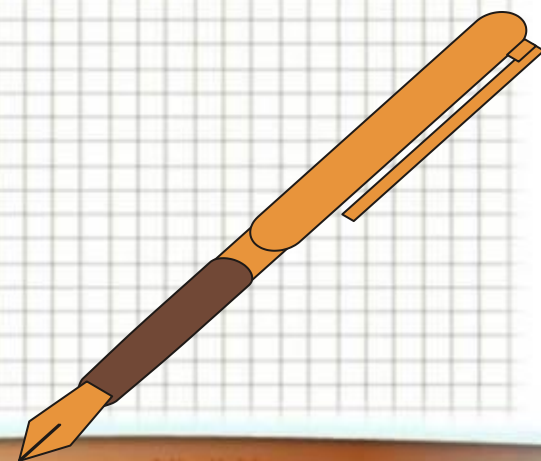




Урок алгебры и начал анализа по теме

**«Применение интегрального
исчисления к решению
прикладных задач в
экономике»**

(11 класс).



Здравствуйте!



Интеграл

Смысл - там, где змеи интеграла
Меж цифр и букв, меж d и f .

В.Я. Брюсов



Таблица
первообразных

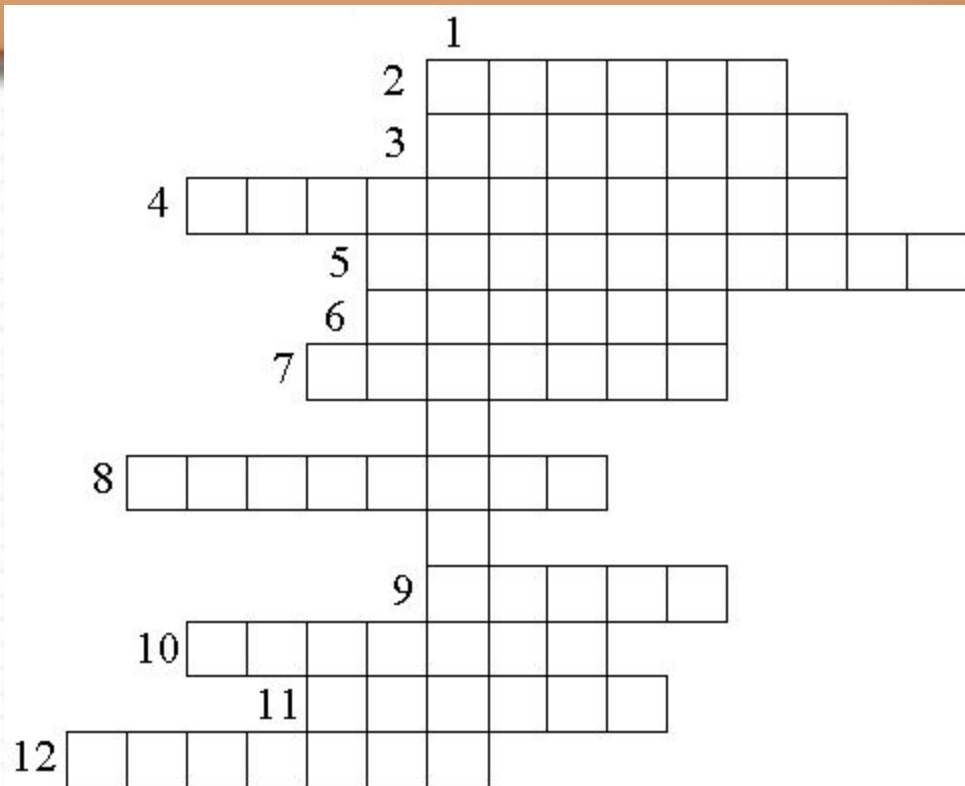
$F(x)$

Интеграл

Свойства
первообразной

С криволинейной
трапеции

Правила вычисления
первообразных



1. Как называется функция $F(x)$ для $f(x)$?

2. Что является графиком функции $y=kx+b$?

3. Самая низкая школьная отметка.

4. Какой урок обычно проходит после изучения темы?

5. Синоним слова дюжина?

6. Есть в каждом слове, у растения и может быть у уравнения.

7. Что можно вычислить при помощи интеграла?

8. Одно из важнейших понятий математики.

9. Форма урока, на котором проводится проверка знаний.

10. Немецкий ученый, в честь которого названа формула, связывающая площадь криволинейной трапеции и интеграл.

11. Множество точек плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты - соответствующим значениям функции.

12. Зависимость между переменными X и Y , при которой каждому значению X соответствует единственное значение Y , носит название



Верно ли что:

а)

$$\int x^5 dx = 5x^4 + c$$

б)

$$\int x^6 dx = \frac{1}{7} x^7$$



Верны ли равенства:

$$\text{а) } \int_0^1 x^3 dx = \frac{1}{4}$$

$$\text{б) } \int_0^5 x^2 dx = 2\frac{1}{3}$$

$$\text{в) } \int_2^4 x^2 dx = 2x$$

$$\text{г) } \int_0^3 5 dx = \frac{5x^2}{2} \Big|_0^3 = \frac{5}{2} (3^2 - 0^2) = \frac{45}{2}$$

$$\text{д) } \int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} (1 - 0) = \frac{1}{3}$$



Найти первообразные для функций:

