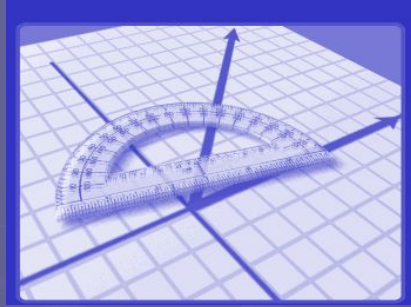


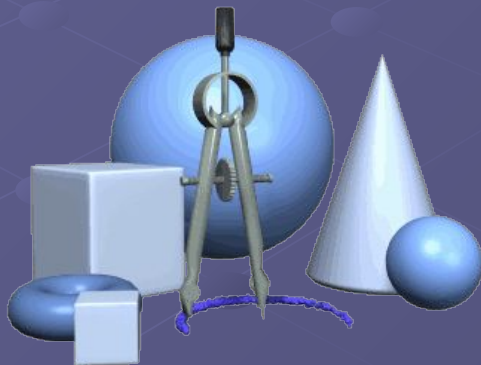
производной.



Геометрический смысл

производной.

Приложение производной к решению задач»



Выполнили: Лысова О.Н.
Кенжимбетова Г.У.

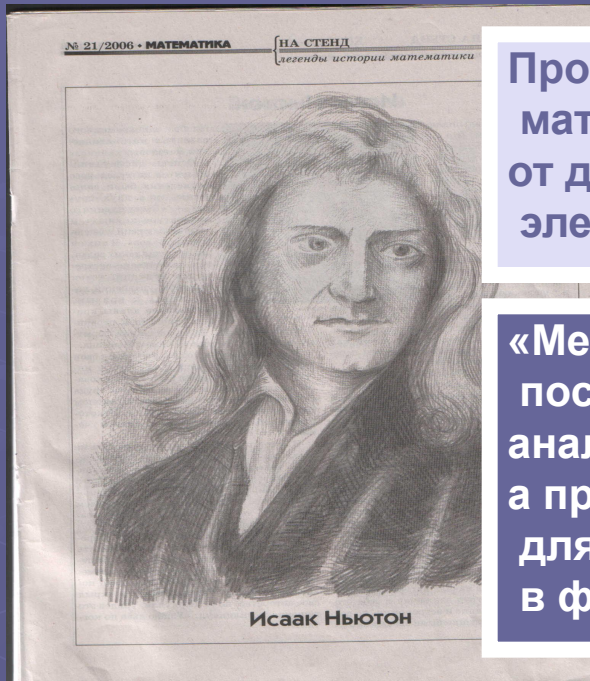
2011



Отгадайте ключевое слово урока

- 1) С ее появлением математика перешагнула из алгебры в математический анализ;
- 2) Ньютон назвал ее «флюксийей» и обозначал точкой;
- 3) Бывает первой, второй, ... ;
- 4) Обозначается штрихом.

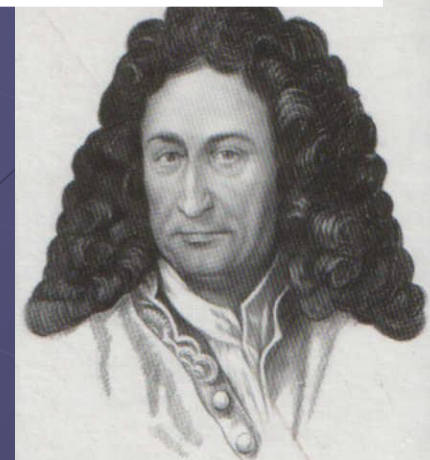
Исторические сведения



Производная – одно из фундаментальных понятий математики. Оно возникло в XV11 веке. Независимо друг от друга И.Ньютон и Г.Лейбниц разработали основные элементы дифференциального исчисления.

