: $3\cos 2x - 5\cos x = 1$

Методы решения тригонометрических уравнений.

Уравнения сводимые к алгебраическим

Разложение на множители

Вариант 1: $$3\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x\cos x = 0$$

Вариант 2: $$3\cos^2 x + \sqrt{3}\sin x\cos x = 0$$

Методы решения тригонометрических уравнений.

Уравнения сводимые к алгебраическим

Разложение на множители

Введение новой переменной (однородные уравнения)

Вариант 1: $3\cos^2 x - 5\sin^2 x - \sin 2x = 0$

Вариант 2: $\cos 2x + \cos^2 x + \sin x \cos x = 0$

Методы решения тригонометрических уравнений.

Уравнения сводимые к алгебраическим

Разложение на множители

Введение новой переменной (однородные уравнения)

Введение вспомогательного аргумента.

Вариант 1:

$$\sin x - \sqrt{3}\cos x = 2$$

Вариант 2:

$$\sqrt{2}\cos x + \sqrt{2}\sin x = 1$$

Методы решения тригонометрических уравнений.

Уравнения сводимые к алгебраическим

Разложение на множители

Введение новой переменной (однородные уравнения)

Введение вспомогательного аргумента.

Уравнения, решаемые переводом суммы в произведение

B1: $\sin x + \sin 3x = 4\cos^3 x$ **B2:** $\cos 3x - \cos 5x = \sin 4x$

Применение формул понижения степени.

Формулы квадрата половинных углов:

$$\sin^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{2} \qquad \cos^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1+\cos\alpha}{2}$$

Формулы понижения степени:

$$\sin^2\alpha=\frac{1}{2}(1-\cos 2\alpha) \qquad \cos^2\alpha=\frac{1}{2}(1+\cos 2\alpha)$$

$$2\sin^2 x+\cos 4x=0$$

В1: $\sin^2 x+\sin^2 2x+\sin^2 3x=1{,}5$

В2: $\cos^2 x+\cos^2 2x+\cos^2 3x=1{,}5$