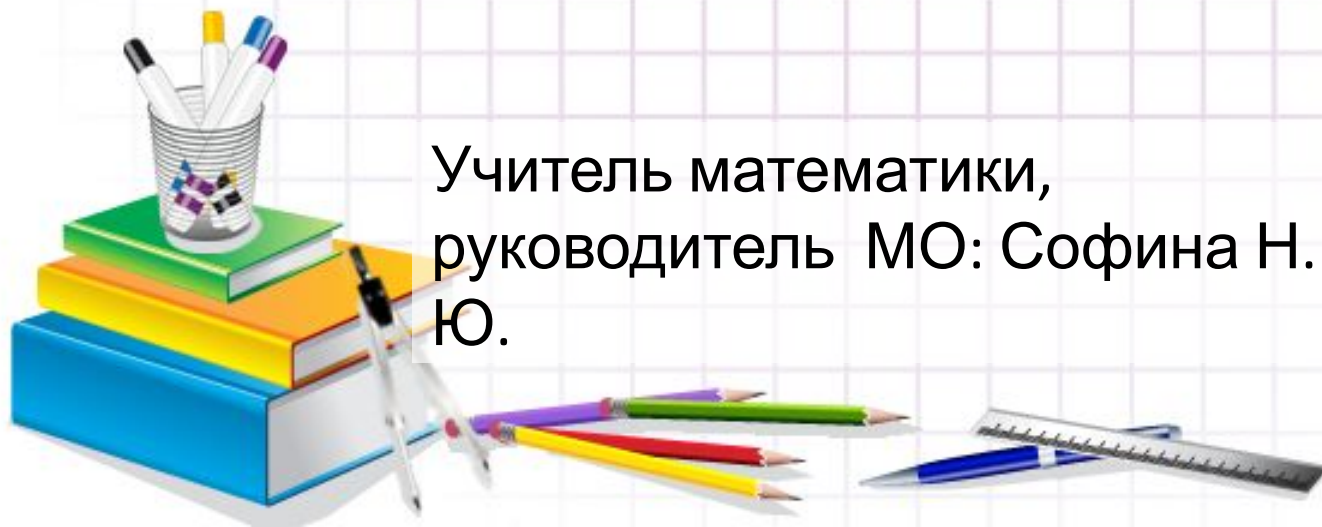


ГОУ РМЭ «Лицей им. М. В.  
Ломоносова»

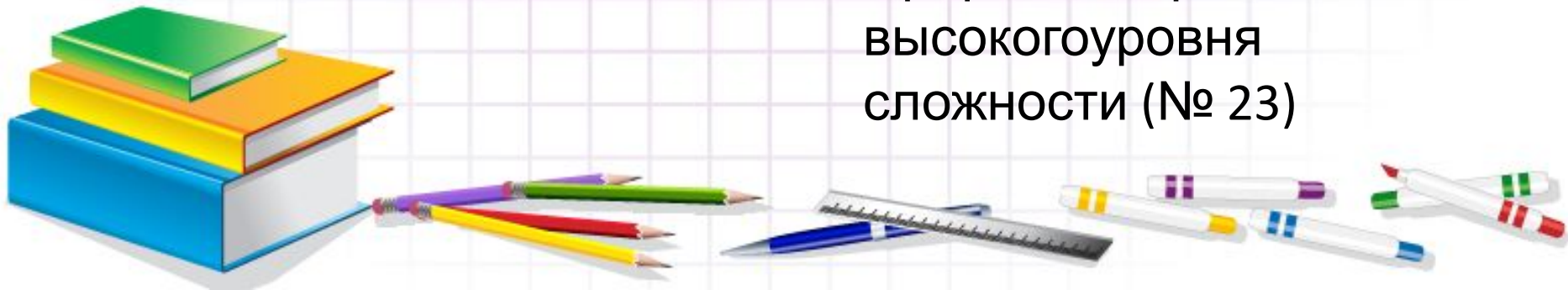
# Геометрический материал в ГИА-2012

Учитель математики,  
руководитель МО: Софина Н.  
Ю.



