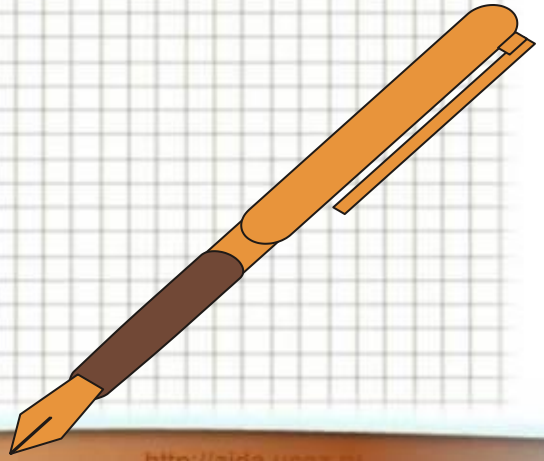
http://aida.ucoz.ru

Урок алгебры и начал анализа по теме

«Применение интегрального исчисления к решению прикладных задач в экономике»

(11 класс).



http://aida.ucoz.ru

Здравствуйте!

http://aida.ucoz.ru

Интеграл

Смысл - там, где змеи интеграла
Меж цифр и букв, меж d и f.

В.Я. Брюсов

http://aida.ucoz.ru

Интеграл

Таблица первообразных

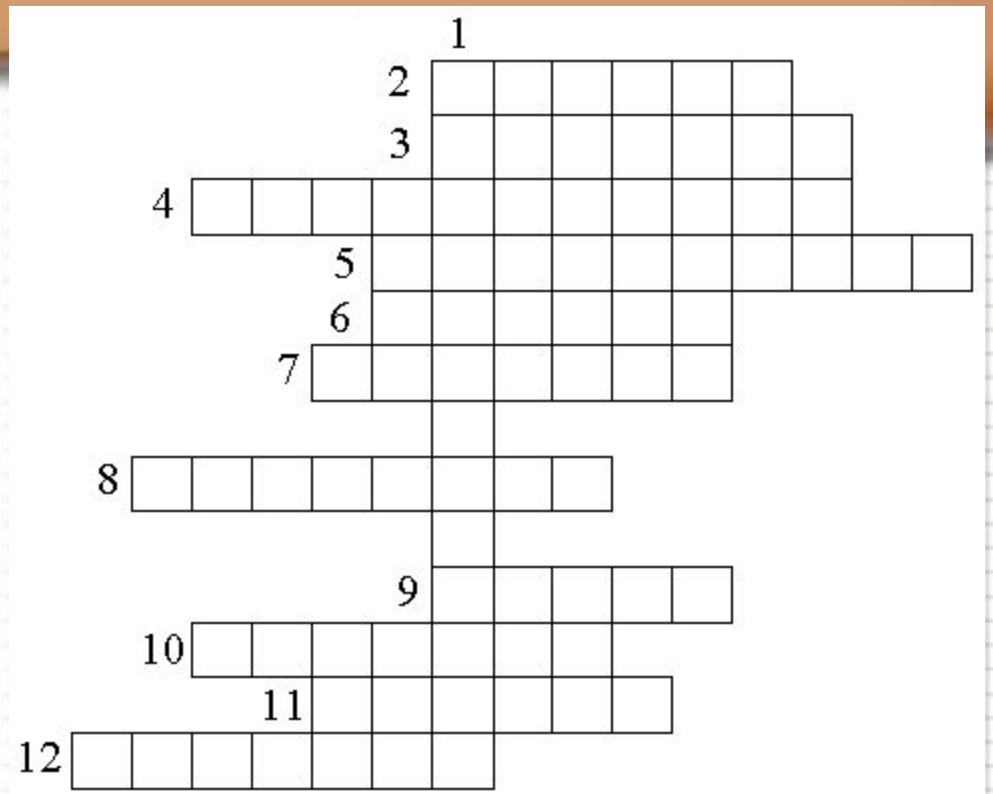
F(x)

Свойства первообразной

Правила вычисления первообразных

S криволинейной трапеции

http://aida.ucoz.ru



1. Как называется функция F(x) для f(x)?
2. Что является графиком функции y=kx+b?
3. Самая низкая школьная отметка.
4. Какой урок обычно проходит после изучения темы?
5. Синоним слова дюжина?
6. Есть в каждом слове, у растения и может быть у уравнения.
7. Что можно вычислить при помощи интеграла?
8. Одно из важнейших понятий математики.
9. Форма урока, на котором проводится проверка знаний.
10. Немецкий ученый, в честь которого названа формула, связывающая площадь криволинейной трапеции и интеграл.
11. Множество точек плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты - соответствующим значениям функции.
12. Зависимость между переменными X и Y, при которой каждому значению X соответствует единственное значение Y, носит название ....

http://aida.ucoz.ru

Верно ли что:

а)

$$\int x^5 dx = 5x^4 + c$$

б)

$$\int x6dx = \frac{1}{7}x^7$$

http://aida.ucoz.ru

Верны ли равенства:

а) $\int_0^1 x^3 dx = \frac{1}{4}$ б) $\int_0^5 x^2 dx = 2\frac{1}{3}$ в) $\int_2^4 x^2 dx = 2x$

г) $\int_0^3 5dx = \frac{5x^2}{2}\Big|_0^3 = \frac{5}{2}(3^2 - 0^2) = \frac{45}{2}$

д) $\int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3}\Big|_0^1 \overset{?}{=} \frac{1}{3}(1-0) = \frac{1}{3}$

