

Решение заданий В 10



Фойчук Инга Юрьевна
Павличенко Ольга Юрьевна
ВСОШ № 7

Алгоритм решения заданий В 10

- ❖ Внимательно прочитать условие и , анализируя его, выявить искомую величину.
- ❖ Выполнить подстановку данных из условия в заданную формулу.
- ❖ Решить получившееся уравнение или неравенство относительно неизвестной величины.
- ❖ Выбрать из полученных решений те, которые удовлетворяют условию задачи.

Задача № 1
Задача № 2
Задача № 3
Задача № 4
Задача № 5
Задача № 6
Задача № 7
Задача № 8
Задача № 9
Задача № 10
Задача № 11

Движение тела вертикально вверх под действием силы тяжести

Высоту над землей подброшенного вертикально вверх мяча вычисляют по формуле $h(t) = -4t^2 + 22t$, где h -высота в метрах, t - время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 10 м ?

Решение:

Условие «мяч находился на высоте не менее 10 м» эквивалентно неравенству $h(t) \geq 10$.

Решим его: $h(t) \geq 10$

$$-4t^2 + 22t \geq 10$$

$$-4t^2 + 22t - 10 \geq 0$$

$$-2t^2 + 11t - 5 \geq 0$$

$$0,5 \leq t \leq 5$$

Длина полученного промежутка $5 - 0,5 = 4,5$ секунды

Ответ: 4,5



Нагревательный прибор

Зависимость температуры (в кельвинах) от времени (в минутах) для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально, и на исследуемом интервале температур задается выражением $T(t) = T_0 + at + bt^2$, где $T_0 = 200$ К, $a = 75$ К/мин, $b = -0,5$ К/мин². Известно, что при температурах нагревателя свыше 1500 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите (в минутах) через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор.

Дано:

$$T_0 = 200 \text{ К,}$$

$$a = 75 \text{ К/мин,}$$

$$b = -0,5 \text{ К/мин}^2$$

$$T(t) = 1500 \text{ К}$$

t-?

Решение:

Подставим данные в уравнение и решим его относительно t.

$$T(t) = T_0 + at + bt^2$$

$$1500 = 200 + 75t - 0,5t^2$$

$$1500 - 200 - 75t + 0,5t^2 = 0$$

$$1300 - 75t + 0,5t^2 = 0$$

$$2600 - 150t + t^2 = 0$$

$$t_1 = 130 \text{ мин, } t_2 = 20 \text{ мин}$$

наибольшее время 130 мин

Ответ: 130



КПД теплового двигателя

- Коэффициент полезного действия теплового двигателя определяется формулой

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$$

При каких значениях температуры T_1 нагревателя КПД этого двигателя будет больше 70%, если температура холодильника $T_2 = 300 \text{ К}$?

Дано:

$$T_2 = 300 \text{ К}$$

$$\eta \boxtimes 70\%$$

$$T_1 = ?$$

Решение:

Подставим данные в уравнение $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ и решим его

$$70\% = \frac{T_1 - 300}{T_1} \cdot 100\%$$

$$0,7 = \frac{T_1 - 300}{T_1}$$

$$0,7T_1 = T_1 - 300$$

$$0,7T_1 - T_1 = -300$$

$$-0,3T_1 = -300$$

$$T_1 = -300 \div (-0,3)$$

$$T_1 = 1000 \text{ К}$$

Ответ: 1000 К



Температура звезд

Для определения эффективной температуры звезд используют закон Стефана-Больцмана, согласно которому мощность излучения нагревательного тела вычисляется по формуле $P = \sigma S T^4$, где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ Дж} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$, площадь поверхности S измеряется в квадратных метрах, температура T - в кельвинах, а мощность - в ваттах. Известно, что

некоторая звезда имеет площадь $S = \frac{1}{16} \cdot 10^{14} \text{ м}^2$, а излучаемая ее

мощность P не менее $0,57 \cdot 10^{15} \text{ Вт}$. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды (в кельвинах) .

Дано:

$$\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ Дж} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$$

$$S = \frac{1}{16} \cdot 10^{14}$$

$$P \geq 0,57 \cdot 10^{15} \text{ Вт}$$

$T = ?$

Решение:

$P = \sigma S T^4$ в данную формулу подставим все известные величины и решим уравнение:

$$0,57 \cdot 10^{15} = 5,7 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{1}{16} \cdot 10^{14} \cdot T^4$$

$$T^4 = \frac{0,57 \cdot 10^{15} \cdot 16}{5,7 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{14}}$$

$$T^4 = 16 \cdot 10^8$$

$$T = \sqrt[4]{16 \cdot 10^8}$$

$$T = 2 \cdot 10^2$$

$$T = 200 \text{ К}$$

Ответ : 200 К



Закон радиоактивного распада

- Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону $m(t) = m_0 2^{-t/T}$, где m_0 – начальная масса изотопа, t – прошедшее от начального момента время (мин), T – период полураспада в минутах. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 40$ мг изотопа, период полураспада которого $T = 10$ мин. В течение какого времени t масса изотопа будет меньше 5 мг?

Дано:

$$m_0 = 40 \text{ мг}$$

$$T = 10 \text{ мин}$$

t -?