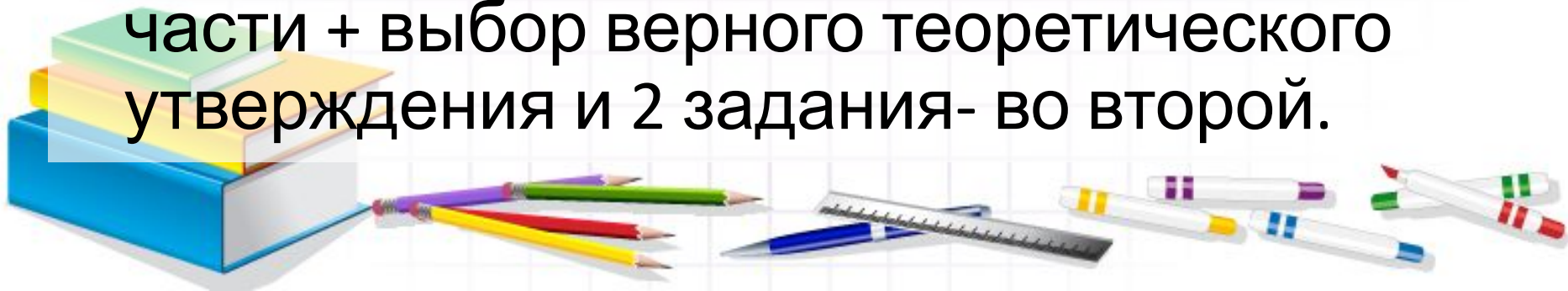
# Актуальность: введение геометрических задач в КИМы ГИА-2012

- **Цель:** помочь педагогам спланировать свою дальнейшую деятельность по подготовке учащихся к ГИА-9 на перспективу
- **Задачи:**
  - Показать задачи базового и повышенного уровней сложности
  - Рассмотреть критерии оценивания задач повышенного уровня сложности
  - Прорешать ряд задач высокого уровня сложности (№ 23)



# 2012

- В 2012 году (а в отдельных регионах в качестве эксперимента и в 2011г.) Федеральный институт педагогических измерений (ФИПИ) предлагает проводить аттестацию 9 класса по математике **алгебре и геометрии**. Контрольно-измерительные материалы будут содержать 3 задания в первой части + выбор верного теоретического утверждения и 2 задания- во второй.



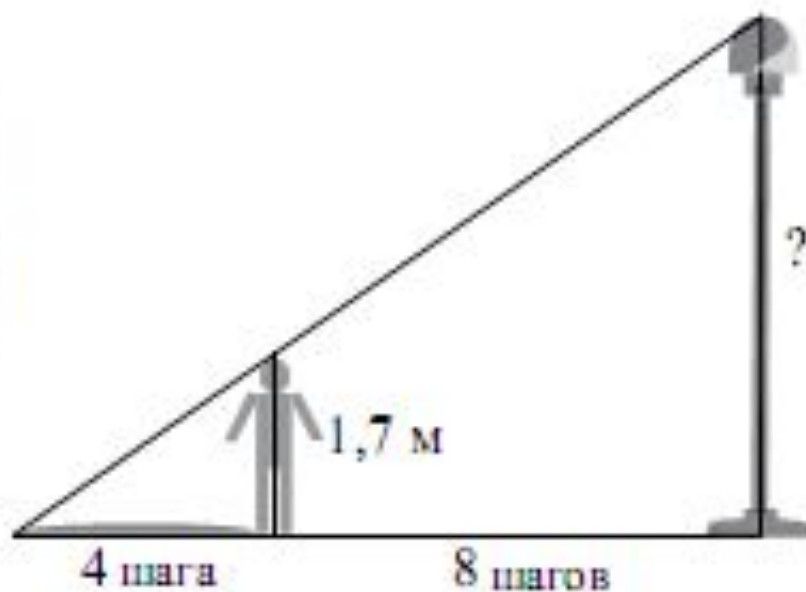
# Базовый уровень\_ДЕМО\_2012

Математика. 9 класс

4

Человек ростом 1,7 м стоит на расстоянии 8 шагов от столба, на котором висит фонарь (см. рис.). Человек отбрасывает тень длиной 4 шага. На какой высоте расположен фонарь?