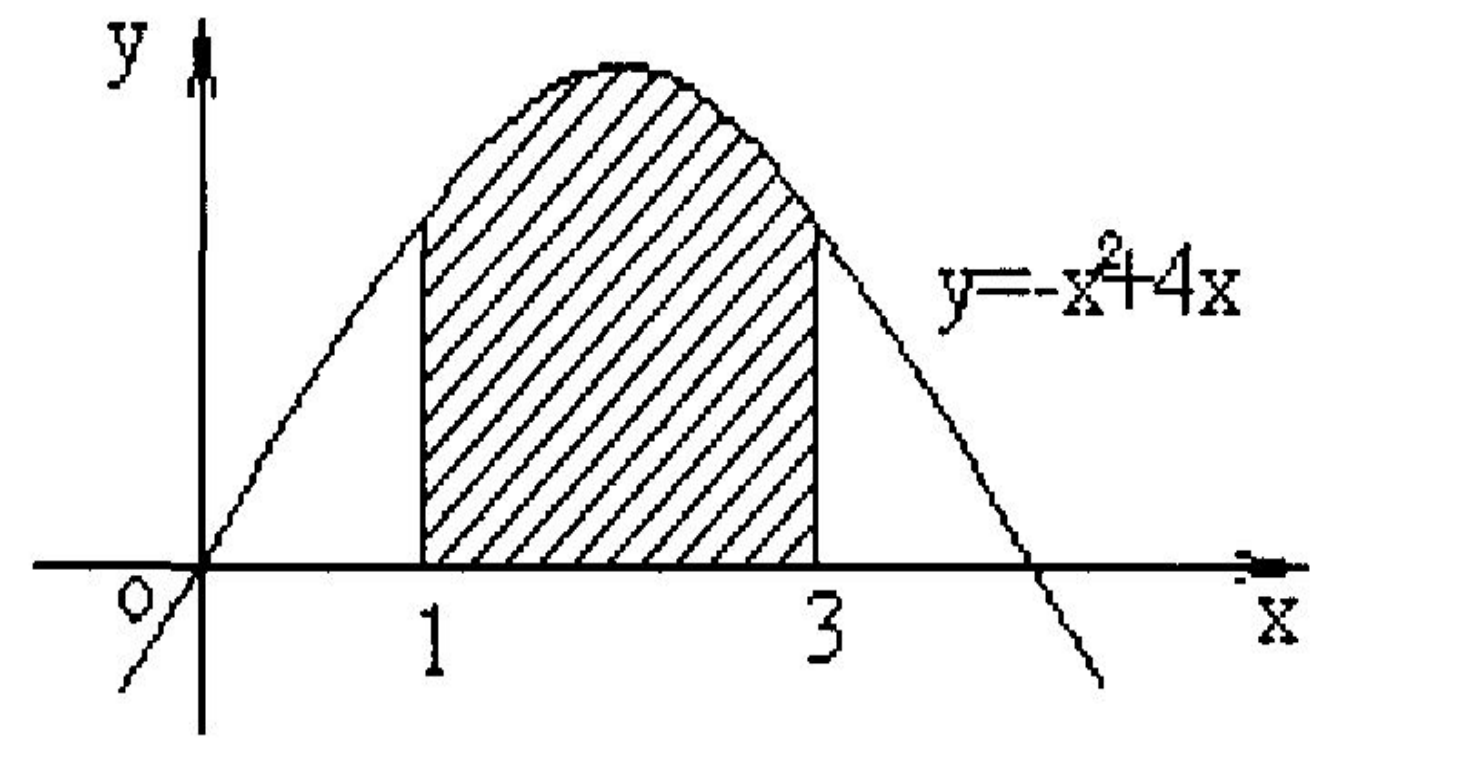
http://aida.ucoz.ru

Найти первообразные для функций:

а) $f(x) = 10x$	$F(x) = 5x^2 + C$
б) $f(x) = x^2$	$F(x) = x^3 + C$
в) $f(x) = -\sin(2x)$	$F(x) = 0{,}5\cos(2x) + C$
г) $f(x) = 5\cos x$	$F(x) = 5\sin x + C$
д) $f(x) = 6x^2$	$F(x) = 2x^3 + C$
е) $f(x) = 3$	$F(x) = 3x + C$

http://aida.ucoz.ru

Найдите с помощью интеграла площадь фигуры изображенной на рисунке:



http://aida.ucoz.ru

Математика

Вычисление площади плоской фигуры в полярных координатах

Вычисление площади плоской фигуры в прямоугольных координатах

Вычисление объема тела вращения

Вычисление длины дуги кривой

Вычисление площади поверхности тела вращения

http://aida.ucoz.ru

Физика

$$A = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx$$

A - работа,
F – сила,
N - мощность

$$A = \int_{t_1}^{t_2} N(t)dt$$

S-перемещение
v-скорость
a-ускорение

$$\upsilon = \int_{t_1}^{t_2} a(t)dt$$

$$s = \int_{t_1}^{t_2} \upsilon(t)dt$$

m – масса тонкого стержня,
ρ - линейная плотность

$$m = \int_{x_1}^{x_2} \rho(x)dx$$

$$q = \int_{t_1}^{t_2} J(t)dt$$

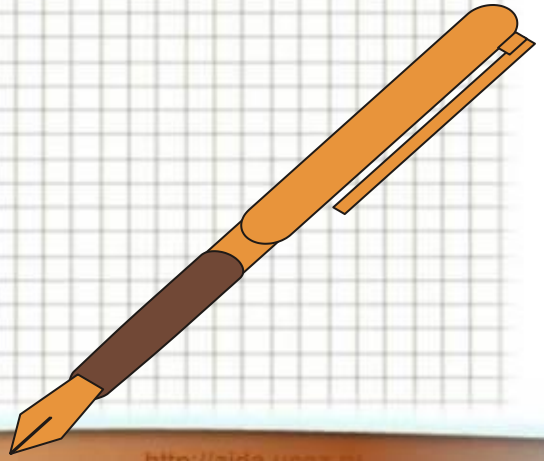
q – электрический заряд,
I –сила тока

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} c(t)dt$$

Q – количество теплоты
c - теплоемкость

http://aida.ucoz.ru

«Применение интегрального исчисления к решению прикладных задач в экономике»