а) $f(x) = 10x$

$F(x) = 5x^2 + C$

б) $f(x) = x^2$

$F(x) = \frac{1}{3}x^3 + C$

в) $f(x) = -\sin(2x)$

$F(x) = 0,5\cos(2x) + C$

г) $f(x) = 5\cos x$

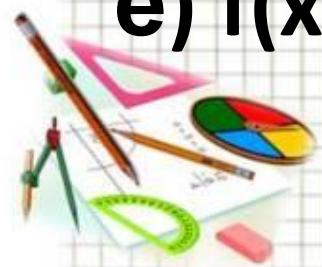
$F(x) = 5\sin x + C$

д) $f(x) = 6x^2$

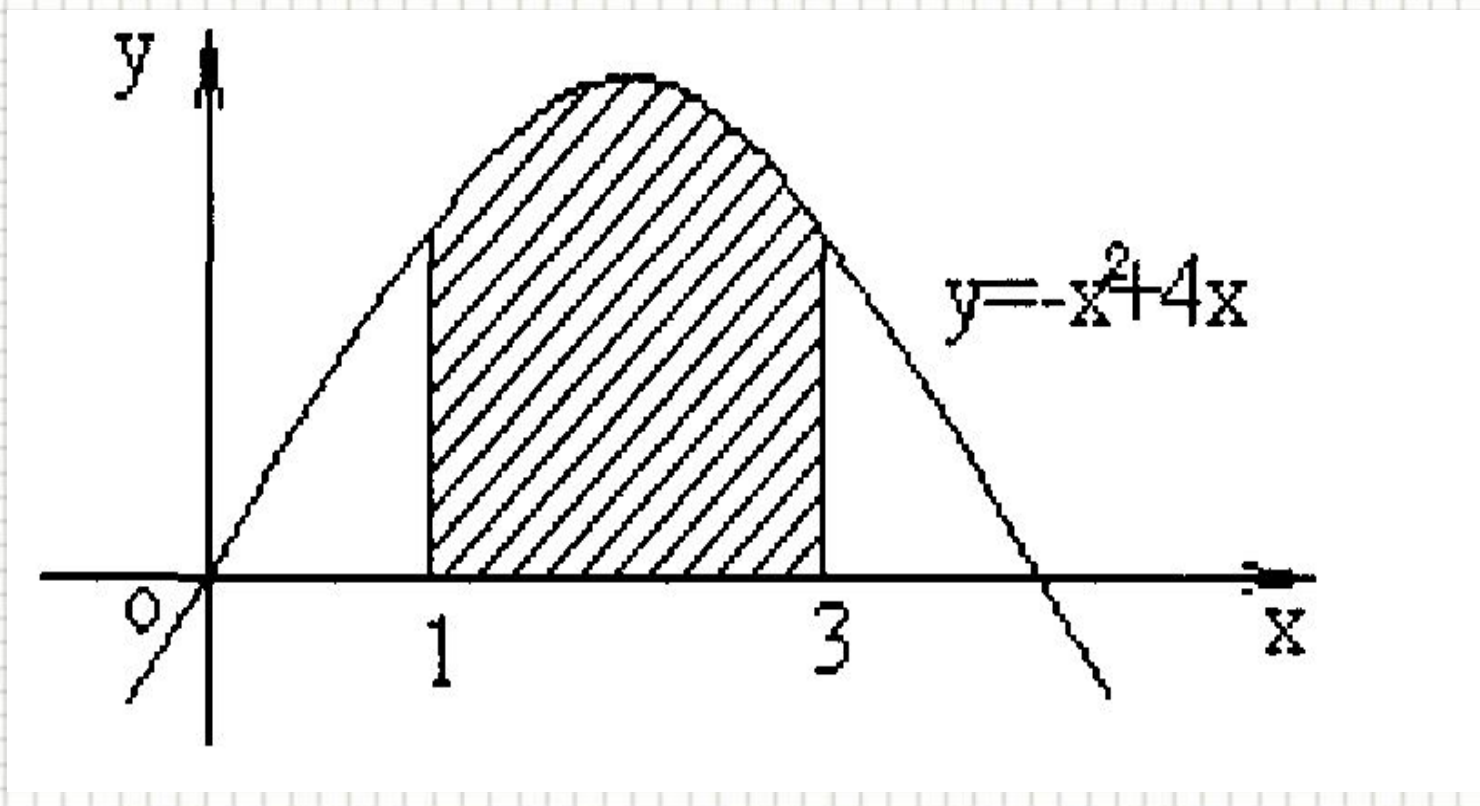
$F(x) = 2x^3 + C$

е) $f(x) = 3$

$F(x) = 3x + C$



**Найдите с помощью интеграла
площадь фигуры изображенной на
рисунке:**



**Вычисление площади
плоской фигуры в
полярных
координатах**

**Вычисление площади плоской
фигуры в прямоугольных
координатах**

Математика

**Вычисление
объема тела
вращения**

**Вычисление площади
поверхности тела
вращения**

Вычисление длины дуги кривой

$$A = \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx$$

A - работа,
F - сила,
N - мощность

S - перемещение
v - скорость
a - ускорение

$$v = \int_{t_1}^{t_2} a(t) dt$$

$$A = \int_{t_1}^{t_2} N(t) dt$$

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$$

Физика

m - масса тонкого
стержня,
ρ - линейная