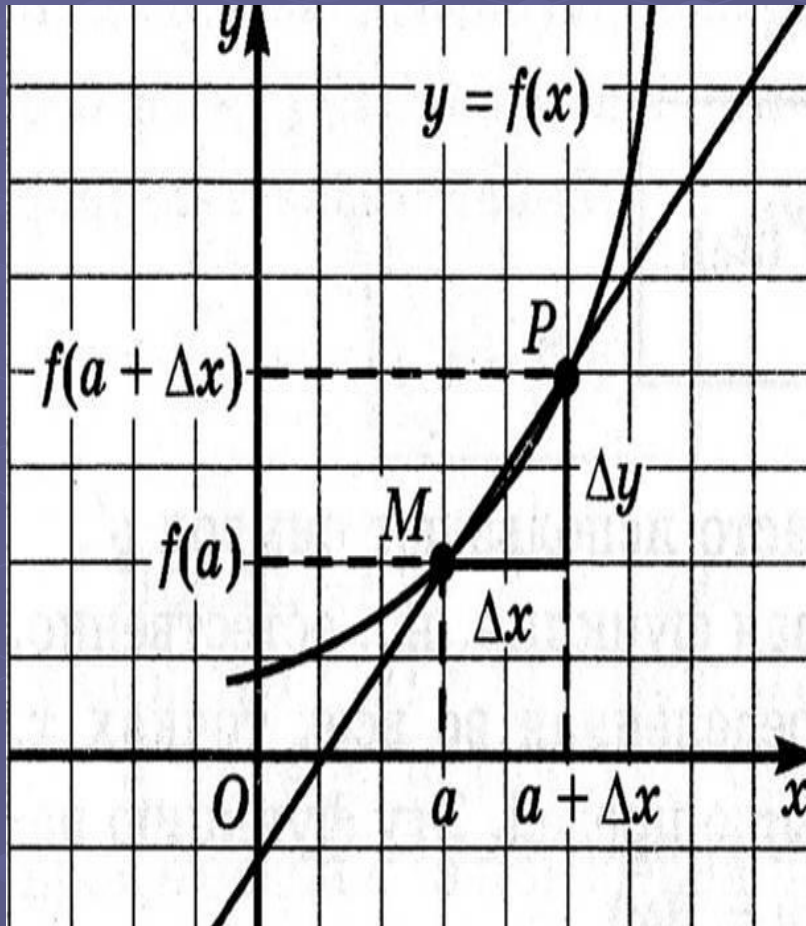
«Метод флюкций». Так Ньютон назвал свою работу, посвященную основным понятиям математического анализа. Функцию Ньютон назвал флюентой, а производную – флюкцией. Обозначения Ньютона для производных - x^* (с точкой) и y^* - сохранились в физике до сих пор.

Исчисление, созданное Ньютоном и Лейбницем, получило название дифференциального исчисления. С его помощью был решен целый ряд задач теоретической механики, физики и астрономии.



Готфрид Вильгельм ЛЕЙБНИЦ

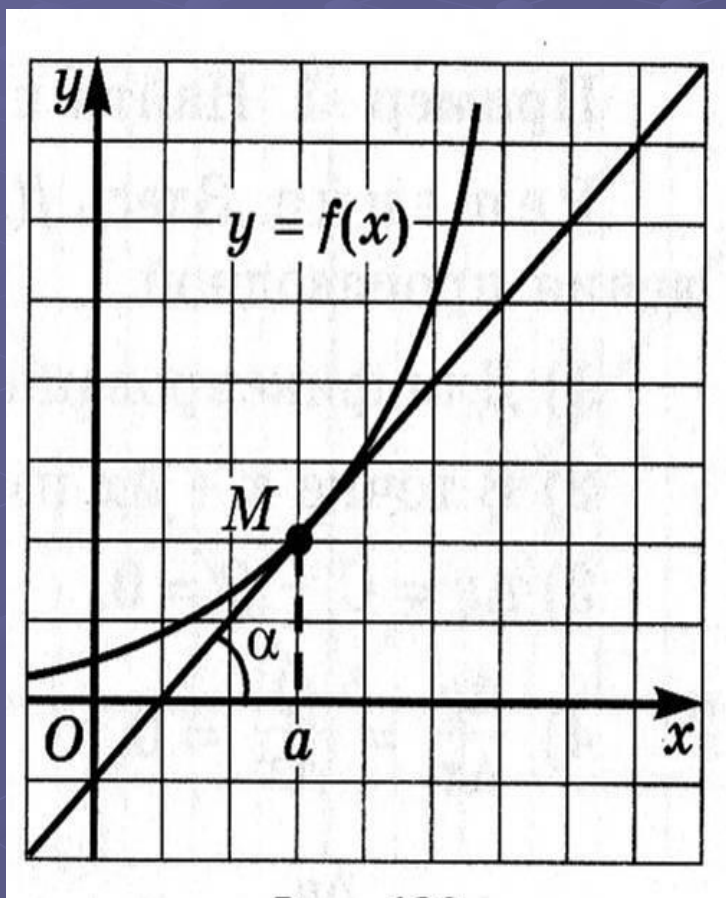
Сформулируйте определение производной .