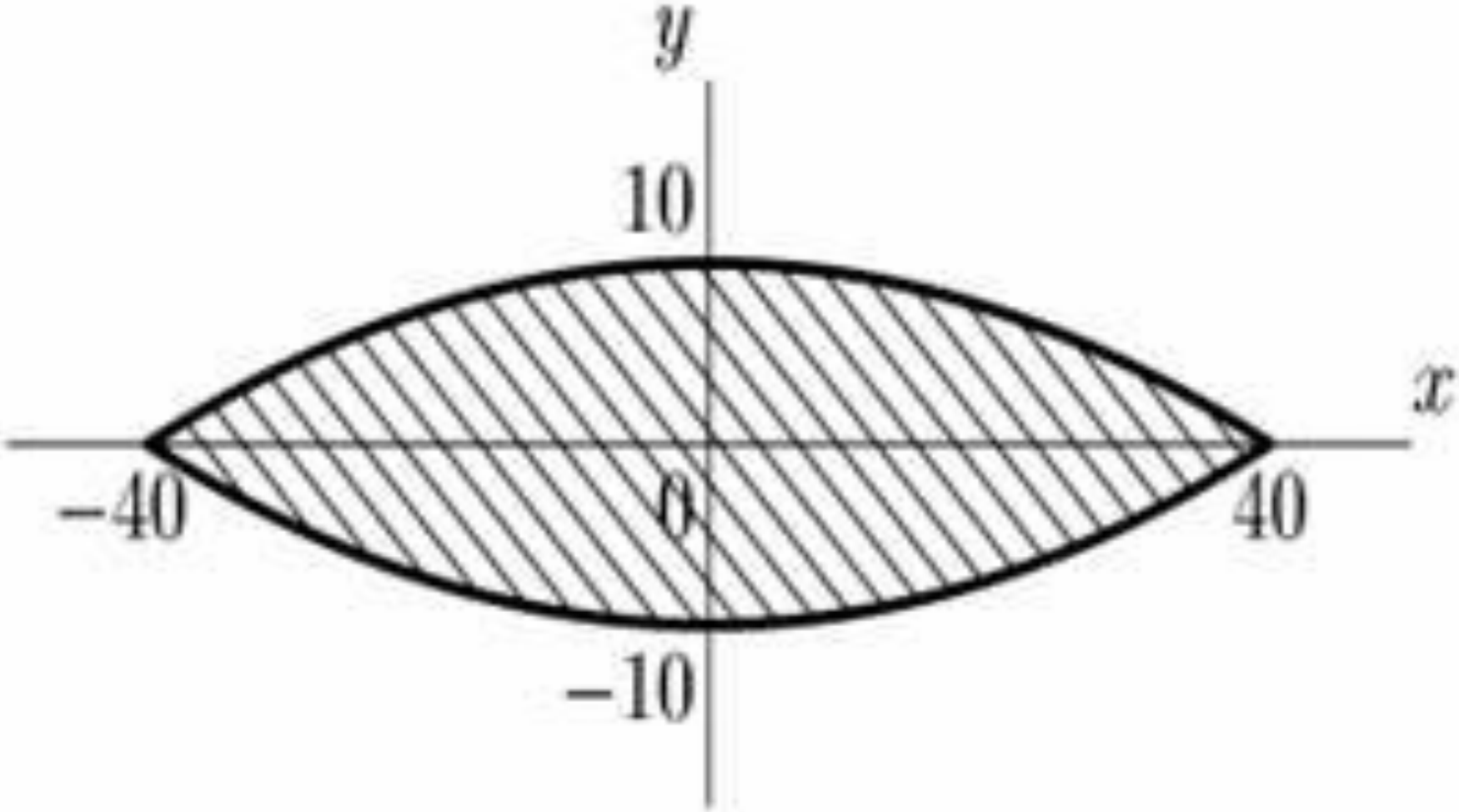


http://aida.ucoz.ru

► Прогнозирование материальных затрат

Задача. Палуба корабля напоминает две пересекающиеся параболы. Сколько необходимо краски для ее покрытия, если длина корабля 80 м, ширина в центре – 20 м, а на каждый квадратный метр необходимо 0,25 кг краски.

http://aida.ucoz.ru



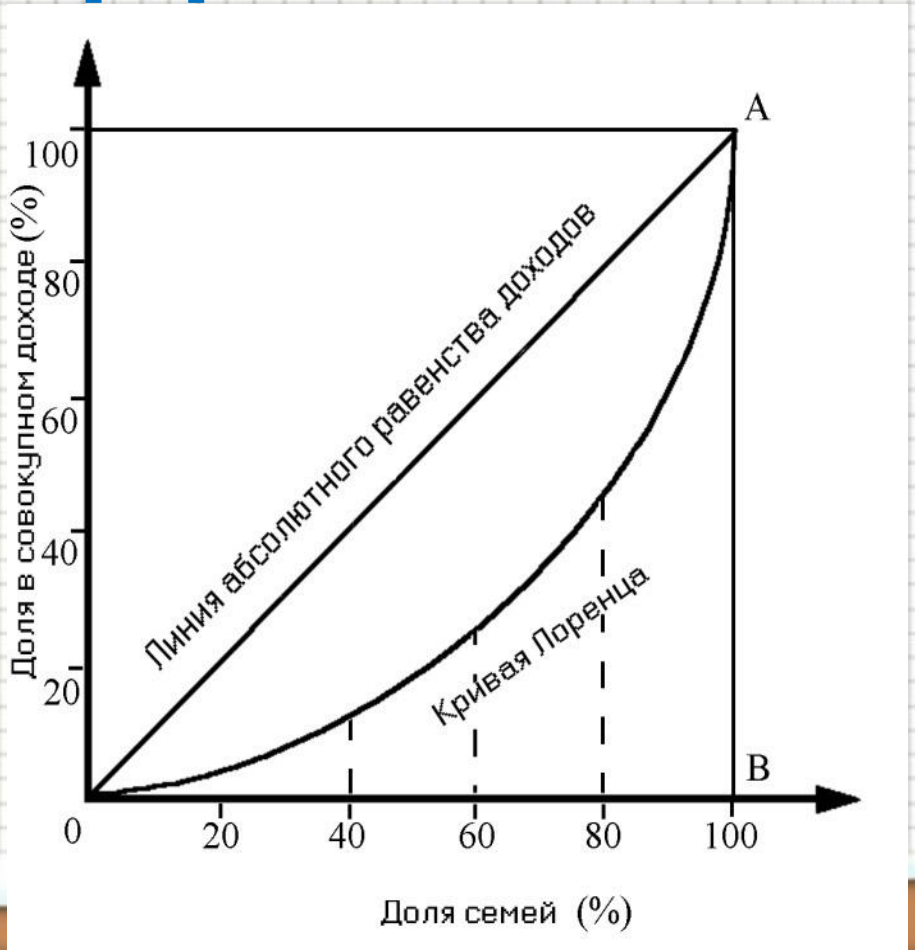
http://aida.ucoz.ru

► Определения объема выпуска продукции

Задача. Определить объем продукции, произведенной рабочим за третий час рабочего дня, если производительность труда характеризуется функцией $f(t) = 3/(3t + 1) + 4$.

http://aida.ucoz.ru

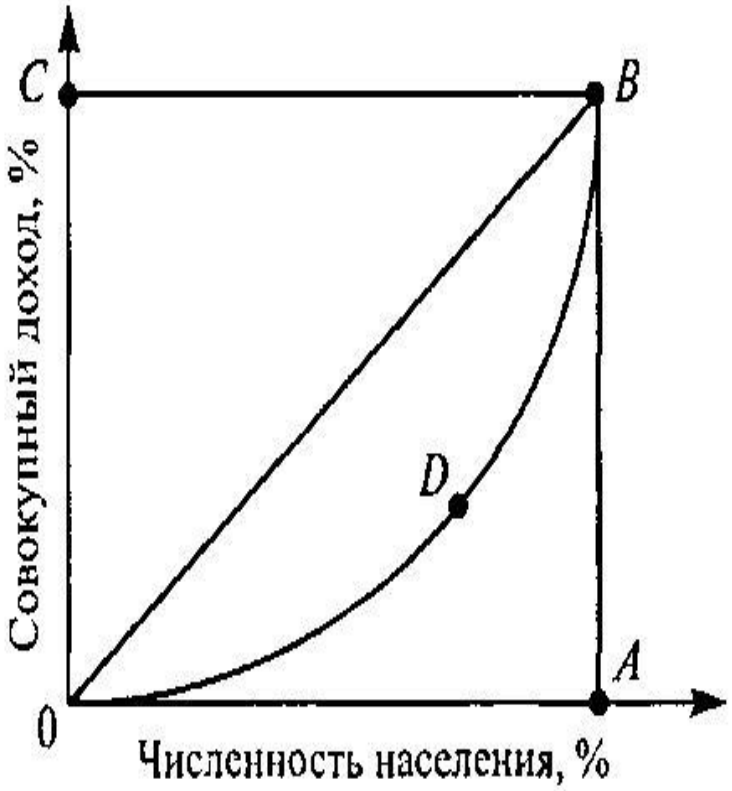
► «Кривая Лоренца» и «коэффициент Джини»



