Урок-консультация по теме « Решение показательных уравнений».

Цели урока:

- а) образовательные:

-закрепить решение простейших показательных уравнений;

-показать дополнительные методы решения показательных уравнений;

-обобщить и систематизировать методы решения показательных уравнений;

- б) развивающие: продолжить работу по развитию умений работать с дополнительной литературой;
- в) воспитательные:

-организация совместных действий, ведущих к активизации учебного процесса;

-стимулирование учеников к самооценке образовательной деятельности;

-учащиеся работают над решением проблемы, поставленной учителем;

Ход урока

- Организационный момент.
- Устный счет.
- Актуализация знаний .
- Изучение нового материала.
- Закрепление изученного материала.
- Проверка и обсуждение заданий.
- Итог урока.
- Домашнее задание.

Устный счет.

1. Среди заданных функций укажите те, которые являются показательными:

$$А)\, y = 3^x;\, Б)\, y = \frac{1}{2}x^2;\, В)\, y = x^{\frac{3}{2}};\, Г)\, y = (\sqrt{3})^x$$

Ответ: А); Г).

2. Какие из заданных функций являются возрастающими и какие, убывающими?

$$А)\, y = 6^x;\, Б)\, y = (0{,}1)^x;\, В)\, y = (\sqrt{3})^x;\, Г)\, y = \pi^x$$

Ответ: А); В); Г).

Устный счет.

3. Решите уравнения.

$$А)3^x = 27; Б)4^x = 64; В)5^x = 25; Г)10^x = 10000$$

Ответ: А) 3; Б)3 ;В)2 ;Г)4.

4. Решите уравнения.

$$А)5^x * 2^x = 0{,}1^{-2}; Б)0{,}3^x * 3^x = \sqrt[3]{0{,}81}; В)(\frac{1}{5})^x * 3^x = \sqrt{\frac{5}{3}}; Г)6^x * (\frac{5}{6})^x = \frac{1}{25}$$

Ответ: А)2; $Б)\frac{2}{3}$ $В)-\frac{1}{2}$; Г) -2.

5. Решите неравенства:

$А)3^x > 9$ $В)(\frac{1}{3})^x \le 9$

$Б)3^x \le \frac{1}{3}$ $Г)3^x < -27$

$А)(2;+\infty); Б)\left(-\infty;-1\right]; В)\left[-2;+\infty\right);$ Г) нет решений.

Актуализация знаний

Показательное уравнение-это уравнение, содержащее неизвестное в показателе степени.

Основные методы решения показательных уравнений

$$a^x = b(a > 0, a \neq 1)$$

При $b \leq 0$ уравнение не имеет решений.

При b>0 данное уравнение решается логарифмированием обеих частей по основанию а

$$\log_a a^x = \log_a b \qquad x = \log_a b$$

Решите уравнения:

$$4^{x+5} = -4$$

Данное уравнение решений не имеет, т.к. -4<0, а показательная функция принимает только положительные значения.

$$8^{x} = 3$$

$$\log_8 8^x = \log_8 3$$

$$x \log_8 8 = \log_8 3$$

$$x = \log_8 3$$

Решение показательных уравнений методом уравнивания показателей

т.е. преобразование данного уравнения к виду ;

$$a^{f(x)} = a^{g(x)}$$

а затем к виду

f(x)=g(x)

Решите уравнение

$$\frac{0{,}2^{x-0{,}5}}{\sqrt{5}} = 5 \cdot 0{,}04^{x-1}$$

Приведем все степени к одному основанию 0,2. Получим уравнение

$$\mathbf{0{,}2}^{\,x-0{,}5} \cdot (0{,}2)^{0{,}5} = (0{,}2)^{-1} \cdot \left((0{,}2)^{2}\right)^{x-1}$$

$$(0{,}2)^{x} = (0{,}2)^{2x-3}$$

x=2x-3; x=3;

Ответ: x=3.

Решение показательных уравнений методом вынесения общего множителя за скобки.

Решите уравнение

$$7^{x+2} + 4 \cdot 7^{x+1} = 539$$

$$7^x \cdot 7^2 + 4 \cdot 7^x \cdot 7 = 539$$

$$7^x \cdot (49 + 28) = 539$$

$$7^x \cdot 77 = 539$$

$$7^x = 539 : 77$$

$$7^x = 7$$

$$x = 1$$

Ответ: x=1

Решение показательных уравнений способом подстановки. С помощью удачной замены переменных некоторые показательные уравнения удается свести к алгебраическому виду, чаще всего к квадратному уравнению.