плотность

$$q = \int_{t_1}^{t_2} J(t) dt$$

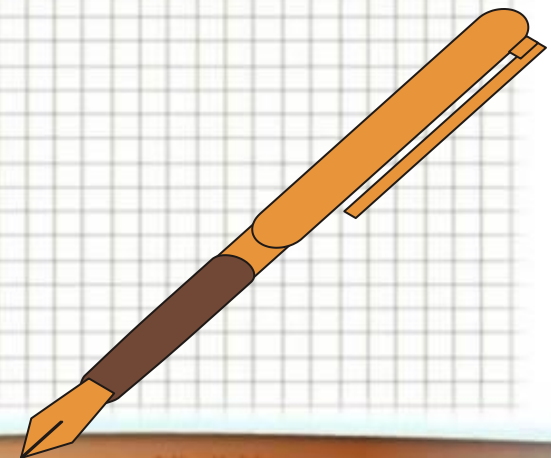
$$m = \int_{x_1}^{x_2} \rho(x) dx$$

q - электрический
заряд,
I - сила тока

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} c(t) dt$$

Q - количество теплоты
c - теплоемкость

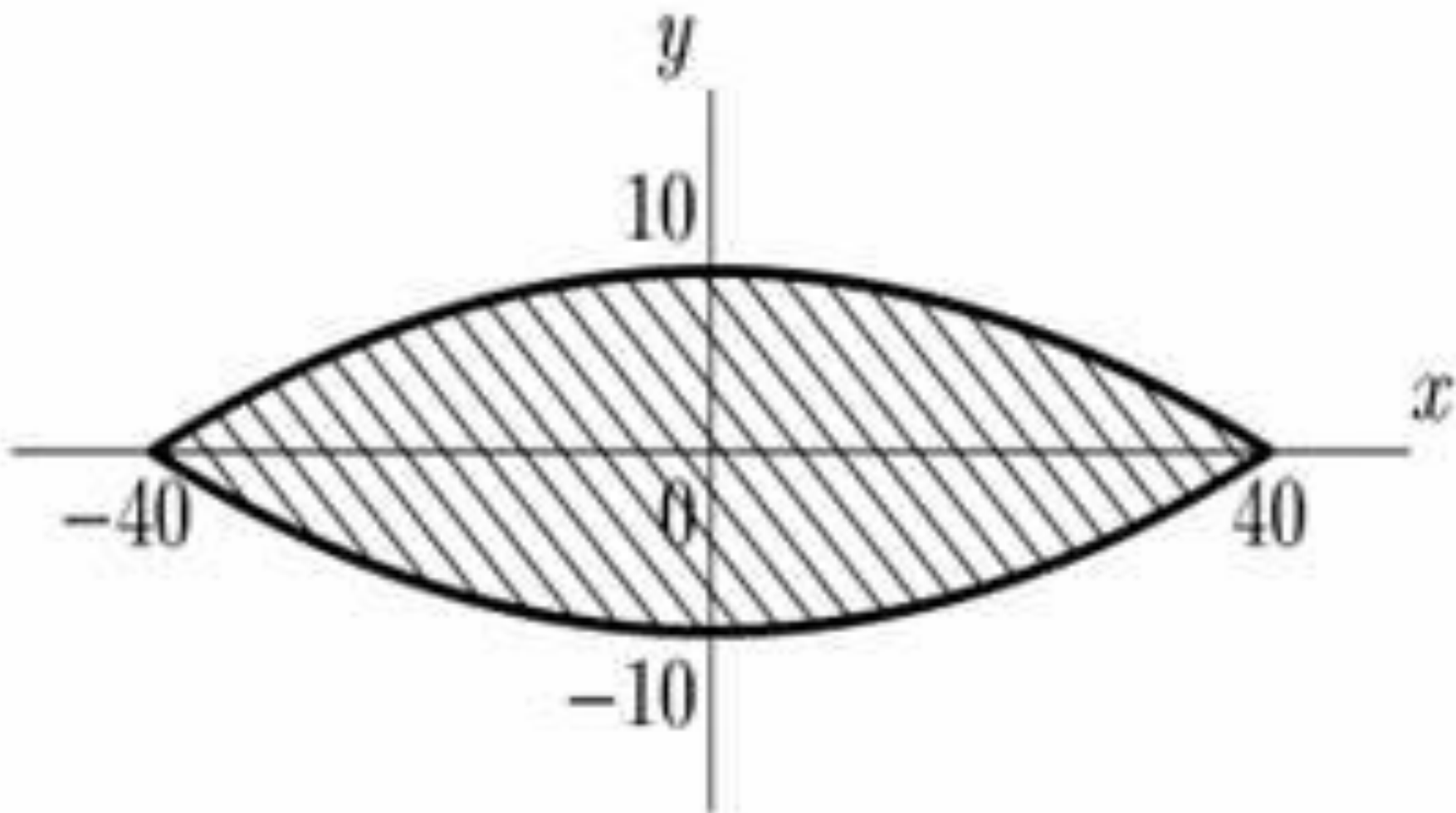
**«Применение интегрального
исчисления к решению
прикладных задач в
экономике»**



► Прогнозирование материальных затрат

Задача. Палуба корабля напоминает две пересекающиеся параболы. Сколько необходимо краски для ее покрытия, если длина корабля 80 м, ширина в центре – 20 м, а на каждый квадратный метр необходимо 0,25 кг краски.



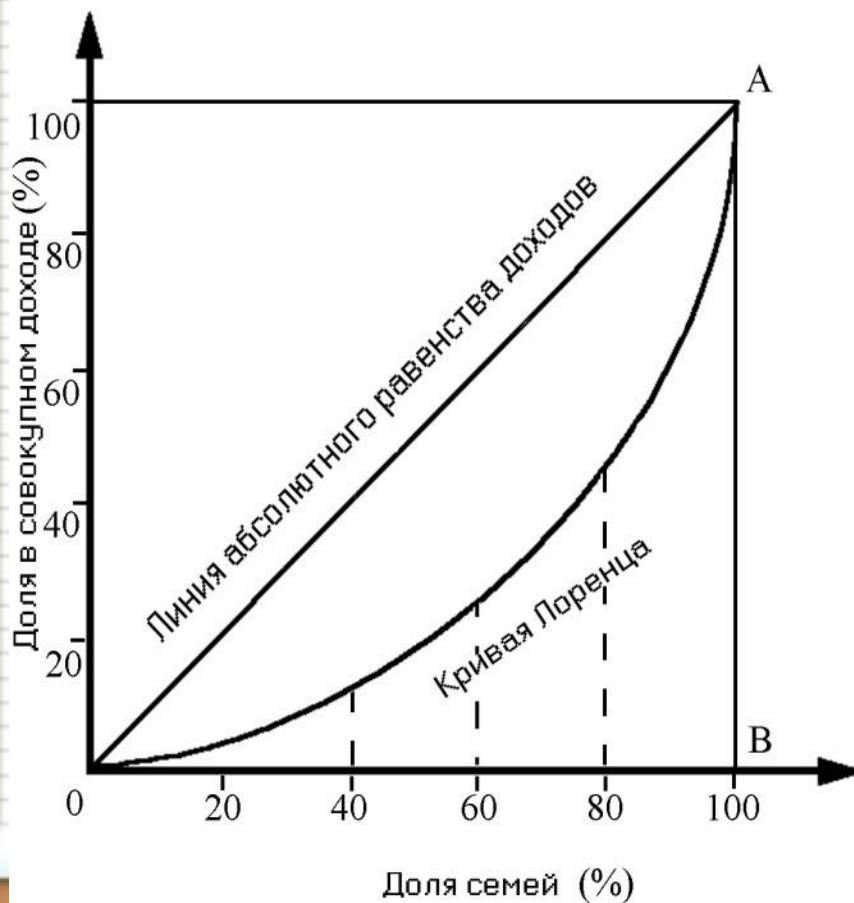


▶ Определения объема выпуска продукции

Задача. Определить объем продукции, произведенной рабочим за третий час рабочего дня, если производительность труда характеризуется функцией $f(t) = 3/(3t + 1) + 4$.

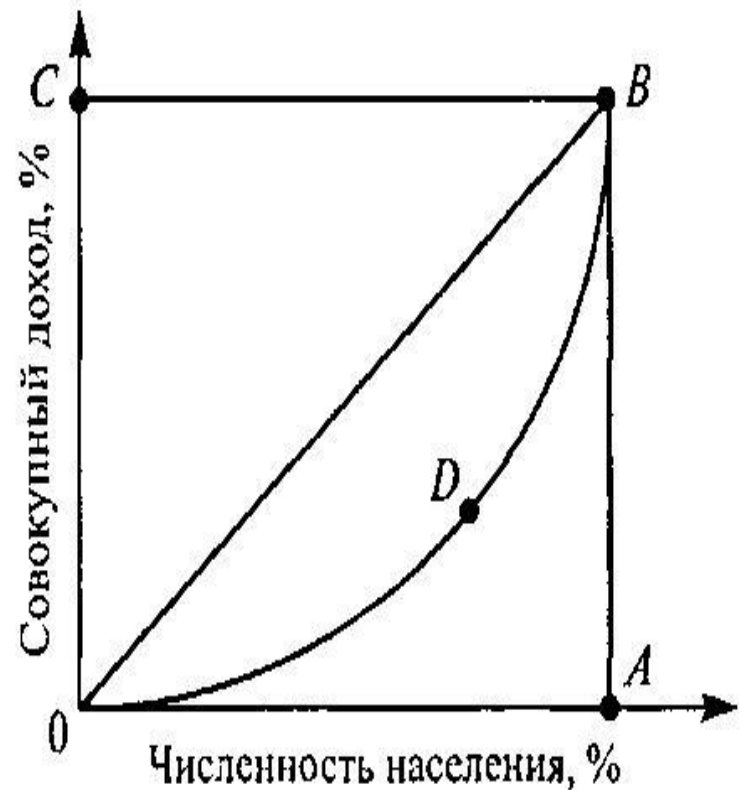


► «Кривая Лоренца» и «коэффициент Джини»