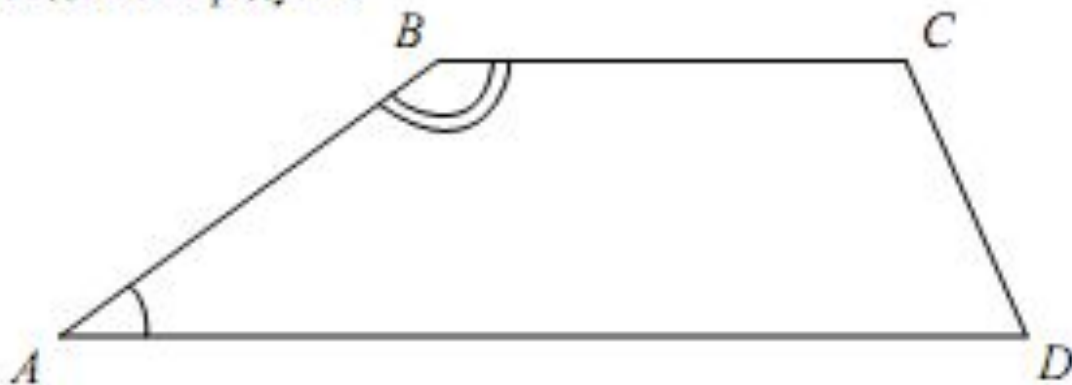
Ответ: \_\_\_\_\_



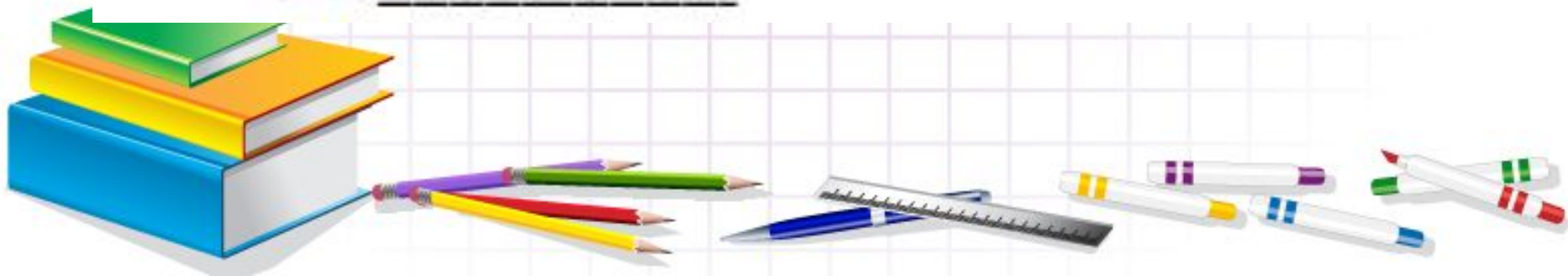
# Базовый уровень\_ДЕМО\_2012

Математика. 9 класс

- II** Угол  $B$  трапеции  $ABCD$  (см. рис.) в четыре раза больше угла  $A$ . Найдите угол  $B$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_



# Базовый уровень\_ДЕМО\_2012

**15** Укажите номера верных утверждений.

- 1) Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.
- 2) Если расстояние от центра окружности до прямой больше радиуса, то эта прямая и окружность не имеют общих точек.
- 3) Диагонали параллелограмма в точке пересечения делятся пополам.
- 4) Площадь трапеции равна произведению основания трапеции на высоту.
- 5) Сумма углов тупоугольного треугольника больше  $180^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_



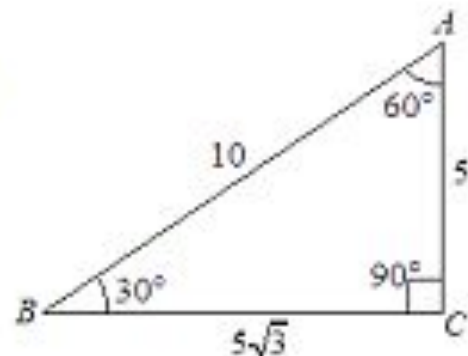
# Базовый уровень\_ДЕМО\_2012

Математика. 9 класс

16

Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке.