Решите уравнение $9^x - 5 \cdot 3^x + 4 = 0$

Решение.

$$(3^x)^2 - 5 \cdot 3^x + 4 = 0$$

Пусть $3^x = t$ **t>0**

Тогда $t^2 - 5t + 4 = 0$

$$t_1 = 4$$

$$t_2 = 1$$

$$3^x = 4 \qquad 3^x = 1$$

$$x = \log_3 4 \qquad x = 0$$

Ответ: $x = \log_3 4$ $x = 0$

Изучение нового материала

Другие методы решения показательных уравнений

- **Метод почленного деления.**
- **Способ группировки.**
- **Графический метод решения уравнений.**
- **Решение показательных уравнений методом подбора.**

<u>Метод почленного деления.</u>

Данный метод заключается в том, чтобы разделить каждый член уравнения, содержащий степени с одинаковыми показателями, но разными основаниями, на одну из степеней. Этот метод применяется для решения однородных показательных уравнений.

Решите уравнение

$$3\cdot 4^x+2\cdot 25^x-7\cdot 10^x=0$$

Решение

$$3\cdot 2^{2x}+2\cdot 5^{2x}-7\cdot 2^x\cdot 5^x=0 \qquad (:5^{2x})$$

$$3\cdot (\frac{2}{5})^{2x}+2-7\cdot (\frac{2}{5})^x=0$$

Пусть $(\frac{2}{5})^x=y, где y>0$

Тогда $3y^2-7y+2=0$

$D=49-24=25$

$y_1=2; y_2=\frac{1}{3}$

Далее имеем: $(\frac{2}{5})^x=2$ $\qquad$ $(\frac{2}{5})^x=\frac{1}{3}$

$x=\log_{2/5}2$ $\qquad$ $x=\log_{2/5}\frac{1}{3}=\log_{2/5}1-\log_{2/5}3=-\log_{2/5}3$

Ответ: $x=\log_{2/5}2$; $x=-\log_{2/5}3$

Способ группировки.

Способ группировки заключается в том, чтобы собрать степени с разными основаниями в разных частях уравнения, а затем разделить обе части уравнения на одну из степеней.

Решить уравнение

$$3\cdot 2^{2x}+\frac{1}{2}\cdot 9^{x+1}-6\cdot 4^{x+1}=-\frac{1}{3}\cdot 9^{x+2}$$

Решение.

Сгруппируем слагаемые следующим образом:

$$\frac{1}{2}\cdot 9^{x+1}+\frac{1}{3}\cdot 9^{x+2}=6\cdot 4^{x+1}-3\cdot 2^{2x}$$

$$\frac{1}{2}\cdot 9^{x}\cdot 9+\frac{1}{3}\cdot 9^{x}\cdot 9^{2}=6\cdot 4^{x}\cdot 4-3\cdot 4^{x}$$

$$4{,}5\quad 9^{x}+27\cdot 9^{x}=24\cdot 4^{x}-3\cdot 4^{x}$$

$$31{,}5\cdot 9^{x}=21\cdot 4^{x}\quad (:9^{x})$$

$$31{,}5=21\cdot\left(\frac{4}{9}\right)^{x}\qquad \left(\frac{4}{9}\right)^{x}=\frac{3}{2}\qquad \left(\frac{2}{3}\right)^{2x}=\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$$

2x=-1 x=-0,5; **Ответ: x=-0,5**

Использование графического метода решения уравнений.

