Решение заданий В 10

Фойчук Инга Юрьевна
Павличенко Ольга Юрьевна
ВСОШ № 7

Алгоритм решения заданий В 10

- Внимательно прочитать условие и , анализируя его, выявить искомую величину.
- Выполнить подстановку данных из условия в заданную формулу.
- Решить получившееся уравнение или неравенство относительно неизвестной величины.
- Выбрать из полученных решений те, которые удовлетворяют условию задачи.

Задача № 1
Задача № 2
Задача № 3
Задача № 4
Задача № 5
Задача № 6
Задача № 7
Задача № 8
Задача № 9
Задача № 10
Задача № 11

Движение тела вертикально вверх под действием силы тяжести

Высоту над землей подброшенного вертикально вверх мяча вычисляют по формуле $h(t)=-4t^2+22t$, где h-высота в метрах, t- время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находится на высоте не менее 10 м ?

Решение:

Условие «мяч находился на высоте не менее 10 м» эквивалентно неравенству $h(t) \geq 10$.

Решим его: $h(t) \geq 10$

$$-4t^2 + 22t \geq 10$$

$$-4t^2 + 22t - 10 \geq 0$$

$$-2t^2 + 11t - 5 \geq 0$$

$$0{,}5 \leq t \leq 5$$

Длина полученного промежутка $5 - 0{,}5 = 4{,}5$ секунды

Ответ: 4,5

Нагревательный прибор

Зависимость температуры (в кельвинах) от времени (в минутах) для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально , и на исследуемом интервале температур задается выражением $T(t)=T_0 + at + bt^2$, где $T_0 =200$ К, $a=75$ К/мин, $b= -0,5$ К/мин^2 . Известно, что при температурах нагревателя свыше 1500 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите (в минутах) через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор.

Дано:

T_0 =200 К,

a=75 К/мин,

b= -0,5 К/мин^2

T(t)=1500 К

t-?

Решение:

Подставим данные в уравнение и решим его относительно t.

$T(t)=T_0 + at + bt^2$

$1500=200+75t-0,5t^2$

$1500-200-75t+0,5t^2 =0$

$1300-75t+0,5t^2 =0$

$2600-150t+t^2 =0$

t_1 =130 мин, t_2 =20 мин

наибольшее время 130 мин

Ответ: 130

КПД теплового двигателя

- Коэффициент полезного действия теплового двигателя определяется формулой

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$$

При каких значениях температуры T_1 нагревателя КПД этого двигателя будет больше 70%, если температура холодильника T_2 =300 К?

Дано:

T_2 =300 К

η = 70%

T_1 – ?

Решение:

Подставим данные в уравнение $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ и решим его

$$70\% = \frac{T_1 - 300}{T_1} \cdot 100\%$$

$$0{,}7 = \frac{T_1 - 300}{T_1}$$

$$0{,}7T_1 = T_1 - 300$$

$$0{,}7T_1 - T_1 = -300$$

$$-0{,}3T_1 = -300$$

$$T_1 = -300 \div (-0{,}3)$$

$$T_1 = 1000k$$

Ответ: 1000 К

Температура звезд

Для определения эффективной температуры звезд используют закон Стефана-Больцмана, согласно которому мощность излучения нагревательного тела вычисляется по формуле $P=\sigma S T^4$,где $\sigma=5{,}7\cdot10^{-8}$ Дж$\cdot$с$^{-1}$ $\cdot$м$^{-2}\cdot$К$^{-4}$, площадь поверхности S измеряется в квадратных метрах, температура Т- в кельвинах, а мощность- в ваттах. Известно, что

некоторая звезда имеет площадь $S = \frac{1}{16} \cdot 10^{14}$ м^2, а излучаемая ее

мощность Р не менее $0{,}57\cdot10^{15}$ Вт. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды (в кельвинах) .

Дано:

$\sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-8}$ Дж·с$^{-1}$ ·м$^{-2}$ ·К$^{-4}$

$S = \frac{1}{16} \cdot 10^{14}$

$P \geq 0{,}57 \cdot 10^{15}$ Вт

T=?

Решение:

$P = \sigma S T^4$ в данную формулу подставим все известные величины и решим уравнение:

$$0{,}57 \cdot 10^{15} = 5{,}7 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{1}{16} \cdot 10^{14} \cdot T^4$$

$$T^4 = \frac{0{,}57 \cdot 10^{15} \cdot 16}{5{,}7 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{14}}$$

$$T^4 = 16 \cdot 10^8$$

$$T = \sqrt[4]{16 \cdot 10^8}$$

$$T = 2 \cdot 10^2$$

T=200 К

Ответ : 200 К

Закон радиоактивного распада

- Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону $m(t)= m_0 2^{-t/T}$,где m_0 –начальная масса изотопа, t- прошедшее от начального момента время (мин) , Т- период полураспада в минутах. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени m_0 =40 мг изотопа, период полураспада которого Т=10 мин. В течение какого времени t масса изотопа будет меньше 5 мг?

Дано:

m_0 =40 мг

T=10 мин

t-?

Решение:

Задача сводится к решению неравенства m(t)<5

$m(t)= m_0\, 2^{-t/T} <5$

Подставляем известные величины:

$40 \cdot 2^{-t/10} <5$

$2^{-t/10} < \frac{5}{40}$

$2^{-t/10} < \left(\frac{1}{2}\right)^3$

$\frac{-t}{10} = -3$

t=30

Ответ: 30 мин

Тепловое линейное расширение

- При температуре 0 ℃ рельс имеет длину l_0 =12,5 м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0 (1+\alpha t^\circ)$, где $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}$ - коэффициент теплового расширения в градусах Цельсия в минус первой степени, t° - температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 6 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Дано:

l_0 =12,5 м

α=1,2·10^{-5}

Δl= 6мм

t°-?