Ответ: \_\_\_\_\_



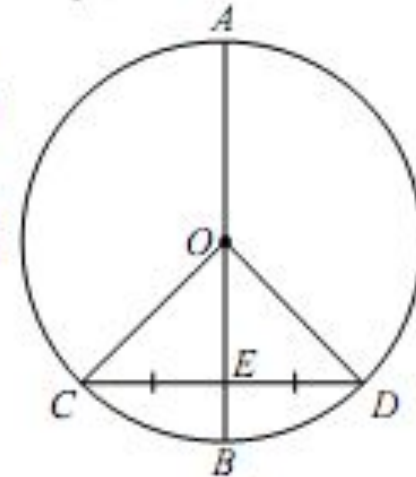
# Повышенный уровень\_ДЕМО\_2012

21

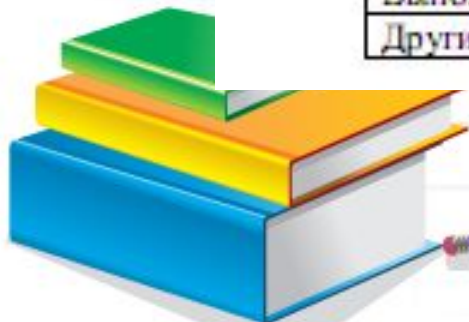
Докажите, что диаметр окружности, проведенный через середину хорды (не являющейся диаметром), перпендикулярен этой хорде.

Доказательство.  $OE$  – Медиана треугольника  $COD$ .

Так как  $OC = OD$ , треугольник  $COD$  равнобедренный. Следовательно,  $OE$  является высотой треугольника  $COD$ . Поэтому  $AB \perp CD$ .



Содержание критерия	Баллы
Выполнен верный чертеж, ход доказательства верный, все его шаги выполнены правильно	3
Выполнен верный чертеж, доказательство содержит неточности	2
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0



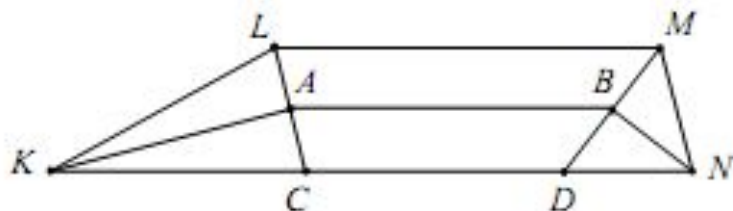


# Высокий уровень\_ДЕМО\_2012

23 Основания трапеции равны 6 и 10, а боковые стороны равны 2 и 4. Биссектрисы углов при одной боковой стороне пересекаются в точке  $A$ , а при другой — в точке  $B$ . Найдите  $AB$ .

**Решение.** Пусть  $LC$  — биссектриса угла  $KLM$  трапеции  $KLMN$  с основаниями  $KN$  и  $LM$ ,  $KN = 10$ ,  $LM = 6$ ,  $KL = 4$ ,  $MN = 2$ .

Тогда треугольник  $KLC$  равнобедренный с основанием  $LC$ . В нем  $KA$  — высота, биссектриса и медиана.



Аналогично, пусть  $MD$  — биссектриса угла  $LMN$ . Тогда  $NB$  — высота, биссектриса и медиана треугольника  $MND$ .

Получаем:  $KC = LK = 4$ ;  $MN = ND = 2$ , поэтому  
 $CD = KN - (KC + ND) = 10 - 6 = 4$ .

В трапеции  $CLMD$  отрезок  $AB$  — средняя линия.  $CD = 4$ ,  $LM = 6$ , поэтому  $AB = 5$ .

**Ответ:** 5.



Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный: доказано, что точки $A$ и $B$ лежат на средней линии трапеции, но не найдена длина отрезка $AB$ , или длина отрезка найдена верно, но в рассуждении допущены неточности	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0

# Перспективная тренировочная работа от МИОО, 2010г.

23

Концы отрезка  $AB$  лежат по разные стороны от прямой  $l$ . Расстояние от точки  $A$  до прямой  $l$  равно 12 см, а расстояние от точки  $B$  до прямой  $l$  равно 36 см. Найдите расстояние от середины отрезка  $AB$  до прямой  $l$ .