► «Кривая Лоренца» и «коэффициент Джини»

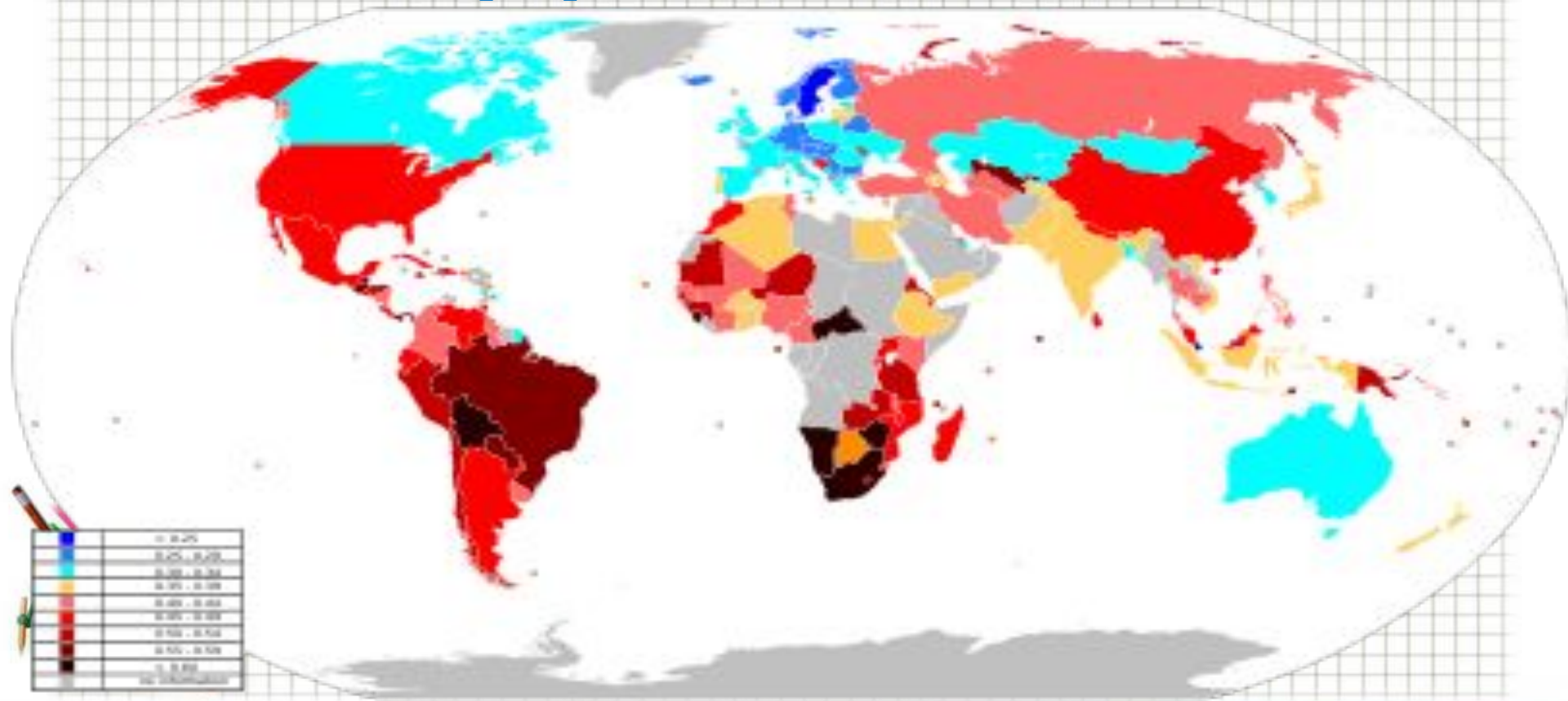
$$G = \frac{S_{ODB}}{S_{OAB}}$$

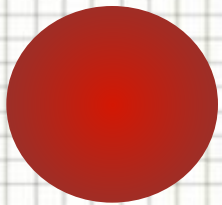


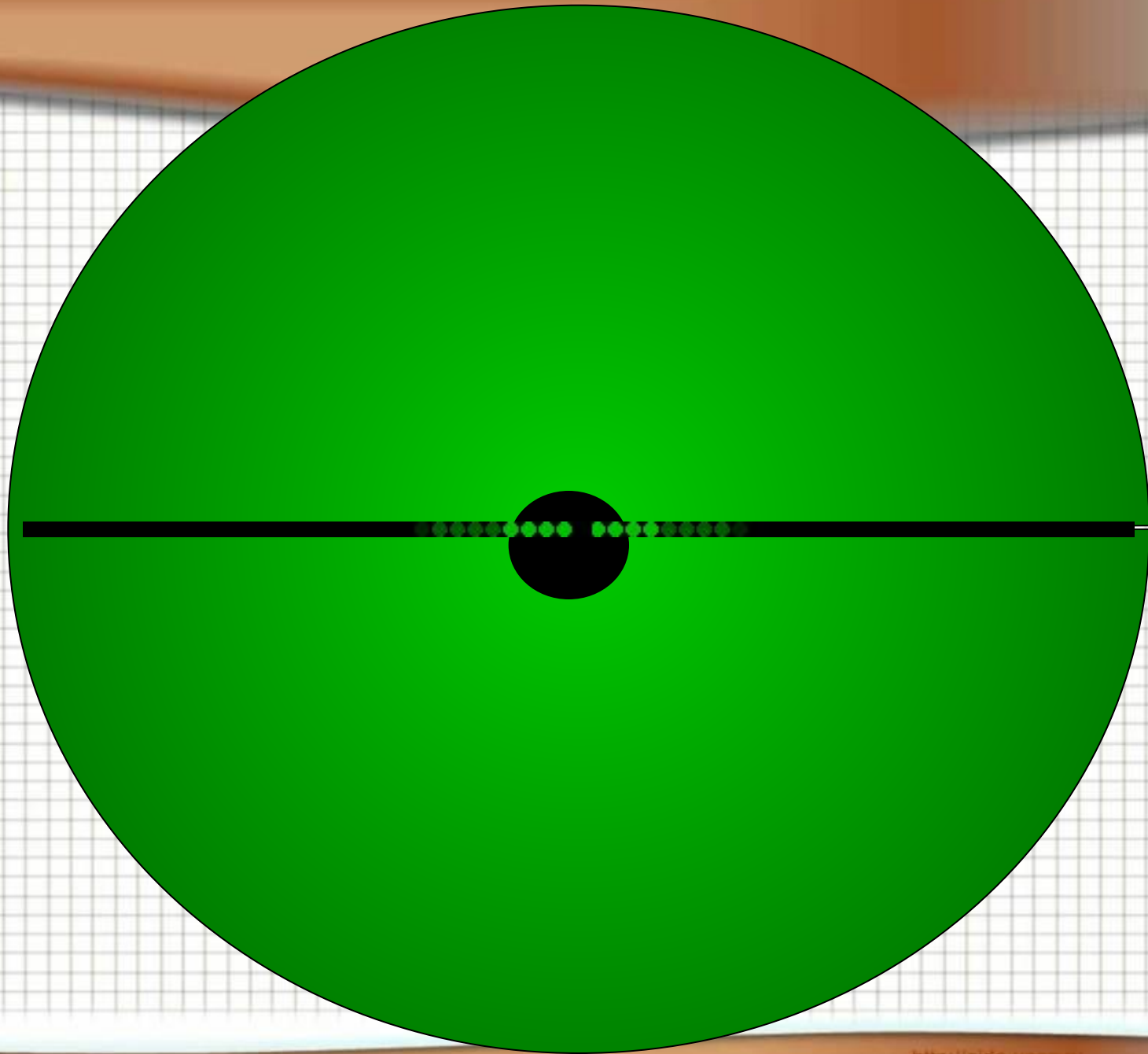