Решение:

Задача сводится к решению уравнения :

ℓ (t°)- l_0 = 6 мм=6·10^{-3} м

подставим известные данные в выражение

l_0 (1+α t°)- l_0 = 6·10^{-3}

$$12{,}5 \cdot \left(1 + 1{,}2 \cdot 10^{-5} \cdot t\right) - 12{,}5 = 6 \cdot 10^{-3}$$

$$12{,}5 + 12{,}5 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-5} - 12{,}5 = 6 \cdot 10^{-3}$$

$$t = \frac{6 \cdot 10^{-3}}{12{,}5 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-5}}$$

$$t = 0{,}4 \cdot 10^{2}$$

t=40°C

Движение по параболе (камнеметательная машина)

Камнеметательная машина выстреливает камни под определенным углом к горизонту с фиксированной начальной скоростью. Траектория полета камня описывается формулой $y = ax^2 + bx$

где $a = -\frac{1}{30000}, b = \frac{1}{25}$

постоянные параметры, x(м)- смещение камня по горизонтали, y(м)- высота полета камня над землей. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 9 м нужно расположить машину, чтобы камни перелетали через нее.

Дано:

$a = -\frac{1}{30000}$

$b = \frac{1}{25}$

y(м)=9 м

x(м)-?

Решение:

Задача сводится к решению неравенства y≥9 .

Подставим в формулу $y = ax^2 + bx$

Значение параметров a и b.

$$-\frac{1}{30000}x^2 + \frac{1}{25}x \geq 9$$

$$x^2 - 1200x + 270000 \geq 0$$

$$300 \leq x \leq 900$$

Камни будут перелетать крепостную стену на высоте не менее 1 м , если камнеметательная машина будет находится на расстоянии от 300 до 900 м от этой стены. Наибольшее расстояние – 900 м.

Ответ: 900 метров.

Закон Ома

Сила тока в цепи I (в амперах) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома :

$$I = \frac{U}{R}$$

где U- напряжение (в вольтах) , R- сопротивление электроприбора (в Омах).В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 8,8 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 В, чтобы сеть продолжала работать. Ответ выразите в Омах.

Дано:

U=220 В

I>8,8 А

R-?

Решение :

Подставим данные в формулу

$$I = \frac{U}{R}$$

$$8{,}8 \leqslant \frac{220}{R}$$

$$8{,}8R \leqslant 220$$

$$R \leqslant 220 : 8{,}8$$

$$R \leqslant 25$$

Ответ : 25 ОМ

Зависимость объема спроса q (тыс.руб.) на продукцию предприятия – монополиста от цены p (тыс.руб.) задается формулой

$$q = 190 - 10p.$$

Выручка предприятия за месяц $r(p)=q \cdot p$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 880 тыс.руб. Ответ приведите в тыс.руб.

Дано:

$q = 190 - 10p$

$r(p) = q \cdot p$.

$r(p) \geq 880$

p-?

Решение:

Задача сводится к решению неравенства $r(p) \geq 880$:

$r(p) = q \cdot p$ подставим $q = 190 - 10p$

$r(p) = (190 - 10p) \cdot p$

$(190 - 10p) \cdot p \geq 880$

$190p - 10p^2 - 880 \geq 0$

$P^2 - 19p + 88 \leq 0$

$8 \leq p \leq 11$

Наибольшая цена 11 тыс. руб.

Ответ: 11

Камень брошен с высоты 12 м. Высота h , на которой находится камень, во время падения , зависит от времени t :

$$h(t)=12-5t-2t^2$$

Сколько секунд камень будет падать?

Дано:

$h=12$ м

t-?

Решение:

$h(t)=12-5t-2t^2$

При $t=0$, $h(0)=12-5\cdot0-2\cdot0^2=12$

Данное в условие задачи уравнение только для высоты 12 м.

Задача сводится к решению уравнения $h(t)=0$, т.к. камень упадет, когда его высота станет равной нулю.

$12-5t-2t^2=0$

$t_1 = 1,5 \quad t_2 = -4$

Ответ: 1,5 секунды

На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, сила Архимеда, действующая на аппарат, будет определяться по формуле:

$$F_A = \rho g l^3 \quad ,$$

где $\rho = 1000$ кг/м^3 плотность воды, l- линейный размер аппарата в метрах, g- ускорение свободного падения (считайте $g = 9{,}8$ м/с^2). Каковы могут быть максимальные линейные размеры аппарата, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении не будет превосходить 9800 Н ? Ответ выразите в метрах

Дано:

$\rho = 1000$ кг/м^3

$g = 9{,}8$ м/с^2

$F_A \leq 9800$ Н

l - ?

Решение:

Задача сводится к решению неравенства $F_A \leq 9800$ Н ,

При заданных значениях плотности воды и ускорении свободного падения:

$F_A = \rho g l^3$

$F_A \leq 9800$

$\rho g l^3 \leq 9800$

$1000 \cdot 9{,}8 \cdot l^3 \leq 9800$

$$l^3 \leq \frac{9800}{1000 \cdot 9{,}8}$$

$l^3 \leq 1$

$l \leq \sqrt[3]{1}$

$l \leq 1$ (м)

Ответ: 1 метр