$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x_0).$$

Если существует предел этого отношения при $\Delta x \rightarrow 0$, то указанный предел называется производной функции $y = f(x)$ в точке x^0 .

В чём заключается геометрический смысл производной?



Геометрический смысл производной: $f'(a)$ – это угол наклона касательной к графику функции $f(x)$ в точке a .

$$f'(a) = \operatorname{tg} \alpha = k$$

Правила дифференцирования

- $(u+v)' = u'+v'$
- $(ku)' = ku'$
- $(uv)' = u'v+uv'$
- $(u/v)' = (u'v-uv') / v^2$

Уравнение касательной

$$y = f(a) + f'(a)(x-a)$$

Алгоритм составления уравнения касательной к графику функции $y = f(x)$

1. Обозначить абсциссу точки касания буквой a .
2. Вычислить $f(a)$.
3. Найти $f'(x)$ и вычислить $f'(a)$.
4. Подставить найденные числа a , $f(a)$, $f'(a)$ в формулу.

Алгоритм нахождения наименьшего и наибольшего значения функции $y=f(x)$ на отрезке $[a; b]$

- 1. Найдите производную.
- 2. Найдите стационарные и критические точки функции, лежащие внутри отрезка $[a; b]$.
- 3. Вычислить значения функции $y=f(x)$ в точках, отобранных на втором шаге, и в точках a и b ; выбрать среди этих значений наименьшее и наибольшее .

При исследовании свойств функции следует найти

- Область определения функции
- Производную
- Критические точки функции
(производная равна 0 или не существует)
- Промежутки возрастания и убывания
- Точки экстремума и сами экстремумы.

Найти производную

$$y = 2x - 3 \quad y = (2x + 1)^2$$

$$y = \sqrt{x - 2} \quad y = 3 \operatorname{tg} x + 2$$

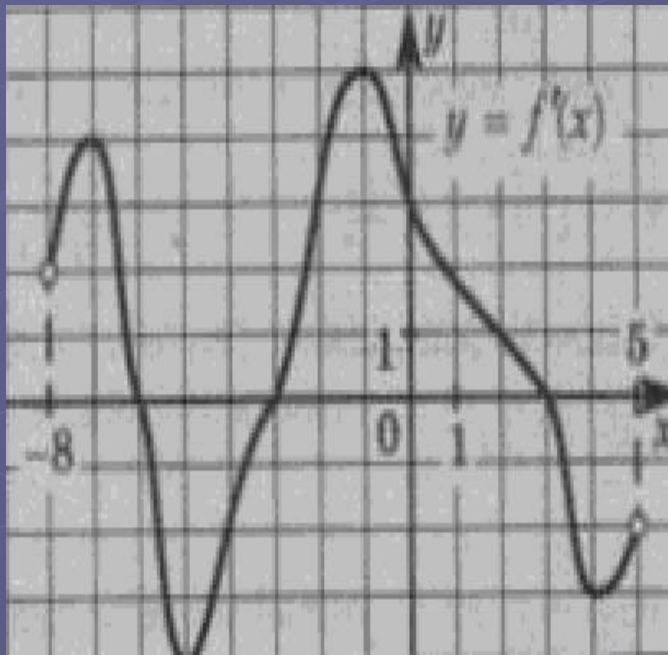
$$y = 3x^4 - 7x^3 + 2x^2 + \pi \quad y = 1 + \cos x$$