- Решить уравнение

$$3^{2x} = 10 - x$$

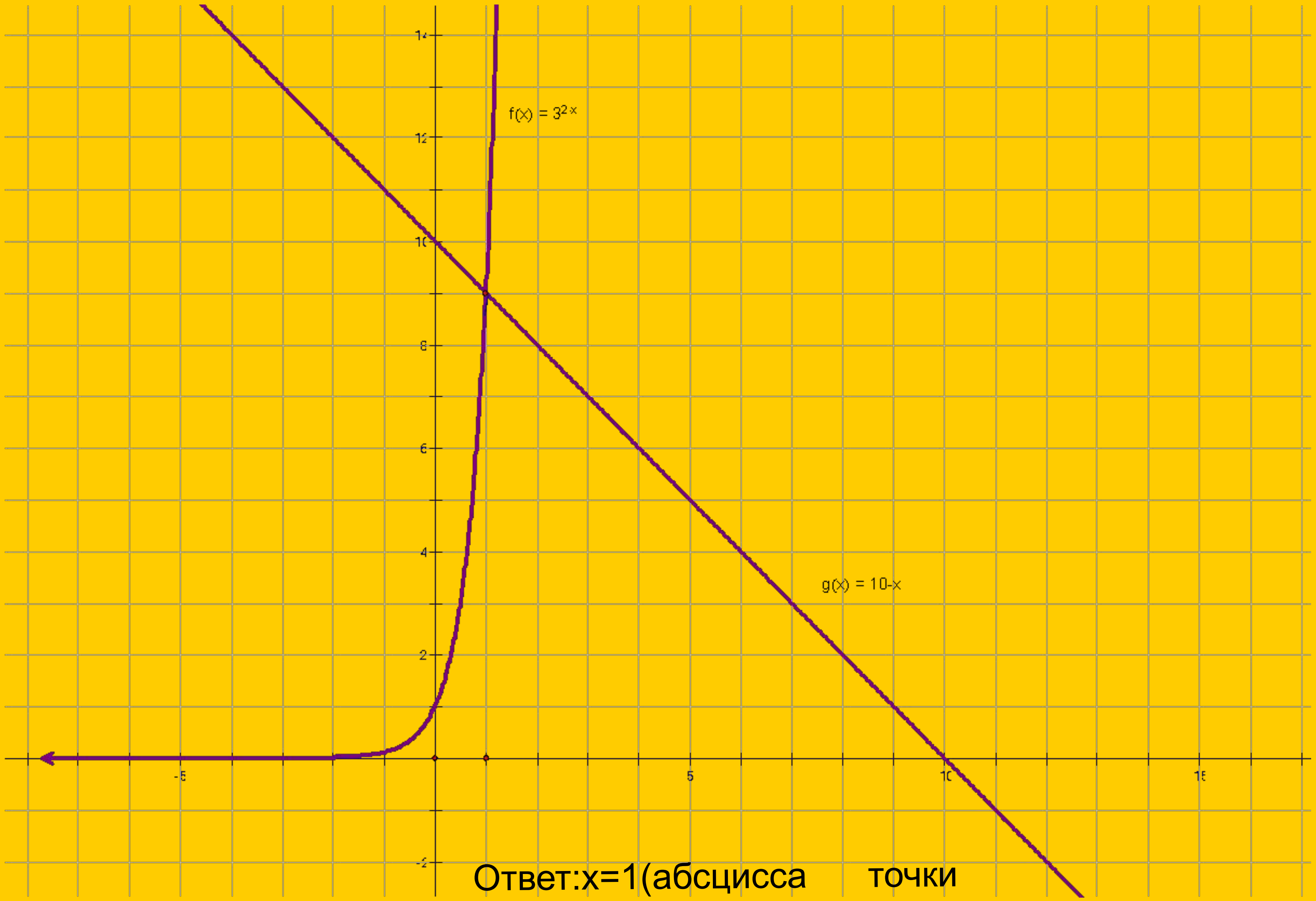
Построим таблицы значений.

$$Y = 3^{2x}$$

x.	y
0	1
1	9
-1	1/3

$$Y = 10 - x$$

x	y
0	10
10	0



Ответ:x=1(абсцисса точки пересечения графиков)

Решение показательных уравнений методом подбора.

При решении показательных уравнений этим методом вначале находят путем подбора корень исходного уравнения, а затем доказывают, что этот корень единственный, с использованием свойства монотонности показательной функции.

Решить уравнение:

$$6^x + 8^x = 10^x$$

Решение:

Подбором находим, что x=2-корень исходного уравнения.

Покажем, что других корней нет. Разделив исходное уравнение на 10^x получаем равносильное уравнение: $\frac{6^x}{10^x} + \frac{8^x}{10^x} = \frac{10^x}{10^x}$ $(\frac{3}{5})^x + (\frac{4}{5})^x = 1$

А) Покажем, что среди чисел x<2 корней нет. Если x<2, то $(\frac{4}{5})^x > (\frac{4}{5})^2 \Rightarrow$

$(\frac{3}{5})^x + (\frac{4}{5})^x > (\frac{3}{5})^2 + (\frac{4}{5})^2 = 1 \Rightarrow$ **при x<2 корней нет.**

Б) Покажем, что среди чисел x>2 корней исходного уравнения также нет.

Если x >2, то $(\frac{4}{5})^x < (\frac{4}{5})^2 \Rightarrow (\frac{3}{5})^x + (\frac{4}{5})^x < (\frac{3}{5})^2 + (\frac{4}{5})^2 = 1 \Rightarrow$

при x>2 исходное уравнение корней не имеет.

Ответ: x=2.

Закрепление изученного материала.

- Каждой группе учащихся в конвертах даются задания. Консультант раздает каждому ученику по одной задаче и через 10 минут решения собираются и сдаются учителю. Затем продолжается обсуждение и решение в группе остальных уравнений.

Задания группам.

Решить уравнения.

1.Решить графическим способом $2^x - 2 = 1 - x$

2.Решить уравнение: $9 \cdot 16^x - 7 \cdot 12^x - 16 \cdot 9^x = 0$

3.Решить уравнение : $(3^{x^2} - 81) \cdot \sqrt{1 - x} = 0$

4. Решить уравнение: $(x + 3)^{x^2 - 3} = (x + 3)^{2x}$

Проверка и обсуждение заданий.

- Готовые решения одного из трех заданий записываются на доске каждой группой. Выдвинутый группой ученик объясняет решение, основываясь на теории, выдвигает алгоритм действий.

Итог урока.

1) Какими методами можно решать показательные уравнения?

2)Оценка знаний учащихся:

Условные знаки для оценивания :
«+»– отлично изучил тему;
«+;-»– есть проблемы, но я их решил самостоятельно;
«^»– были проблемы, но я их решил с помощью группы;
«-»– проблемы не решены.