http://aida.ucoz.ru

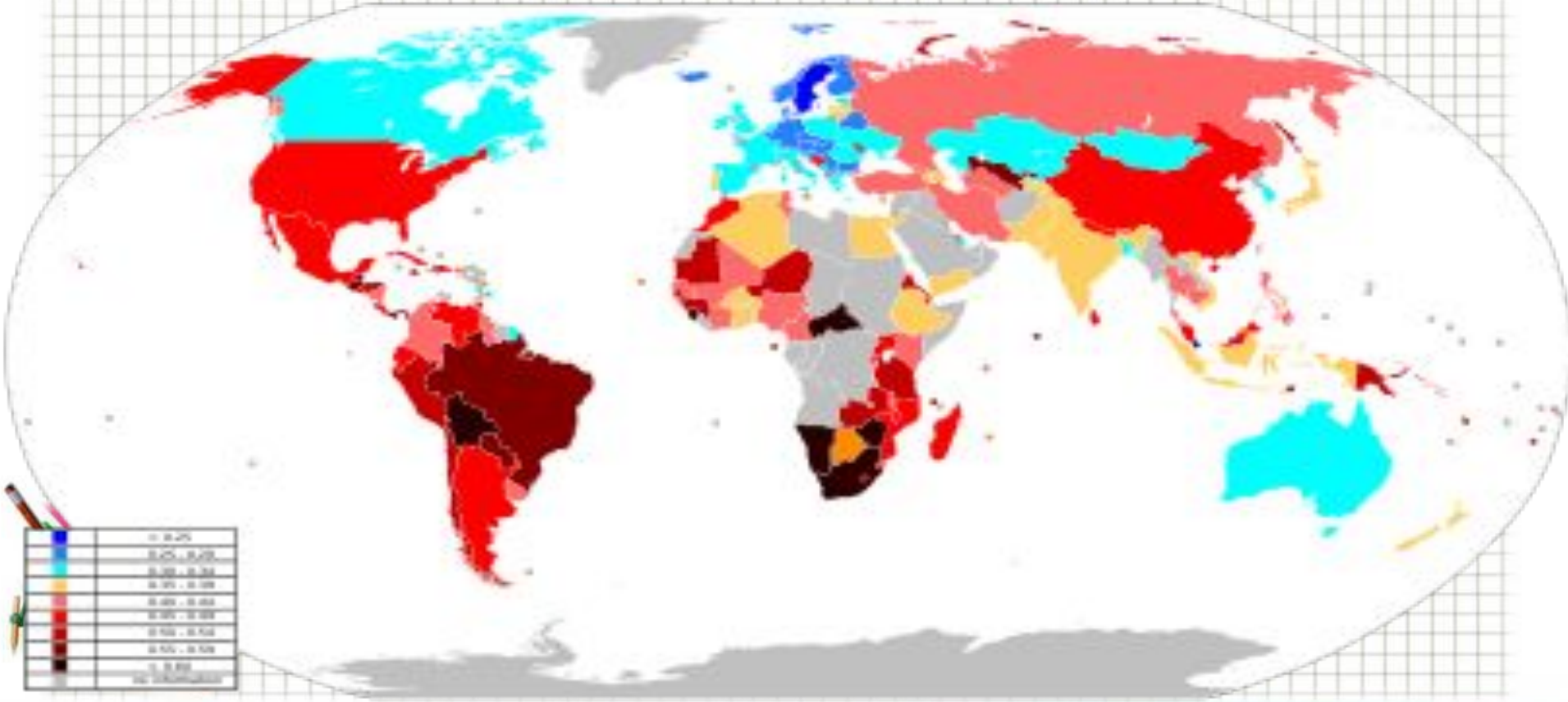
► «Кривая Лоренца» и «коэффициент Джини»