$$y = \sin(3 - 2x) \quad y = \operatorname{ctg}(3x - 2)$$

$$y = \cos 5x \quad y = \sin x + \cos x$$

$$y = \sqrt{x} - 16x \quad y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$$

Исследуем функцию с помощью графика производной



Сколько промежутков убывания имеет функция?

Назовите наибольшую из длин промежутков возрастания функции.

Назовите точки минимума, точки максимума.

Назовите точку, в которой функция имеет наибольший угловой коэффициент касательной.

Назовите количество точек, в которых касательная к графику функции наклонена под углом 45° к оси X .

«Что бы это значило?»

$$(x^3 + 2x - 3)' = ? + 2$$

$$\left(\frac{1}{x-4}\right)' = -\frac{1}{?}$$

$$\left(\cos\left(5x + \frac{\pi}{7}\right)\right)' = -5 \cdot ?$$

«Что бы это значило?»

	$(-7;1)$	1	$(1;1,5)$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$?	4	?
		?	

Приложения производной

*Применении производной в геометрии
(касательная к графику функции).*

*Применении производной в физике и
технике.*

*Применение производной к исследованию
функции.*

*Применение производной к решению задач
на нахождение наибольшего и
наименьшего значения функции.*

Построение касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$ в точке $M(a; f(a))$,
 $y = f(a) + f'(a)(x-a)$ – уравнение касательной
 $y - f(a) = -1/f'(a)(x-a)$ – уравнение нормали

Упражнение 1.

Написать уравнение касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$

в точке с абсциссой $a=1$.

Решение:

$$f(x) = x^3 - x, \quad a = 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 1$$

$$f'(a) = 3 \cdot 1^2 - 1 = 2$$

$$f(a) = 0$$

$$y - 0 = 2(x - 1)$$

$$y = 2x - 2 \text{ – уравнение касательной}$$

$$y - 0 = -1/2 \cdot (x - 1)$$

$$y = -1/2x + 1/2 \text{ – уравнение нормали}$$

$$\text{Ответ: } y = 2x - 2, \quad y = -1/2x + 1/2$$

Групповая работа



Задание 1 группы

Задача №1.

Тело массой m кг движется по закону $x(t)$ (x – в метрах, t – в секундах). Найдите силу, действующую на тело в момент времени t_0 , если $m=3$, $t_0 = 2$, $x(t)=0.25 t^4 + \frac{1}{3} t^3 - 7 t + 2$.

Задача №2.

Материальная точка движется по закону $x(t)=- t^3 + 6 t^2 + 5 t$ (x – в метрах, t – в секундах).

Определите скорость точки в момент, когда ее ускорение равно нулю.

Задание 2 группы

**Составить уравнение общих
касательных к кривым**

$$f(x)=x^2 +4x +8 \text{ и } g(x) = x^2 + 8x + 4$$

***«Лишь дифференциальное исчисление
дает естествознанию возможность
изображать математически не только
состояния, но и процессы: движение».***

Ф.Энгельс

Задание для всех групп

- *Что вы можете сказать о производной функции, которую описывает поговорка «Чем дальше в лес, тем больше дров»?*
- *Каким может быть график функции, которая соответствует поговорке «Больше меры конь не скачет»?*

Домашнее задание

составить тест по теме **«Применение производной»**. Задания могут быть с выбором ответа или с кратким ответом, например:

- Найти производную
- Найти точки максимума или минимума
- Найти промежутки возрастания или убывания
- Найти наибольшее значение функции и т.д