Кривая Лоренца



► «Кривая Лоренца» и «коэффициент Джини»







► **Нахождение
потребительск
ого
излишка и
излишка
производителя**

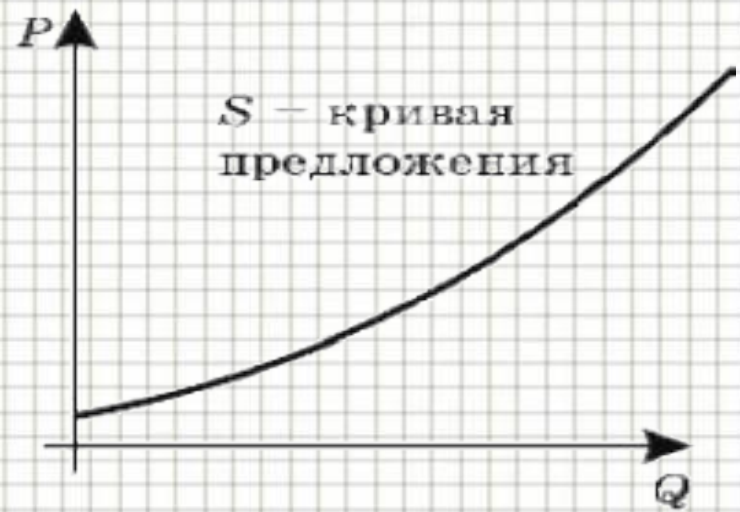
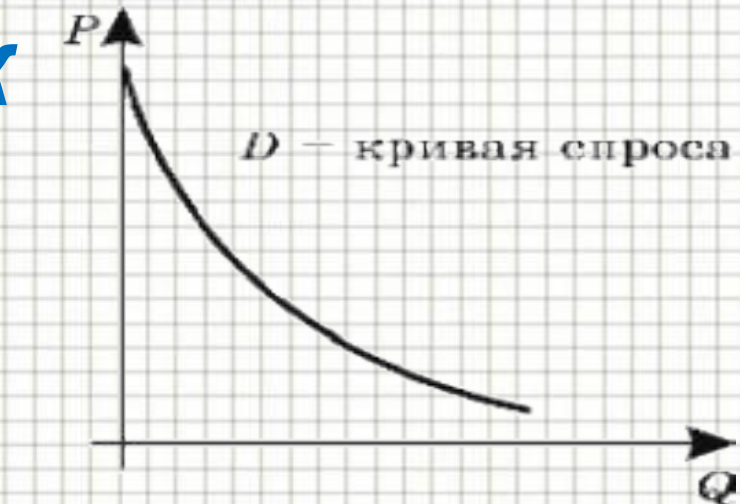