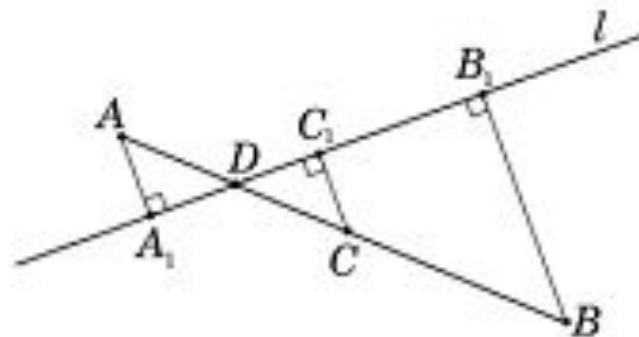
**Решение.**

Пусть точка  $C$  — середина отрезка  $AB$ ,  $D$  — точка пересечения отрезка  $AB$  с прямой  $l$ . Расстояние от точки  $A$  до прямой  $l$

$AA_1 = 12$  см, а расстояние от точки  $B$  до прямой  $l$   $BB_1 = 36$  см. Найдем расстояние от точки  $C$  до прямой  $l$ , т.е. отрезок  $CC_1$ .

Треугольники  $AA_1D$  и  $BB_1D$  подобны как прямоугольные по острому углу ( $\angle ADA_1 = \angle BDB_1$  — вертикальные).

Следовательно,  $\frac{AD}{BD} = \frac{AA_1}{BB_1} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$ .



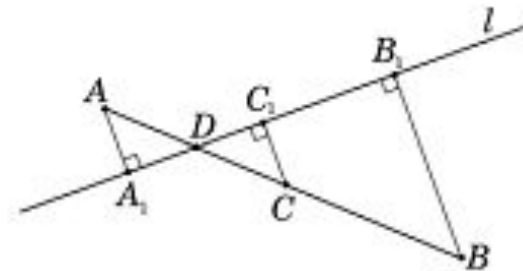
# Перспективная тренировочная работа от МИОО, 2010г.

Пусть  $AD = k$  см. Тогда  $BD = 3k$  см,  $AB = 4k$  см,  $AC = BC = 2k$  см.  
 $CD = BD - BC = k$ .

Треугольники  $DCC_1$  и  $DBB_1$  подобны как прямоугольные по острому углу ( $\angle D$  — общий).

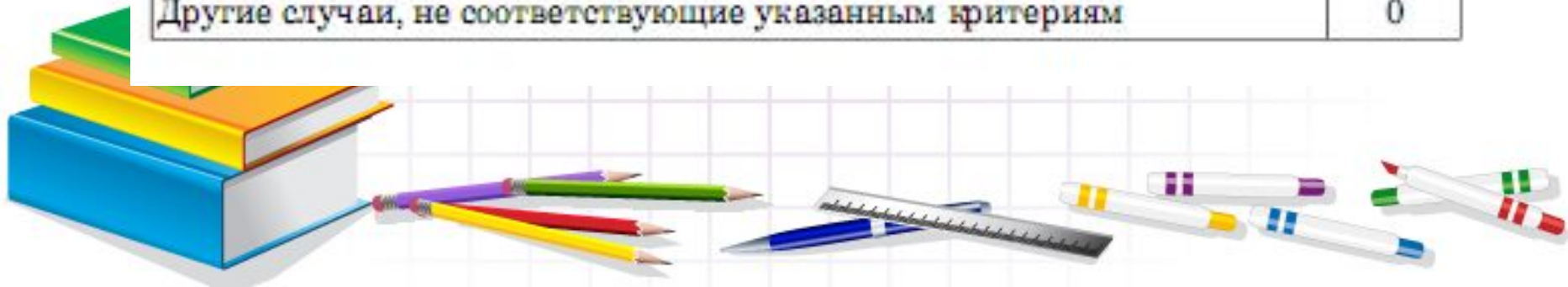
$$\text{Значит, } \frac{CC_1}{BB_1} = \frac{CD}{BD} = \frac{3k - 2k}{3k} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Следовательно, } CC_1 = \frac{1}{3}BB_1 = \frac{1}{3} \cdot 36 = 12 \text{ (см).}$$



**Ответ:** 12 см.

Содержание критерия оценивания	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным критериям	0