$$G = \frac{S_{ODB}}{S_{OAB}}$$



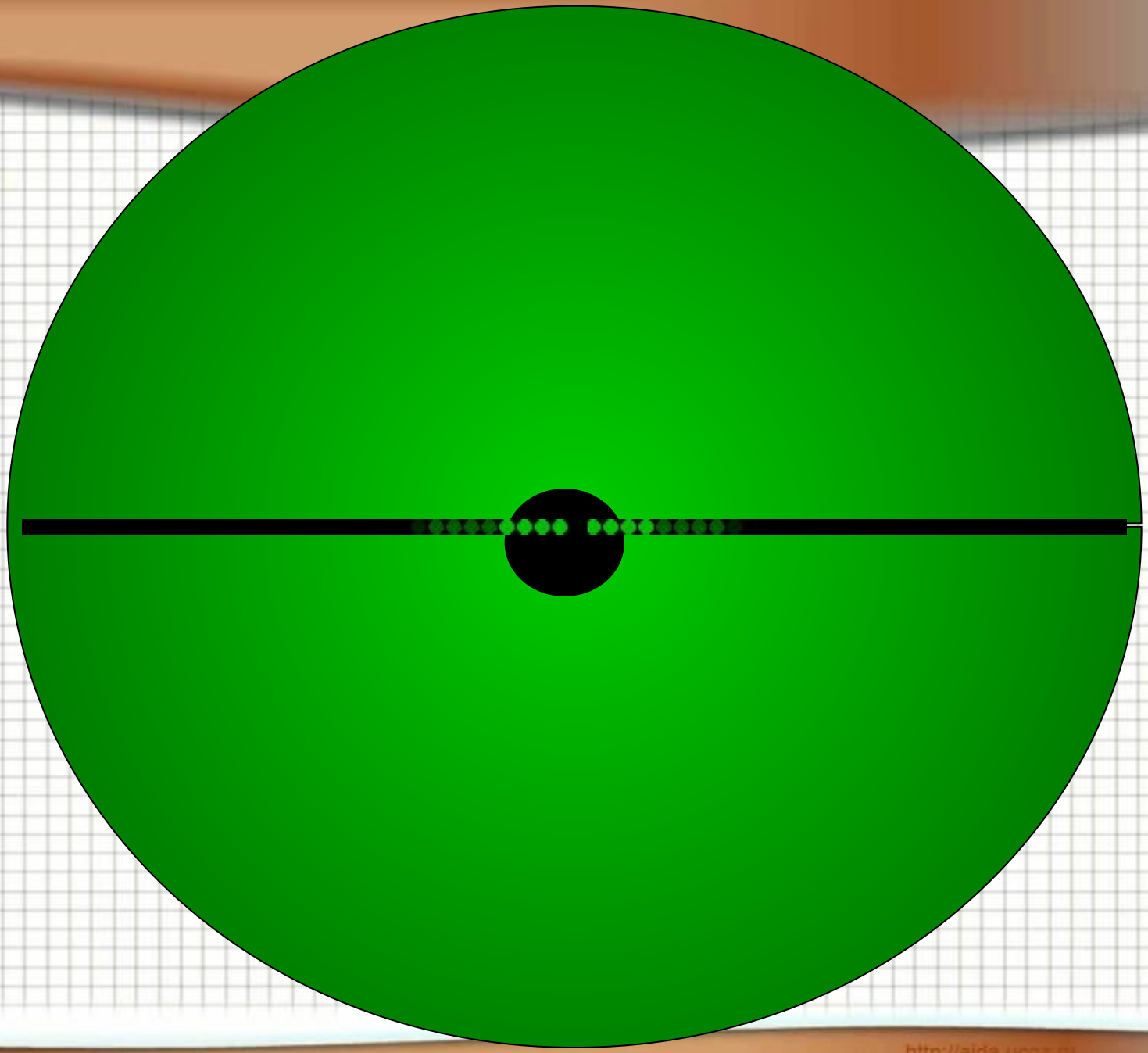
Кривая Лоренца

► «Кривая Лоренца» и «коэффициент Джини»