Рис. 1



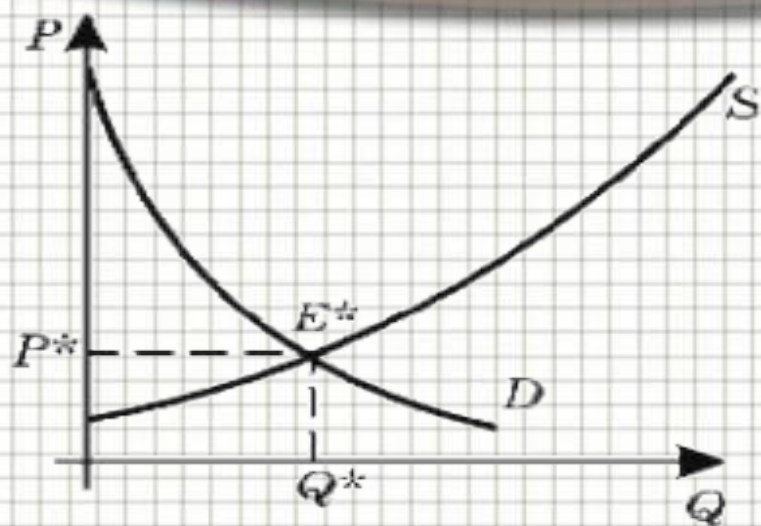


Рис. 2

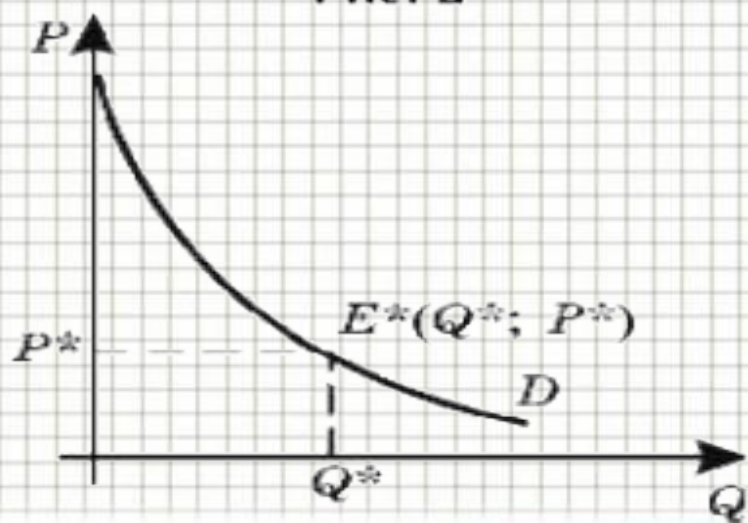


Рис. 3



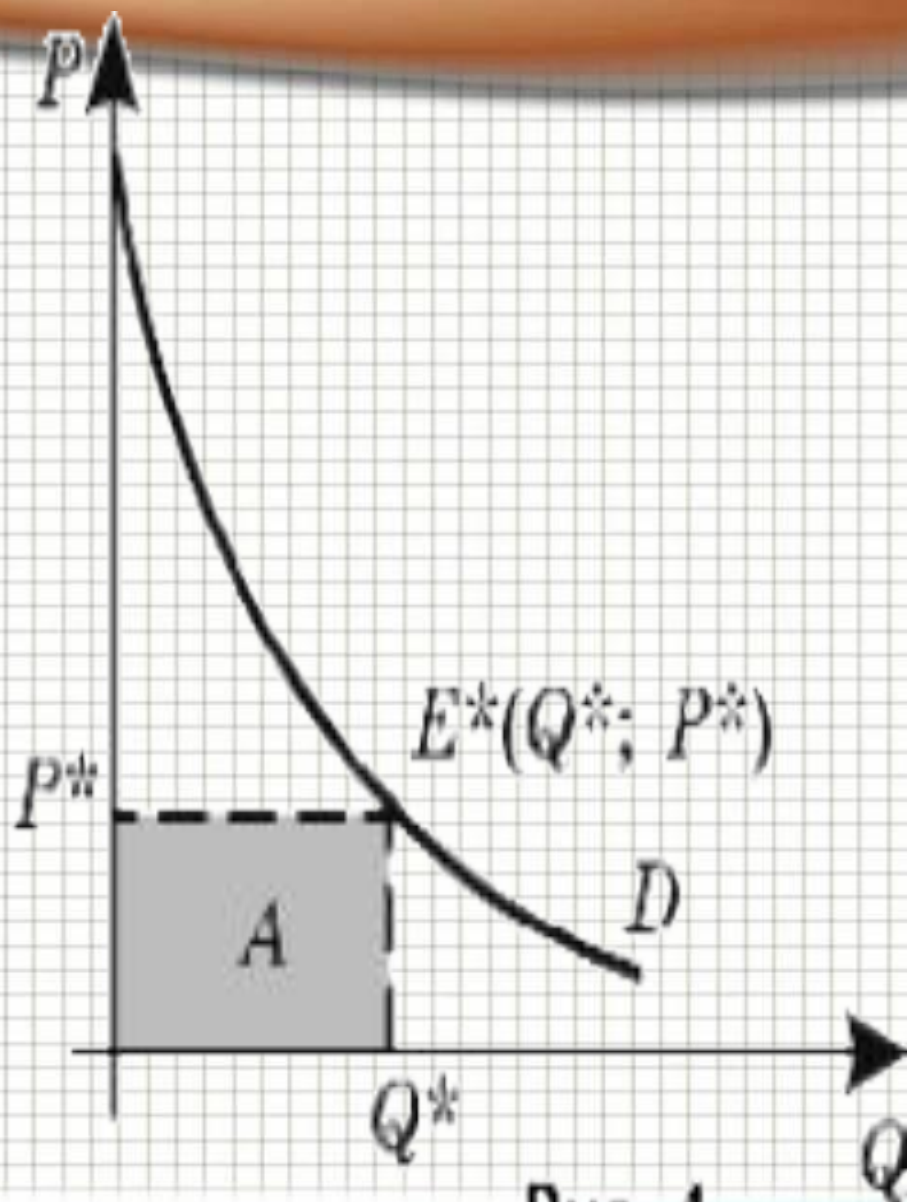
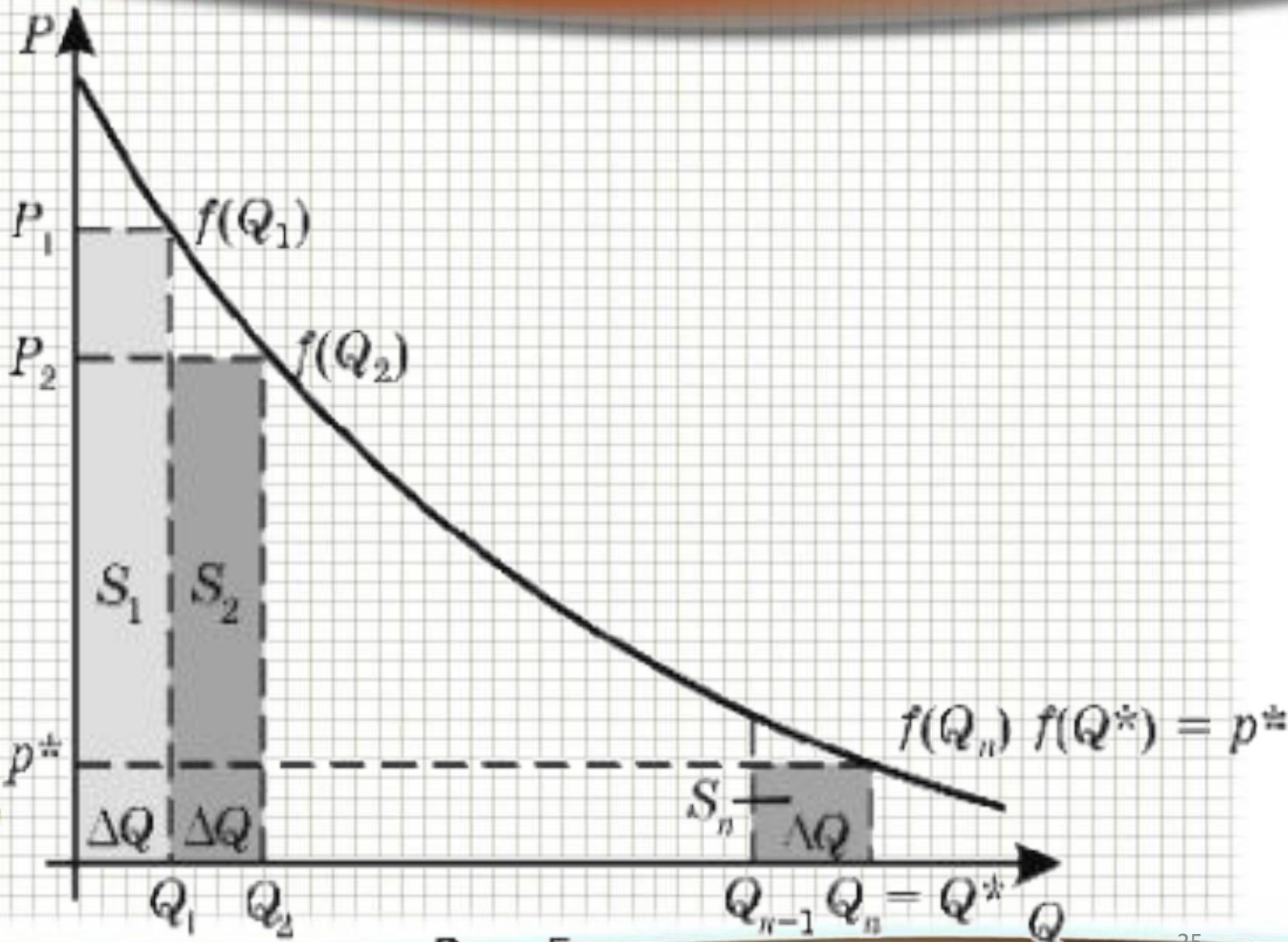


