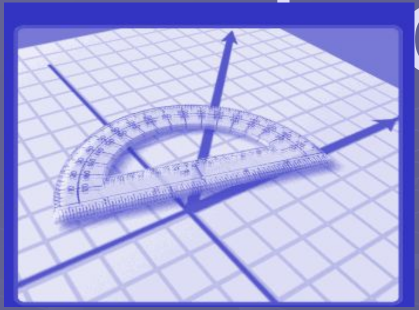
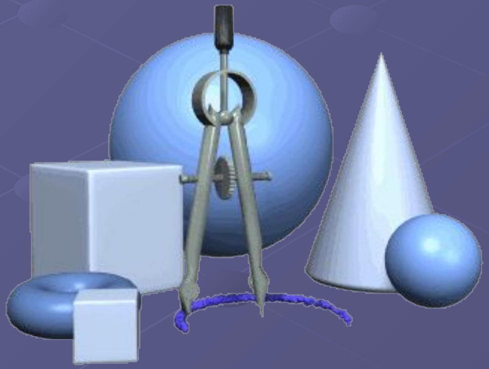
производной.



Геометрический смысл производной.

Приложение производной к решению задач»



Выполнили: Лысова О.Н.

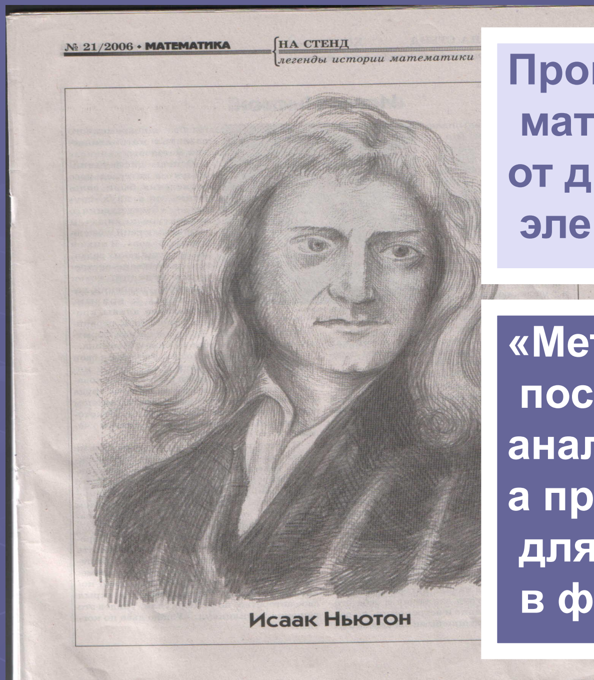
Кенжимбетова Г.У.

2011

Отгадайте ключевое слово урока

- 1) С ее появлением математика перешагнула из алгебры в математический анализ;
- 2) Ньютон назвал ее «флюксией» и обозначал точкой;
- 3) Бывает первой, второй,… ;
- 4) Обозначается штрихом.

Исторические сведения

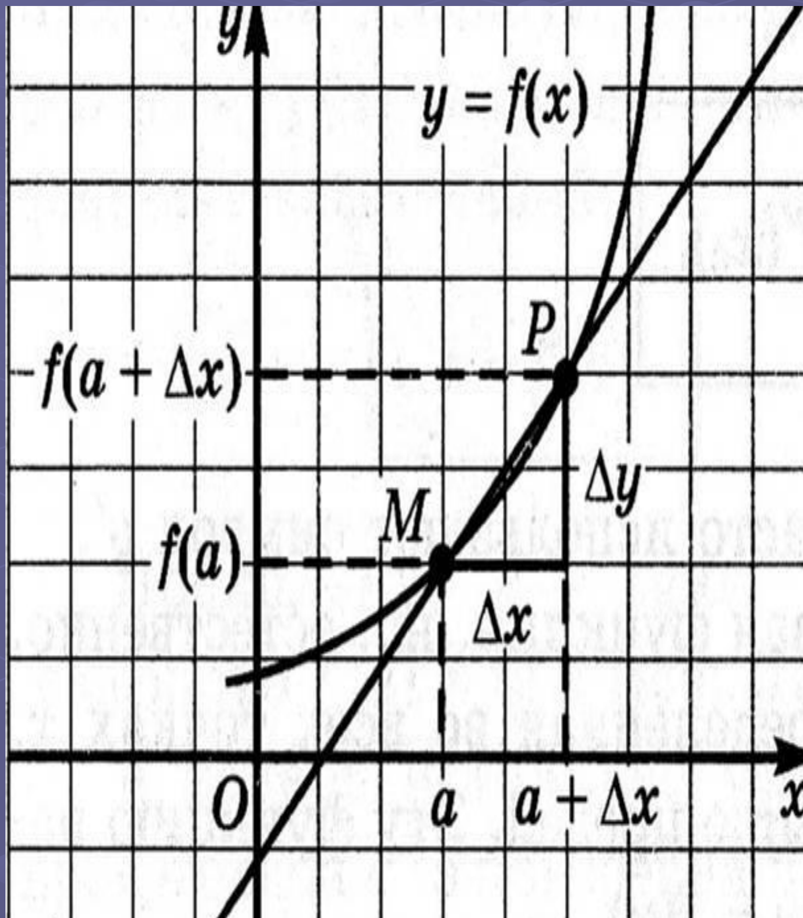


Производная – одно из фундаментальных понятий математики. Оно возникло в XV11 веке. Независимо друг от друга И.Ньютон и Г.Лейбниц разработали основные элементы дифференциального исчисления.