http://aida.ucoz.ru

http://aida.ucoz.ru



http://aida.ucoz.ru

► Нахождение потребительского излишка и излишка производителя

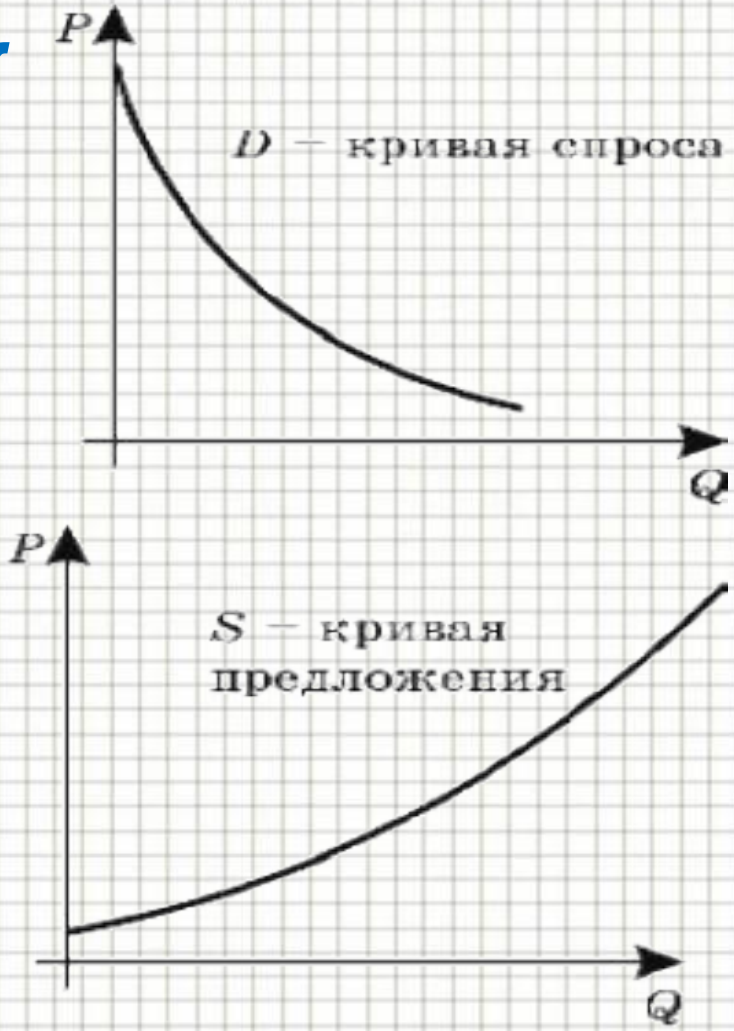


Рис. 1

http://aida.ucoz.ru

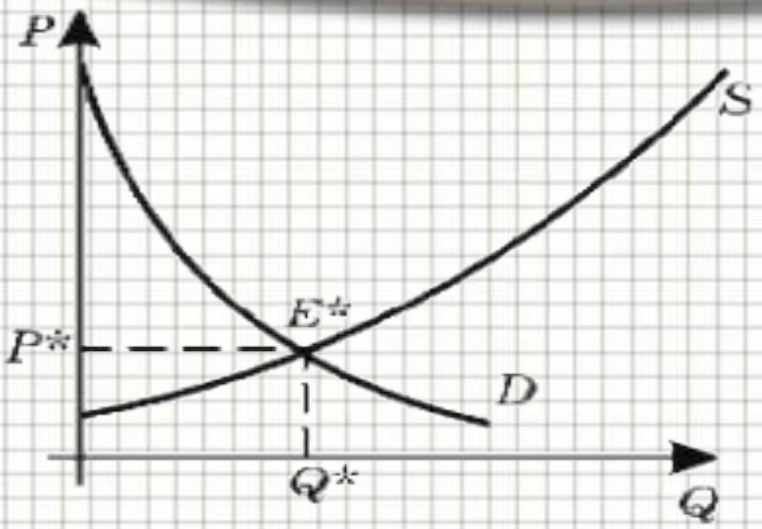


Рис. 2

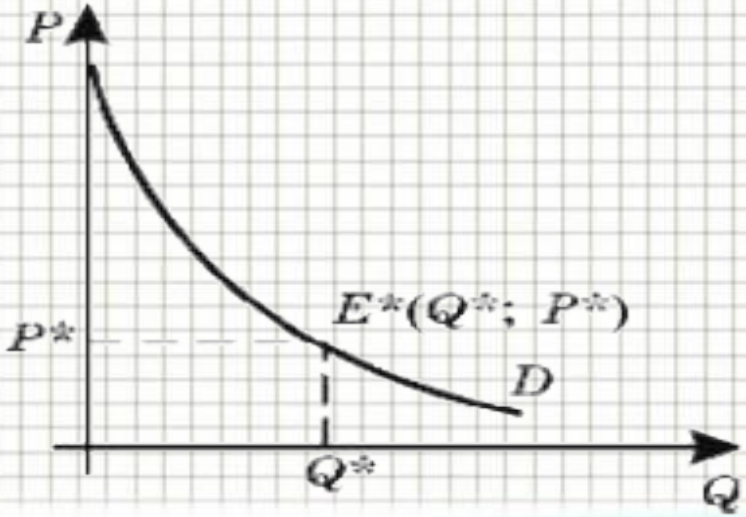