Решение:

Задача сводится к решению неравенства $m(t) < 5$

$$m(t) = m_0 \cdot 2^{-t/T} < 5$$

Подставляем известные величины:

$$40 \cdot 2^{-t/10} < 5$$

$$2^{-t/10} < \frac{5}{40}$$

$$2^{-t/10} < \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$\frac{-t}{10} = -3$$

$$t = 30$$

Ответ: 30 мин



Тепловое линейное расширение

- При температуре $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ рельс имеет длину $l_0 = 12,5\text{ м}$. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^{\circ}) = l_0 (1 + \alpha t^{\circ})$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}$ - коэффициент теплового расширения в градусах Цельсия в минус первой степени, t° - температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 6 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Дано:

$$l_0 = 12,5 \text{ м}$$

$$\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}$$

$$\Delta l = 6 \text{ мм}$$

$$t^\circ = ?$$

Решение:

Задача сводится к решению уравнения :

$$l(t^\circ) - l_0 = 6 \text{ мм} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

подставим известные данные в выражение

$$l_0 (1 + \alpha t^\circ) - l_0 = 6 \cdot 10^{-3}$$

$$12,5 \cdot (1 + 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot t) - 12,5 = 6 \cdot 10^{-3}$$

$$12,5 + 12,5 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot t - 12,5 = 6 \cdot 10^{-3}$$

$$t = \frac{6 \cdot 10^{-3}}{12,5 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5}}$$

$$t = 0,4 \cdot 10^2$$

$$t = 40^\circ \text{ C}$$



Движение по параболе (камнеметательная машина)

Камнеметательная машина выстреливает камни под определенным углом к горизонту с фиксированной начальной скоростью. Траектория полета камня описывается формулой

$$y = ax^2 + bx$$

где $a = -\frac{1}{30000}$, $b = \frac{1}{25}$

постоянные параметры, x (м)- смещение камня по горизонтали, y (м)- высота полета камня над землей. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 9 м нужно расположить машину, чтобы камни перелетали через нее.

Дано:

$$a = -\frac{1}{30000}$$

$$b = \frac{1}{25}$$

$$y(\text{м}) = 9 \text{ м}$$

$$x(\text{м}) - ?$$

Решение:

Задача сводится к решению неравенства $y \geq 9$.

Подставим в формулу $y = ax^2 + bx$ значение параметров a и b .

$$-\frac{1}{30000}x^2 + \frac{1}{25}x \geq 9$$

$$x^2 - 1200x + 270000 \geq 0$$

$$300 \leq x \leq 900$$

Камни будут перелетать крепостную стену на высоте не менее 1 м, если камнеметательная машина будет находиться на расстоянии от 300 до 900 м от этой стены. Наибольшее расстояние – 900 м.

Ответ: 900 метров.



Закон Ома

Сила тока в цепи I (в амперах) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома :

$$I = \frac{U}{R}$$

где U - напряжение (в вольтах) , R - сопротивление электроприбора (в Омах). В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 8,8 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 В, чтобы сеть продолжала работать. Ответ выразите в Омах.

Дано:

$$U=220 \text{ В}$$

$$I>8,8 \text{ А}$$

R-?

Решение :

Подставим данные в формулу

$$I = \frac{U}{R}$$

$$8,8 \approx \frac{220}{R}$$

$$8,8R \approx 220$$

$$R \approx 220 : 8,8$$

$$R \approx 25$$

Ответ : 25 Ом



Зависимость объема спроса q (тыс.руб.) на продукцию предприятия – монополиста от цены p (тыс.руб.) задается формулой

$$q = 190 - 10p.$$

Выручка предприятия за месяц $r(p) = q \cdot p$.
Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 880 тыс.руб. Ответ приведите в тыс.руб.

Дано:

$$q = 190 - 10p$$

$$r(p) = q \cdot p$$

$$r(p) \geq 880$$

p -?

Решение:

Задача сводится к решению неравенства $r(p) \geq 880$:

$$r(p) = q \cdot p \quad \text{подставим } q = 190 - 10p$$

$$r(p) = (190 - 10p) \cdot p$$

$$(190 - 10p) \cdot p \geq 880$$

$$190p - 10p^2 - 880 \geq 0$$

$$p^2 - 19p + 88 \leq 0$$

$$8 \leq p \leq 11$$

Наибольшая цена 11 тыс. руб.

Ответ: 11



Камень брошен с высоты 12 м.
Высота h , на которой находится
камень, во время падения, зависит
от времени t :

$$h(t) = 12 - 5t - 2t^2$$

Сколько секунд камень будет
падать?

Дано:

$$h=12 \text{ м}$$

t-?

Решение:

$$h(t)=12-5t-2t^2$$

$$\text{При } t=0, h(0)=12-5\cdot 0-2\cdot 0^2 =12$$

Данное в условии задачи уравнение только для высоты 12 м.

Задача сводится к решению уравнения $h(t)=0$, т.к. камень упадет, когда его высота станет равной нулю.

$$12-5t-2t^2 = 0$$

$$t_1 = 1,5 \quad t_2 = -4$$

Ответ: 1,5 секунды



На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины.

Конструкция имеет кубическую форму, а значит, сила Архимеда, действующая на аппарат, будет определяться по формуле:

$$F_A = \rho g l^3 \quad ,$$

где $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ плотность воды, l - линейный размер аппарата в метрах, g - ускорение свободного падения (считайте $g = 9,8 \text{ м/с}^2$). Каковы могут быть максимальные линейные размеры аппарата, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении не будет превосходить 9800 Н ? Ответ выразите в метрах

Дано:

$$\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$$

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2$$

$$F_A \leq 9800 \text{ Н}$$

l - ?

Решение:

Задача сводится к решению неравенства $F_A \leq 9800 \text{ Н}$,

При заданных значениях плотности воды и ускорении свободного падения:

$$F_A = \rho g l^3$$

$$F_A \leq 9800$$

$$\rho g l^3 \leq 9800$$

$$1000 \cdot 9,8 \cdot l^3 \leq 9800$$

$$l^3 \leq \frac{9800}{1000 \cdot 9,8}$$

$$l^3 \leq 1$$

$$l \leq \sqrt[3]{1}$$

$$l \leq 1 \text{ (м)}$$

Ответ: 1 метр