«Метод флюкций». Так Ньютон назвал свою работу, посвященную основным понятиям математического анализа. Функцию Ньютон назвал флюентой, а производную – флюкцией. Обозначения Ньютона для производных - x* (с точкой) и y* - сохранились в физике до сих пор.

Исчисление, созданное Ньютоном и Лейбницем, получило название дифференциального исчисления. С его помощью был решен целый ряд задач теоретической механики, физики и астрономии.

Сформулируйте определение производной .



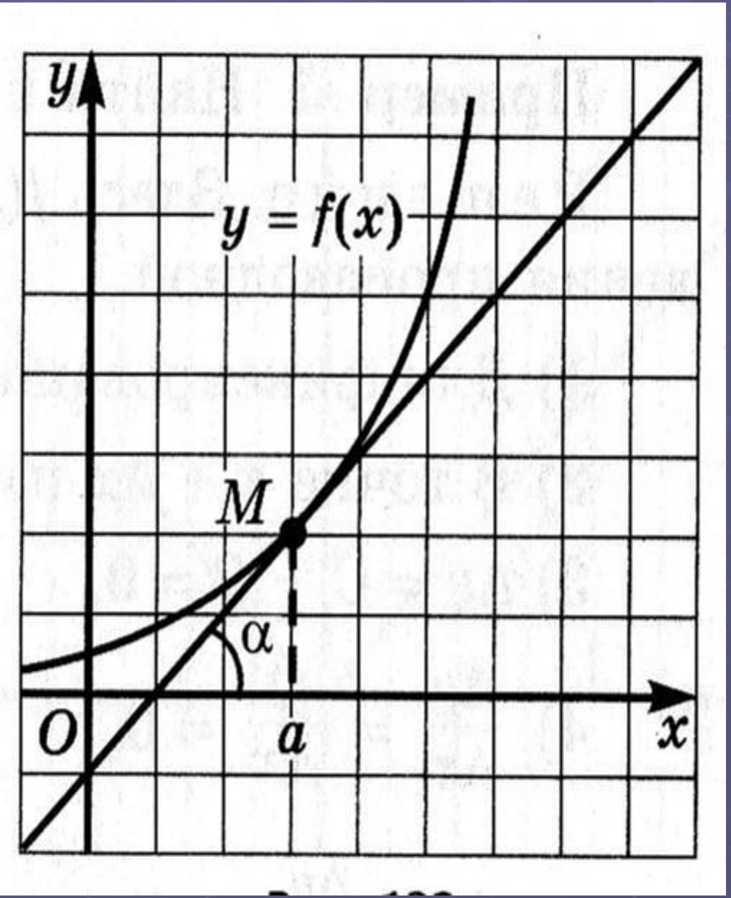
$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x_0).$$

Если существует предел этого отношения при

$\Delta x \to 0$, то указанный предел называется производной функции

$y = f(x)$ в точке x^o.

В чём заключается геометрический смысл производной?



Геометрический смысл производной: f '(a) – это угол наклона касательной к графику функции f(x) в точке a.

f '(a) = tgα=k

Правила дифференцирования

- $(u+v)' = u'+v'$
- $(ku)' = ku'$
- $(uv)' = u'v+uv'$
- $(u/v)' = (u'v-uv') / v^2$

Уравнение касательной

$$y = f(a) + f\,'(a)(x-a)$$

Алгоритм составления уравнения касательной к графику функции y = f (x)
1. Обозначить абсциссу точки касания буквой а. 2. Вычислить f(a). 3. Найти f(x) и вычислить f(a). 4. Подставить найденные числа a, f (a), f' (a) в формулу.

Алгоритм нахождения наименьшего и наибольшего значения функцииу=f(x) на отрезке [a; b]

- 1. Найдите производную.
- 2. Найдите стационарные и критические точки функции, лежащие внутри отрезка [a;b].
- 3. Вычислить значения функции y=f(x) в точках, отобранных на втором шаге, и в точках a и b;выбрать среди этих значений наименьшее и наибольшее .

При исследовании свойств функции следует найти

- Область определения функции
- Производную
- Критические точки функции (производная равна 0 или не существует)
- Промежутки возрастания и убывания
- Точки экстремума и сами экстремумы.