Рис. 3

http://aida.ucoz.ru

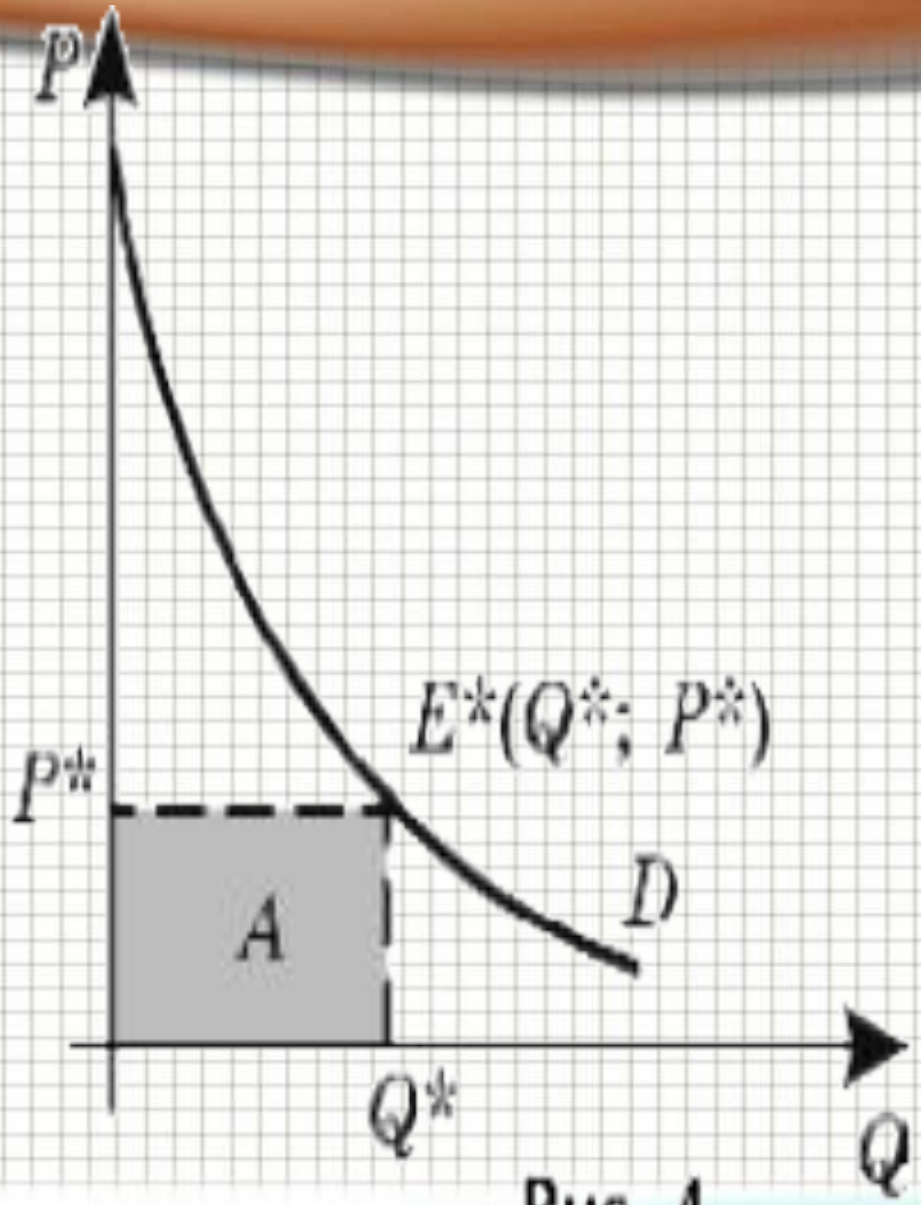


Рис. 4

http://aida.ucoz.ru

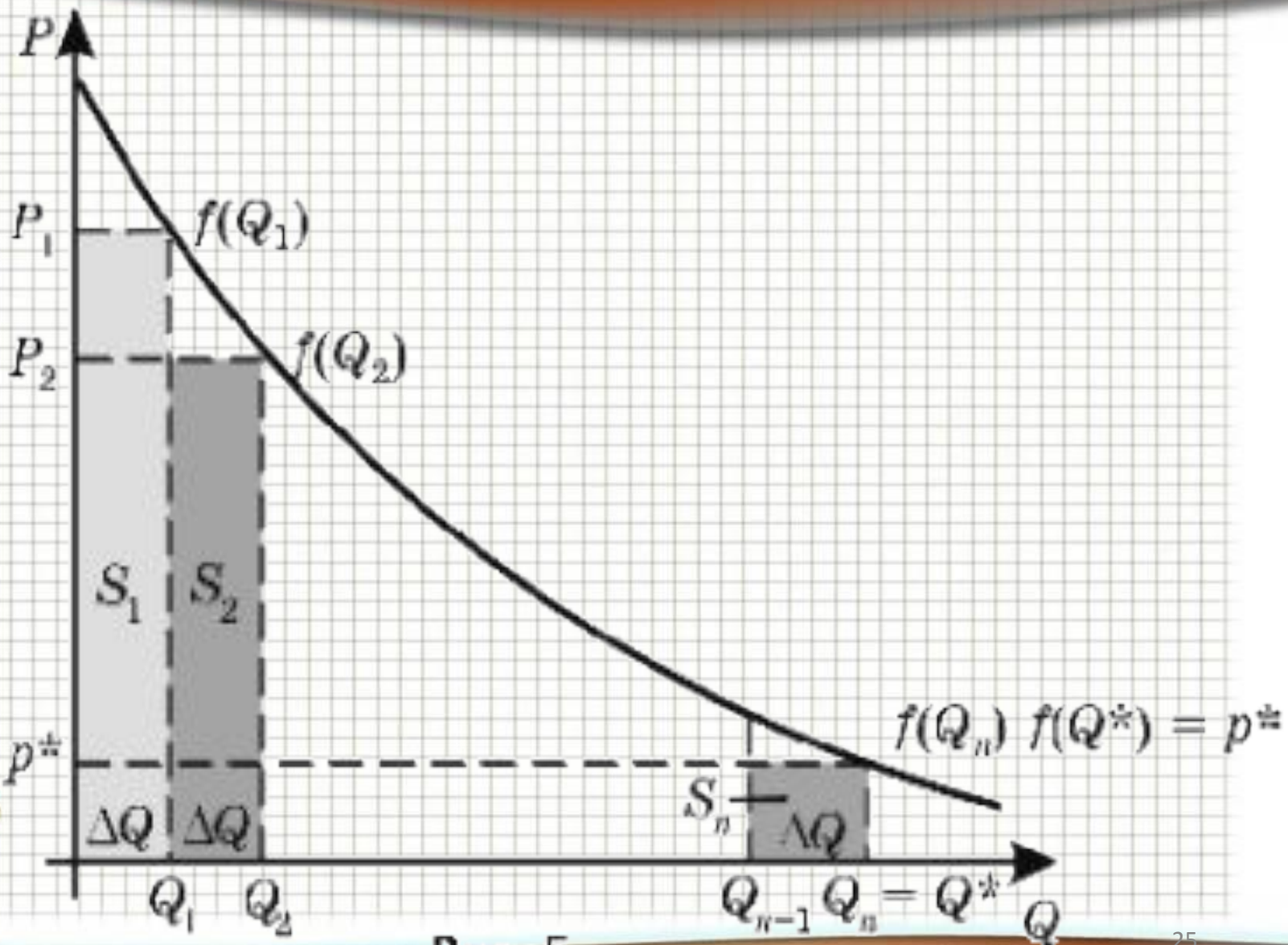


Рис. 5

http://aida.ucoz.ru

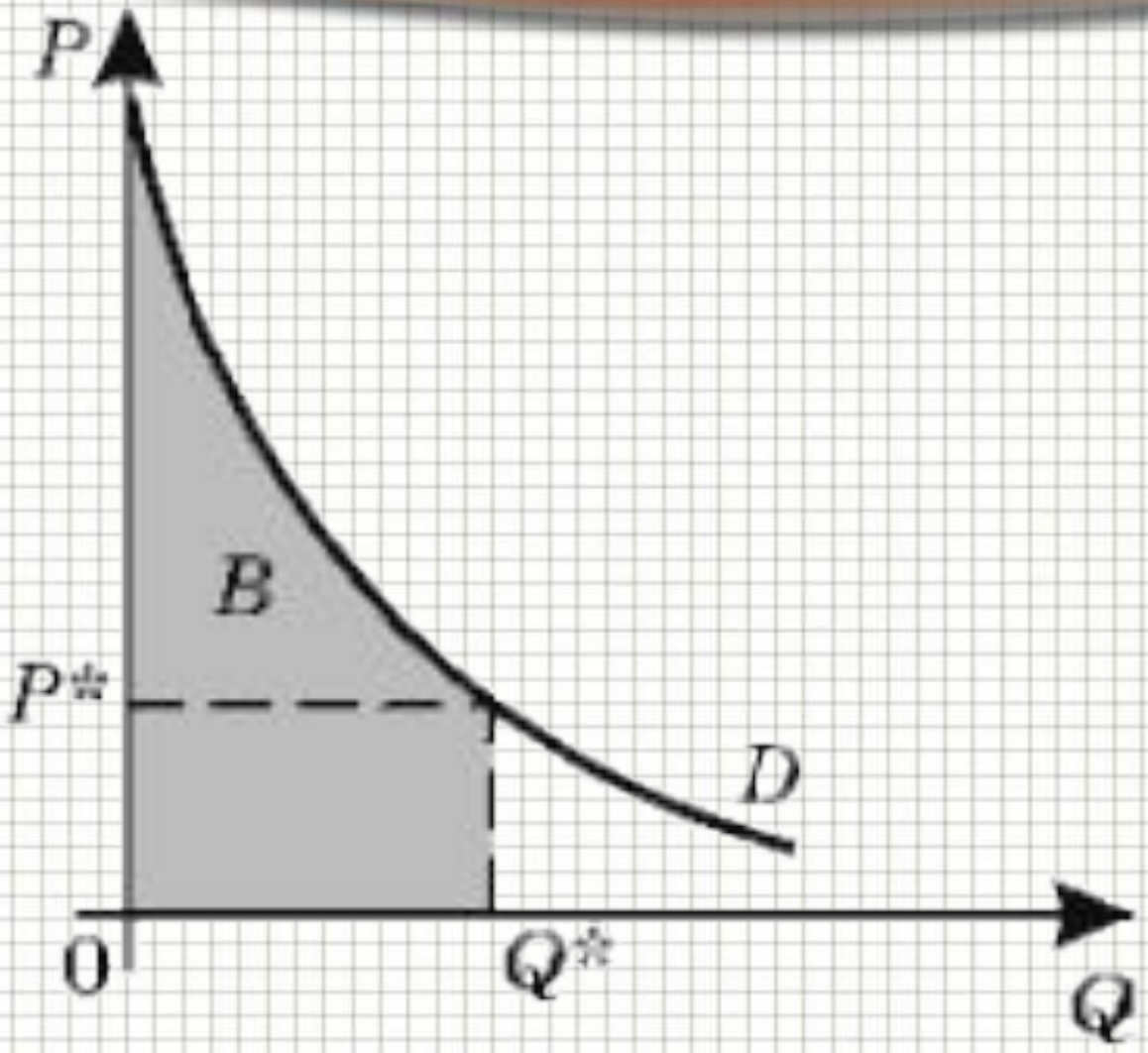
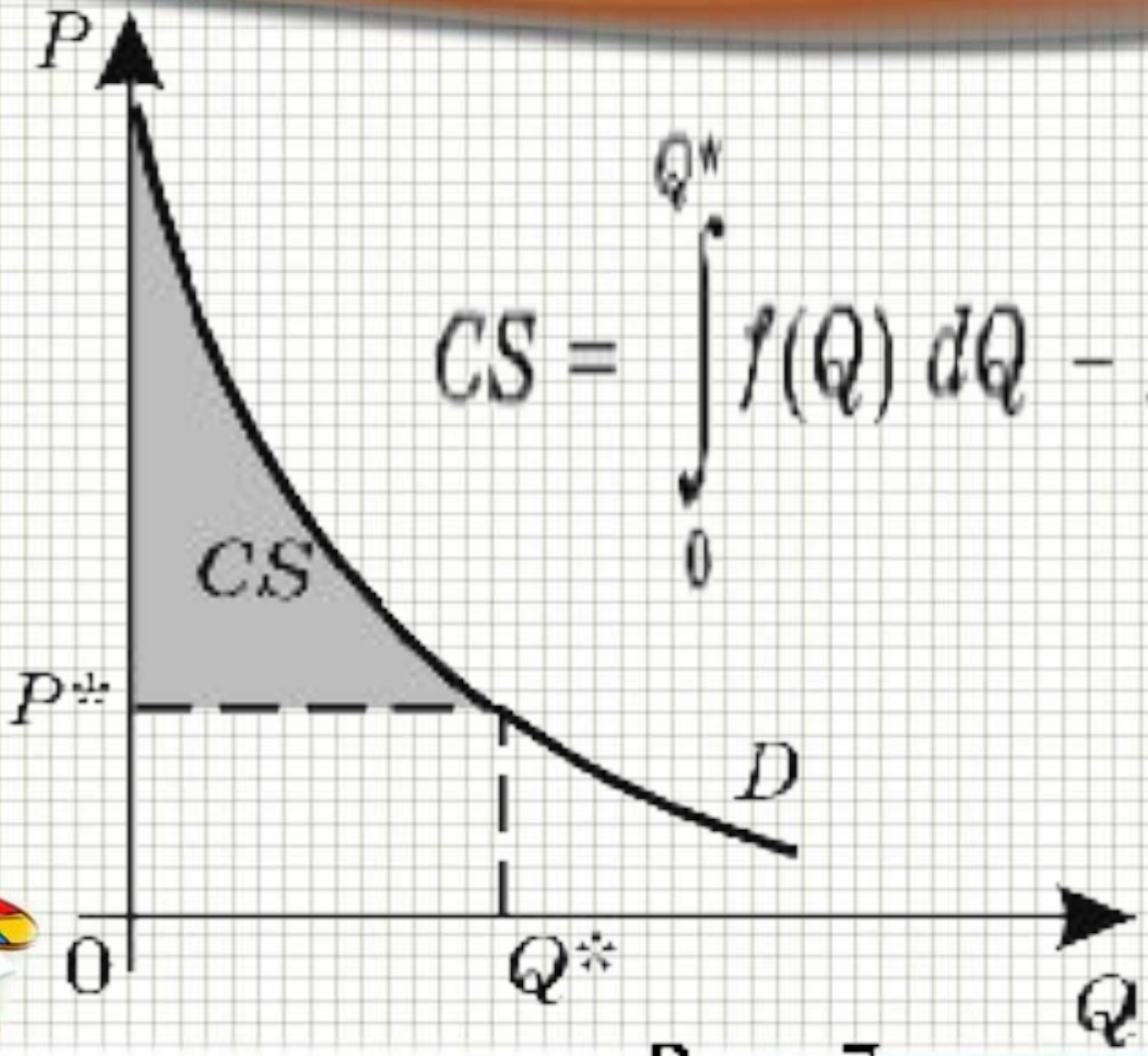