Рис. 4



12.08.2012

Рис. 5

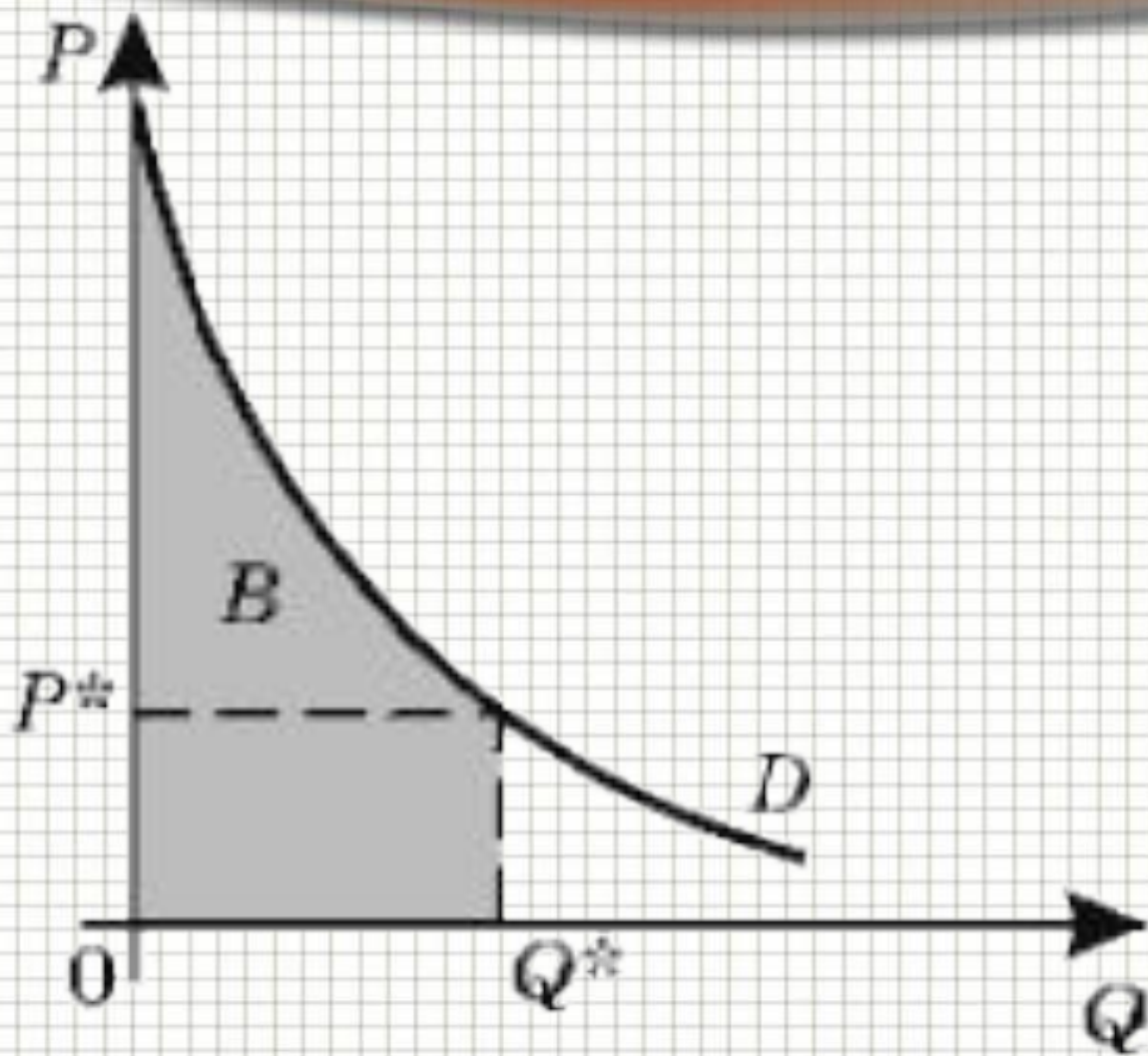
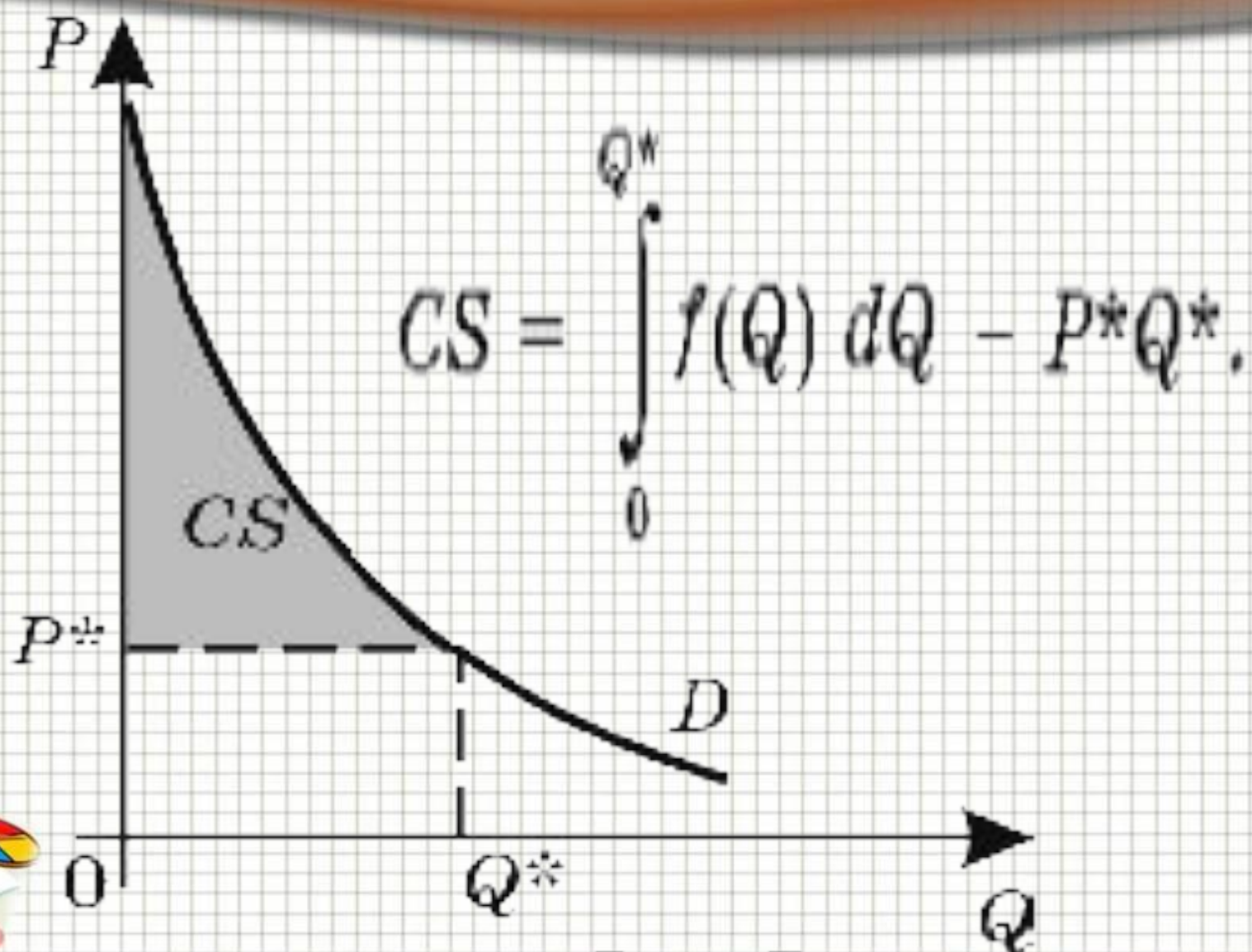