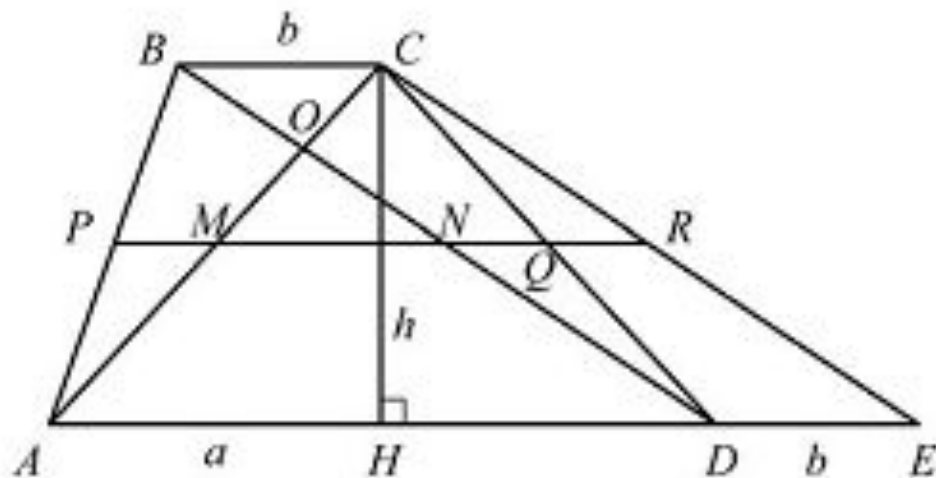
# Перспективная тренировочная работа от МИОО, 2011г.

**23** В трапеции  $ABCD$  основание  $AD$  в 5 раз больше основания  $BC$ . Диагонали трапеции пересекаются в точке  $O$ . Средняя линия трапеции пересекает диагонали в точках  $M$  и  $N$ . Найдите отношение площади треугольника  $MON$  к площади трапеции.

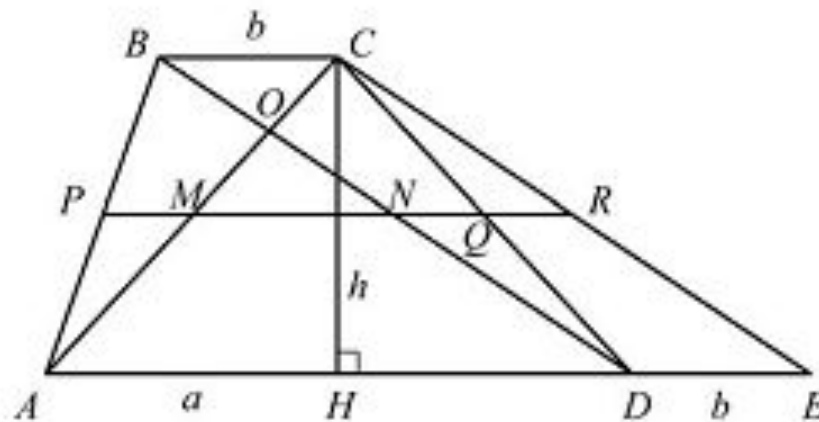
**Решение.** 1) Пусть в трапеции  $ABCD$  основания  $AD = a$ ,  $BC = b$ , высота  $CH = h$ . По условию  $a = 5b$ .

2) Средняя линия  $PQ$  трапеции  $ABCD$  пересекает диагональ  $AC$  в точке  $M$ , диагональ  $BD$  в точке  $N$ .

3) Выполним дополнительное построение: через вершину трапеции  $C$  проведем прямую, параллельную диагонали  $BD$  до пересечения с основанием  $AD$  – точка  $E$ .