Рис. 6

http://aida.ucoz.ru



$$CS = \int_0^{Q^*} f(Q)\,dQ - P^*Q^*.$$

Рис. 7

http://aida.ucoz.ru

► Нахождение потребительского излишка

Задача. Известно, что спрос на некоторый товар описывается функцией $q = \frac{8000}{p^3}$, а предложение данного товара характеризуется функцией q = 500p. Найдите величину излишка потребителя при покупке данного товара.

http://aida.ucoz.ru

► Нахождение потребительского излишка

Задача. Известно, что спрос на некоторый товар задается функцией предложение – функцией p = q + 11. Определите величину выигрыша потребителя при покупке данного товара.

$$p = \frac{231}{q+1}$$

http://aida.ucoz.ru

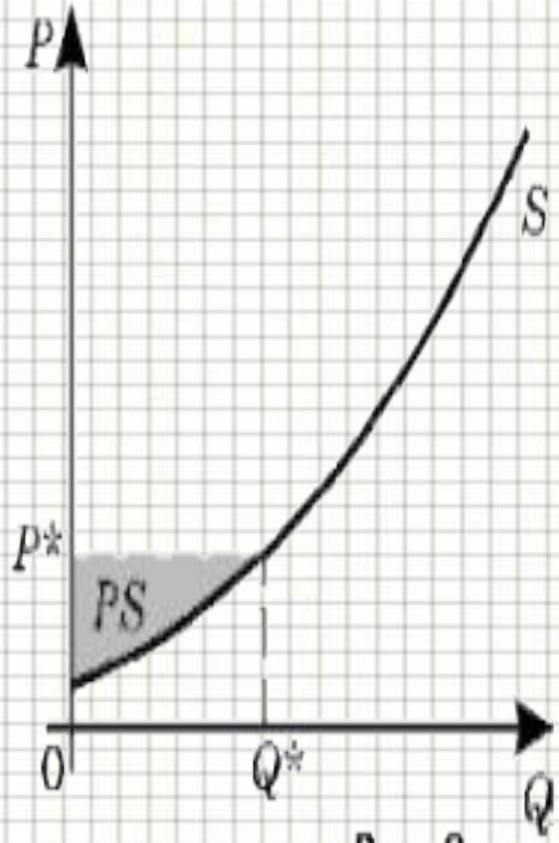


Рис. 8

$$PS = P^*Q^* - \int_0^{Q^*} f(Q)\,dQ\,.$$

http://aida.ucoz.ru

► Нахождение излишка производителя

Задача. Известно, что кривая предложения некоторого товара имеет вид $p = 4q^3 + 2$, а равновесие на рынке данного товара достигается при объеме продаж $Q^* = 3$. Определите добавочную выгоду производителя при продаже такого количества продукции.

http://aida.ucoz.ru

► Нахождение дисконтированной стоимости денежного потока

$$П = \int_0^T I(t)e^{-pt}dt$$

http://aida.ucoz.ru

q – количество товара,
p – цена единицы товара
(p; q*) – точка равновесия*

CS - потребительский излишек
PS - излишек производителя

$$CS = \int_0^{q*} p(q)dq - p*q*$$

$$PS = p*q* - \int_0^{q*} p(q)dq$$

Экономика

G – коэффициент Джини

$$G = \frac{S_1}{S_1 + S_2}$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$$

$$П = \int_0^T I(t)e^{-pt}dt$$

f - производительность,
t- время,
V- объём продукции

П – дисконтированная стоимость денежного потока ,
I- скорость денежного потока,
p - годовая процентная ставка,
t - время

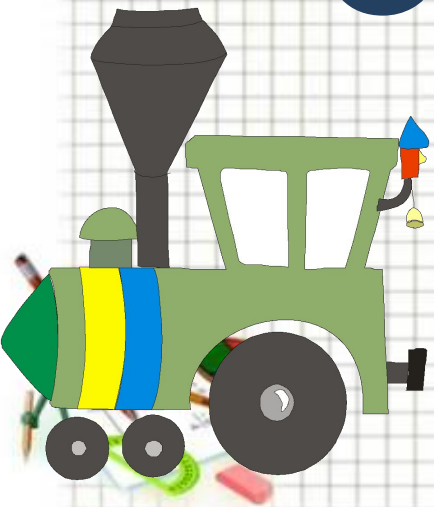
http://aida.ucoz.ru

► Домашнее задание

- ***Задача 1*.** Определить запас товаров в магазине, образуемый за три дня, если поступление товаров характеризуется функцией $f(t) = 2t + 5$.
- ***Задача 2***. Известно, что спрос на некоторый товар задается функцией $p = 4 – q^2$, где q – количество товара (в шт.), p – цена единицы товара (в руб.), а равновесие на рынке данного товара достигается при $p^* = q^* = 1$. Определите величину потребительского излишка.
- ***Задача 3***. ***(для тех, кто не боится трудностей при изучении математики)*** Под строительство гидроэлектростанции задан непрерывный денежный поток со скоростью $I(t) = -t^2 + 20t + 5$ (млрд руб./год) в течение 20 лет с годовой процентной ставкой $p = 5\%$. Найти дисконтированную стоимость этого потока.

http://aida.ucoz.ru

Урок окончен.



http://aida.ucoz.ru

Определенный интеграл,
Ты мне ночами начал сниться,
Когда тебя впервые брал,
Я ощутил твои границы.
И ограниченность твоя
Мне придавала больше силы.
С тобой бороться должен я,
Но должен победить красиво!
Какое счастие познал
Я в выборе первообразной,
Как долго я ее искал.

http://aida.ucoz.ru