Найти производную

$$y = 2x - 3$$

$$y = \sqrt{x - 2}$$

$$y = 3x^4 - 7x^3 + 2x^2 + \pi$$

$$y = \sin(3 - 2x)$$

$$y = \cos 5x$$

$$y = \sqrt{x} - 16x$$

$$y = (2x + 1)^2$$

$$y = 3tgx + 2$$

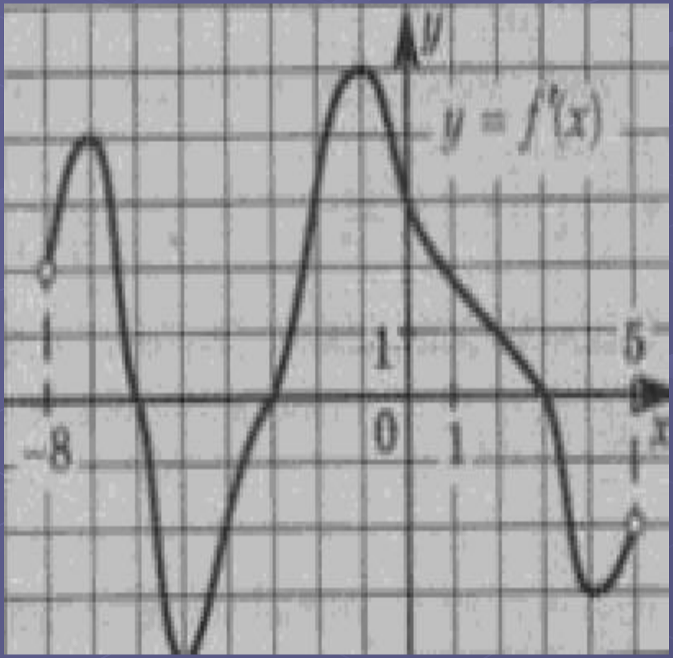
$$y = 1 + \cos x$$

$$y = ctg(3x - 2)$$

$$y = \sin x + \cos x$$

$$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$$

Исследуем функцию с помощью графика производной



Сколько промежутков убывания имеет функция?

Назовите наибольшую из длин промежутков возрастания функции.

Назовите точки минимума, точки максимума.

Назовите точку, в которой функция имеет наибольший угловой коэффициент касательной.

Назовите количество точек, в которых касательная к графику функции наклонена под углом 45º к оси Х.

«Что бы это значило?»

$$\left(x^3+2x-3\right)' = ?+2$$

$$\left(\frac{1}{x-4}\right)' = -\frac{1}{?}$$

$$\left(\cos\left(5x+\frac{\pi}{7}\right)\right)' = -5\cdot ?$$

«Что бы это значило?»

	(-7;1)	1	(1;1,5)
f‘(x)	+	0	-
f(x)	?	4	?
		?	

Приложения производной

Применении производной в геометрии (касательная к графику функции).

Применении производной в физике и технике.

Применение производной к исследованию функции.

Применение производной к решению задач на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции.

Построение касательной и нормали к графику функции y = f(x) в точке M(a ;f (a)).
y = f(a) + f '(a)(x-a) –уравнение касательной
y - f(a) = - 1/ f '(a)*(x-a) –уравнение нормали

Упражнение 1.

Написать уравнение касательной и нормали к графику функции y = f(x)
в точке с абсциссой a=1.

Решение:

f(x)=x –x, a=1
f (x)=3x -1
f (a) = 3*1-1 = 2
f(a) = 0
y - 0 = 2(x-1)
y = 2x- 2 – уравнение касательной
y - 0 = -1/2 * (x-1)
y = -1/2x+1/2 – уравнение нормали
Ответ: y = 2x- 2, y = -1/2x+1/2

Групповая работа

Задание 1 группы

<u>Задача №1.</u>

Тело массой m кг движется по закону x(t) (x – в метрах, t – в секундах). Найдите силу, действующую на тело в момент времени t0, если m=3, t0 = 2, x (t)=0.25 t4 +1\3 t3 - 7 t + 2.

<u>Задача №2.</u>

Материальная точка движется по закону x(t)=- t3 +6 t2 +5 t (x – в метрах, t – в секундах).

Определите скорость точки в момент, когда ее ускорение равно нулю.

Задание 2 группы

Составить уравнение общих касательных к кривым

$f(x)=x^2 +4x +8$ и $g(x) = x^2 + 8x + 4$

«Лишь дифференциальное исчисление дает естествознанию возможность изображать математически не только состояния, но и процессы: движение».

Ф.Энгельс

Задание для всех групп

- *Что вы можете сказать о производной функции, которую описывает поговорка «Чем дальше в лес, тем больше дров»?*
- *Каким может быть график функции, которая соответствует поговорке «Больше меры конь не скачет»?*

Домашнее задание

составить тест по теме ***«Применение производной».*** Задания могут быть с выбором ответа или с кратким ответом, например:

- Найти производную
- Найти точки максимума или минимума
- Найти промежутки возрастания или убывания
- Найти наибольшее значение функции и т.д