Урок математики. 11 класс.
6 октября 2010 г.
Преподаватель ГОУ № 671
Манасевич Н.А.
РЕШЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

ЦЕЛЬ:

- Обобщение знаний по решению тригонометрических уравнений.
- Выделение основных проблем при решении этих уравнений:
  - Потеря корней.
  - Посторонние корни.
  - Отбор корней.

<u>ПЛАН УРОКА.</u>

1. Вводная часть, повторение теоретического материала. (Фронтальная работа)
2. Решение тригонометрических уравнений.(Групповая работа)
3. Проблемы, возникающие при решении тригонометрических уравнений.

Основные методы решения тригонометрических уравнений

- Разложение на множители.

- Введение новой переменной.

- Функционально – графический метод.

Некоторые типы тригонометрических уравнений

1. Уравнения, сводящиеся к квадратным, относительно $\cos x = t$, $\sin x = t$.

$$A \sin^2 x + B \cos x + C = 0$$
$$A \cos^2 x + B \sin x + C = 0$$

Решаются методом введения новой переменной.

2.Однородные уравнения первой и второй степени.

I ст. $A \sin x + B \cos x = 0 \qquad : \cos x$

$$A \operatorname{tg} x + B = 0$$

II ст. $A \sin^2 x + B \sin x \cos x + A \cos^2 x = 0 \qquad : \cos^2 x$

$$A \operatorname{tg}^2 x + B \operatorname{tg} x + C = 0$$

Решаются методом разложения на множители и методом введения новой переменной.

3. Уравнение вида:

$A \sin x + B \cos x = C. \qquad A, B, C \neq 0$

Применимы все методы.

4. Понижение степени.

$$A\cos 2x + B\cos^2 x = C.$$
$$A\cos 2x + B\sin^2 x = C.$$

Решаются методом разложения на множители.

$$A\sin 2x + B\sin^2 x = C.$$
$$A\sin 2x + B\cos^2 x = C.$$

Сводятся к однородным уравнениям $C = C(\sin^2 x + \cos^2 x)$.

Сводятся к уравнению $A\sin 2x + B\cos 2x = C$.

5. Уравнение вида:

$$A(\sin x + \cos x) + B\sin 2x + C = 0.$$

Сводятся к квадратным относительно $t = \sin x + \cos x$.

$$\sin 2x = t^2 + 1$$

Формулы

Универсальная подстановка.

$$\sin x = \frac{2\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}};\quad \cos x = \frac{1-\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}};\quad \operatorname{tg} x = \frac{2\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1-\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}};$$

$x \neq \pi + 2\pi n$;
Проверка обязательна!

Понижение степени.

$\cos^2 x$ = *(1 + cos2x) : 2*

$\sin^2 x$ = *(1 – cos2x) : 2*

Метод вспомогательного аргумента.

a cosx +b sinx заменим на C sin(x+ϕ), где $C = \sqrt{a^2 + b^2}$;

sinϕ = $\frac{a}{C}$; cosϕ = $\frac{b}{C}$; ϕ - *вспомогательный аргумент*.

Правила

- Увидел квадрат – понижай степень.

- Увидел произведение – делай сумму.

- Увидел сумму – делай произведение.

Потеря корней, лишние корни.

1.Потеря корней:

- делим на g(x).
- опасные формулы (универсальная подстановка).

Этими операциями мы сужаем область определения.

2. Лишние корни:

- возводим в четную степень.
- умножаем на g(x) (избавляемся от знаменателя).

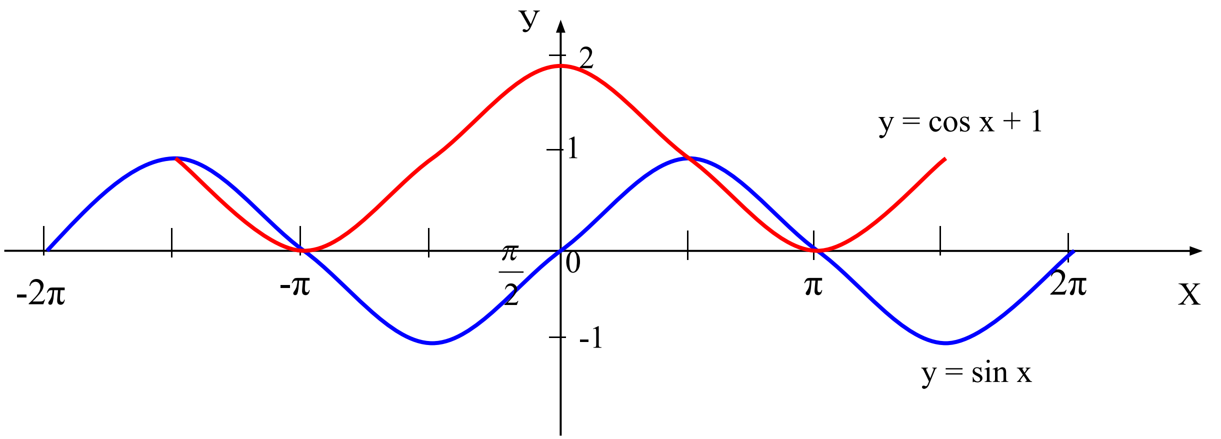
Этими операциями мы расширяем область определения.

Примеры тригонометрических уравнений.

Уравнения вида Asinx + Bcosx = C

Пример 1. 3sin 2x + cos2x + 1 = 0.

Пример 2. sinx – cosx = 1



Пример 3. 8 cosx + 15 sinx = 17.

Проблемы, возникающие при решении тригонометрических уравнений

1.Потеря корней.

Делим на g(x).
Применяем опасные формулы.

❖**Найдите ошибку.**

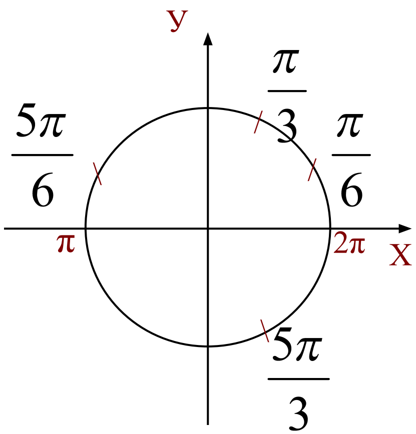
Пример. $\cos x = \sin x * \sin \frac{x}{2}$

2. **Посторонние корни.**

Освобождаемся от знаменателя.
Возводим в четную степень.

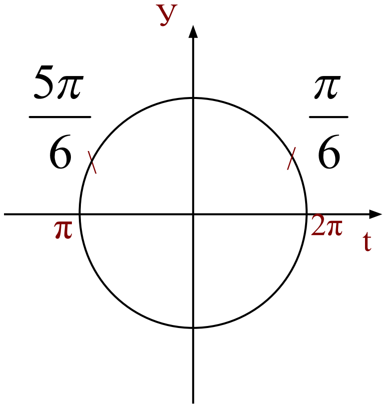
Пример 1.

$$(\sin 4x - \sin 2x + \cos 3x + 2\sin x - 1) : (2\sin 2x - \sqrt{3}) = 0$$



Пример 2.

$$\sqrt{1 - \sin 2x} = \sqrt{2}\cos 2x$$



Отбор корней.

Пример.

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x = \operatorname{tg} 3x$$