Рис. 6



$$CS = \int_0^{Q^*} f(Q) dQ - P^*Q^*$$



Рис. 7

▶ **Нахождение потребительского излишка**

Задача. Известно, что спрос на некоторый товар описывается функцией $q = \frac{8000}{p^3}$, а предложение данного товара характеризуется функцией $q = 500p$.
Найдите величину излишка потребителя при покупке данного товара.



▶ **Нахождение потребительского излишка**

Задача. Известно, что спрос на некоторый товар задается функцией $p = \frac{231}{q+1}$, предложение – функцией $p = q + 11$. Определите величину выигрыша потребителя при покупке данного товара.



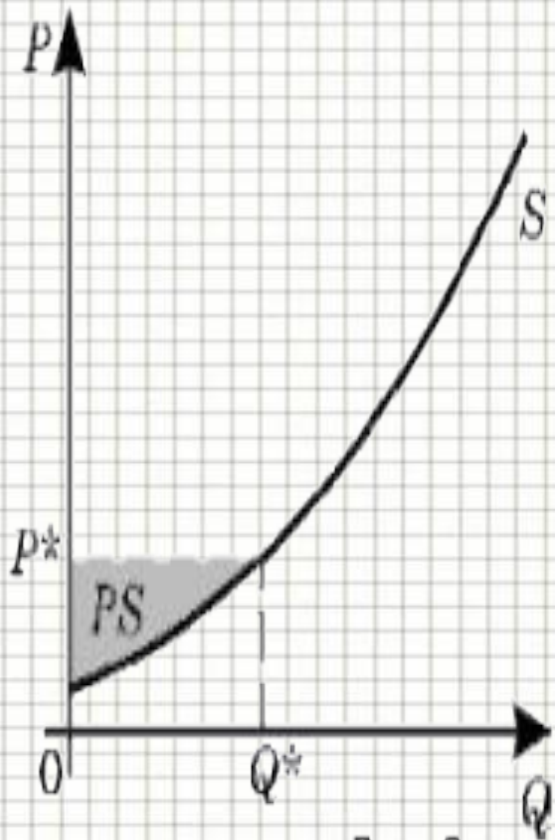


Рис. 8

$$PS = P^*Q^* - \int_0^{Q^*} f(Q) dQ.$$



▶ **Нахождение излишка**

производителя

Задача. Известно, что кривая предложения некоторого товара имеет вид $p = 4q^3 + 2$, а равновесие на рынке данного товара достигается при объеме продаж $Q^* = 3$. Определите добавочную выгоду производителя при продаже такого количества продукции.



**► Нахождение
дисконтированной
стоимости денежного потока**

$$\Pi = \int_0^T I(t) e^{-pt} dt$$



q – количество товара,
 p – цена единицы товара
 $(p^*; q^*)$ – точка равновесия

CS - потребительский излишек
 PS - излишек производителя

$$CS = \int_0^{q^*} p(q) dq - p^* q^*$$

$$PS = p^* q^* - \int_0^{q^*} p(q) dq$$

Экономика

G – коэффициент Джини

$$G = \frac{S_1}{S_1 + S_2}$$

$$V = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

f - производительность,
 t - время,
 V - объём продукции

$$П = \int_0^T I(t) e^{-pt} dt$$

$П$ – дисконтированная стоимость денежного потока,
 I - скорость денежного потока,
 p - годовая процентная ставка,
 t - время

► Домашнее задание

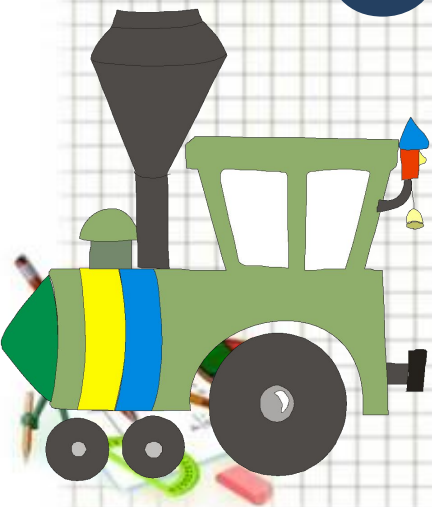
- **Задача 1.** Определить запас товаров в магазине, образуемый за три дня, если поступление товаров характеризуется функцией $f(t) = 2t + 5$.
- **Задача 2.** Известно, что спрос на некоторый товар задается функцией $p = 4 - q^2$, где q – количество товара (в шт.), p – цена единицы товара (в руб.), а равновесие на рынке данного товара достигается при $p^* = q^* = 1$. Определите величину потребительского излишка.
- **Задача 3.** *(для тех, кто не боится трудностей при изучении математики)* Под строительство гидроэлектростанции задан непрерывный денежный поток со скоростью $I(t) = -t^2 + 20t + 5$ (млрд руб./год) в течение 20 лет с годовой процентной ставкой $p = 5\%$. Найти дисконтированную стоимость этого потока.





урок

ОКОНЧЕН.



Определенный интеграл,
Ты мне ночами начал сниться,
Когда тебя впервые брал,
Я ощутил твои границы.

И ограниченность твоя
Мне придавала больше силы.

С тобой бороться должен я,
Но должен победить красиво!

Какое счастье познал
Я в выборе первообразной,
Как долго я ее искал.