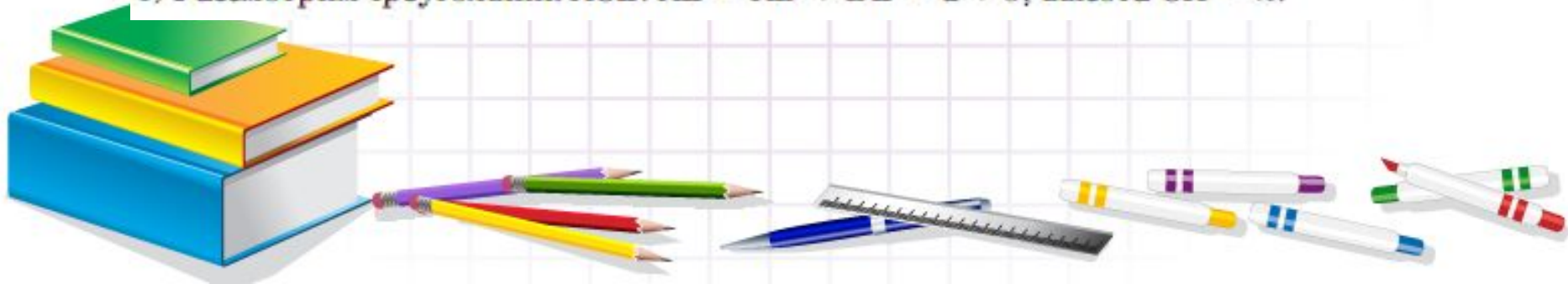


# Перспективная тренировочная работа от МИОО, 2011г.

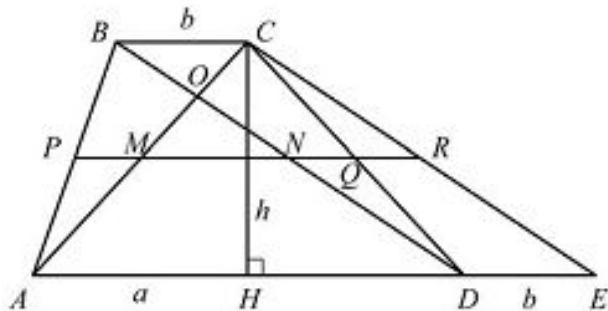


Четырехугольник  $BCED$  – параллелограмм ( $BD \parallel CE$ ,  $BC \parallel DE$ ), поэтому  $DE = BC = b$ .

4) Рассмотрим треугольник  $ACE$ :  $AE = AD + DE = a + b$ , высота  $CH = h$ .



# Перспективная тренировочная работа от МИОО, 2011г.



$$S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2} AE \cdot CH = \frac{1}{2} (a+b)h = S_{ABCD}$$

$$MON: MN = MR - NR = \frac{a+b}{2} - b = \frac{a-b}{2}$$

6) Треугольники  $MON$  и  $ACE$  подобны по двум углам ( $\angle M = \angle A$  – соответственные при параллельных прямых  $MN$  и  $AD$  и секущей  $AC$ ,  $\angle O = \angle C$  – соответственные при параллельных прямых  $BD$  и  $CE$  и секущей  $AC$ ). Значит, их площади относятся как квадраты их соответствующих линейных размеров:

$$\frac{S_{\triangle MON}}{S_{\triangle ACE}} = \left(\frac{MN}{AE}\right)^2 = \left(\frac{\frac{a-b}{2}}{a+b}\right)^2 = \left(\frac{\frac{5b-b}{2}}{5b+b}\right)^2 = \left(\frac{2b}{6b}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$



# Перспективная тренировочная работа от МИОО, 2011г.

Следовательно,  $\frac{S_{\Delta MON}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{9}$ .

Ответ:  $\frac{1}{9}$ .

Содержание критерия	Баллы
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	4
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	3
Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям	0



# Тренировочные задачи (№ 23) по перспективной модели КИМ 2012

- **1.** В прямоугольной трапеции  $ABCD$  с прямыми углами  $A$  и  $B$ , биссектрисы прямых углов пересекаются в точке  $K$ , биссектрисы двух других углов – в точке  $L$ . Основания трапеции равны 3 и 9. Длина  $KL$  составляет 2. Найдите боковые стороны трапеции, если известно, что их сумма меньше 9.
  - (Ответ:  $7/4$  и  $25/4$ )
- **2.** В трапеции основания равны 9 и 15, а боковые рёбра 2 и 2, при этом оба угла при большем основании- острые. Продолжения серединных перпендикуляров к боковым сторонам пересекаются в точке  $P$ . Определите расстояние от точки  $P$  до большего основания.
  - (Ответ:  $3\sqrt{2}$ )
- **3.** В ромб вписана окружность радиусом 5. Расстояние между точками касания этой окружности с двумя соседними рёбрами равно 6. Найдите сторону ромба.
  - ( Ответ:  $125/12$  )

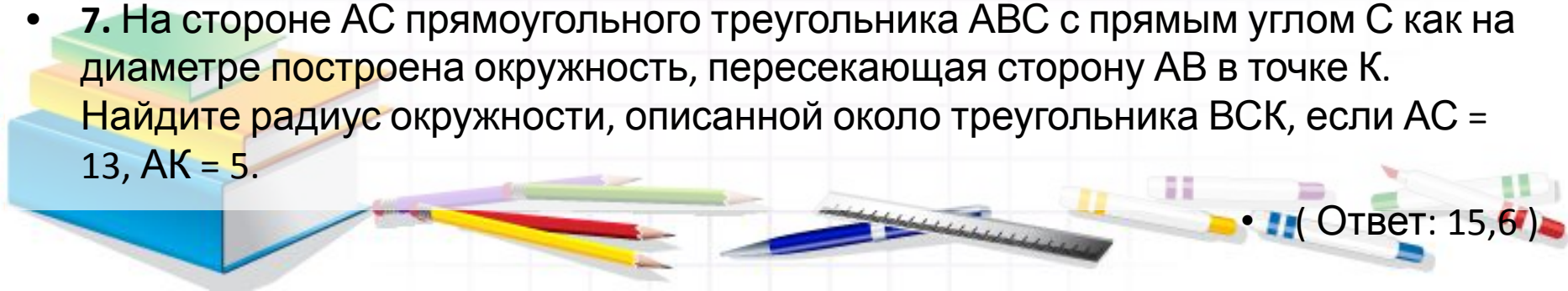




# Тренировочные задачи (№ 23) по перспективной модели КИМ 2012

- 4. Радиус описанной около правильного шестиугольника окружности больше радиуса окружности, вписанной в этот шестиугольник, на 1. Найдите сторону данного шестиугольника.  
( Ответ:  $2\sqrt{3} + 4$  )
- 5. В параллелограмме ABCD биссектрисы при сторонах AB и CD пересекаются в точках K и L соответственно,  $KL = AB$ . Известно, что  $AD > CD$ . Найдите, во сколько раз  $AD > CD$ .  
( Ответ: 2 )
- 6. Трапеция с основаниями 6 и 8 вписана в окружность, причём расстояние от центра окружности до большего основания равно 3. Найдите высоту трапеции.  
( Ответ: 1; 7 )
- 7. На стороне AC прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C как на диаметре построена окружность, пересекающая сторону AB в точке K. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника BCK, если  $AC = 13$ ,  $AK = 5$ .

( Ответ: 15,6 )



# Тренировочные задачи (№ 23) по перспективной модели КИМ 2012

- **8.** Окружности с радиусами 13 и 20 пересекаются в двух точках, расстояние между которыми равно 24. Найдите расстояние между радиусами, проведёнными к общей касательной этих окружностей.
  - ( Ответ:  $14\sqrt{2}$  )
- **9.** В трапеции ABCD с основаниями AD = 10 и BC = 5 прямая, проходящая через точку A и середину диагонали BD, пересекает сторону CD в точке L и прямую BC в точке K. Найдите LD, если CD = 9.
  - ( Ответ: 6 )
- **10.** Биссектриса параллелограмма ABCD пересекает продолжение прямой CD за точку C в точке N, CN = 2. Найдите BD, если AB = 4.
  - ( Ответ:  $2\sqrt{7}$  )



# ИСТОЧНИКИ

<http://4ege.ru/gia-in-9/>

[www.fipi.ru](http://www.fipi.ru)

<http://statgrad.mioo.ru/>

<http://vkontakte.ru/club10175642>

Математика. 9 класс. Подготовка к ГИА – 2011.  
Учебно-тренировочные тесты. Алгебра и геометрия:  
учебно-методическое пособие / Под редакцией Ф.Ф.  
Лысенко, С.Ю. Кулабухова.- Ростов –на – Дону :  
Легион - М, 2011.



**СПАСИБО  
ЗА  
ВНИМАНИЕ!**

