

Урок математики. 11 класс.

6 октября 2010 г.

Преподаватель ГОУ № 671

Манасевич Н.А.

РЕШЕНИЕ

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ

УРАВНЕНИЙ

ЦЕЛЬ:

- Обобщение знаний по решению тригонометрических уравнений.
- Выделение основных проблем при решении этих уравнений:
 - Потеря корней.
 - Посторонние корни.
 - Отбор корней.

ПЛАН УРОКА.

1. Вводная часть, повторение теоретического материала. (Фронтальная работа)
2. Решение тригонометрических уравнений. (Групповая работа)
3. Проблемы, возникающие при решении тригонометрических уравнений.

Основные методы решения тригонометрических уравнений

- Разложение на множители.
- Введение новой переменной.
- Функционально – графический метод.

Некоторые типы тригонометрических уравнений

1. Уравнения, сводящиеся к квадратным, относительно $\cos x = t$, $\sin x = t$.

$$A \sin^2 x + B \cos x + C = 0$$

$$A \cos^2 x + B \sin x + C = 0$$

Решаются методом введения новой переменной.

2. Однородные уравнения первой и второй степени.

I ст. $A \sin x + B \cos x = 0$: $\cos x$

$$A \operatorname{tg} x + B = 0$$

II ст. $A \sin^2 x + B \sin x \cos x + A \cos^2 x = 0$: $\cos^2 x$

$$A \operatorname{tg}^2 x + B \operatorname{tg} x + C = 0$$

Решаются методом разложения на множители и методом введения новой переменной.

3. Уравнение вида:

$$A \sin x + B \cos x = C. \quad A, B, C \neq 0$$

Применимы все методы.

4. Понижение степени.

$$A \cos 2x + B \cos^2 x = C.$$

$$A \cos 2x + B \sin^2 x = C.$$

Решаются методом разложения на множители.

$$A \sin 2x + B \sin^2 x = C.$$

$$A \sin 2x + B \cos^2 x = C.$$

Сводятся к однородным уравнениям $C = C(\sin^2 x + \cos^2 x)$.

Сводятся к уравнению $A \sin 2x + B \cos 2x = C$.

5. Уравнение вида:

$$A(\sin x + \cos x) + B \sin 2x + C = 0.$$

Сводятся к квадратным относительно $t = \sin x + \cos x$.

$$\sin 2x = t^2 + 1$$

Формулы

Универсальная подстановка.

$$\sin x = \frac{2\operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}; \quad \cos x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}; \quad \operatorname{tg} x = \frac{2\operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}};$$

$x \neq \pi + 2\pi n$;
Проверка
обязательна!

Понижение степени.

$$\cos^2 x = (1 + \cos 2x) : 2$$

$$\sin^2 x = (1 - \cos 2x) : 2$$

Метод вспомогательного аргумента.

$a \cos x + b \sin x$ заменим на $C \sin(x + \phi)$, где $C = \sqrt{a^2 + b^2}$;

$$\sin \phi = \frac{a}{C}; \quad \cos \phi = \frac{b}{C}; \quad \phi - \text{вспомогательный аргумент.}$$

Правила

- Увидел квадрат – понижай степень.
- Увидел произведение – делай сумму.
- Увидел сумму – делай произведение.

Потеря корней, лишние корни.

1. Потеря корней:

□ делим на $g(x)$.

□ опасные формулы (универсальная подстановка).

Этими операциями мы сужаем область определения.

2. Лишние корни:

□ возводим в четную степень.

□ умножаем на $g(x)$ (избавляемся от знаменателя).

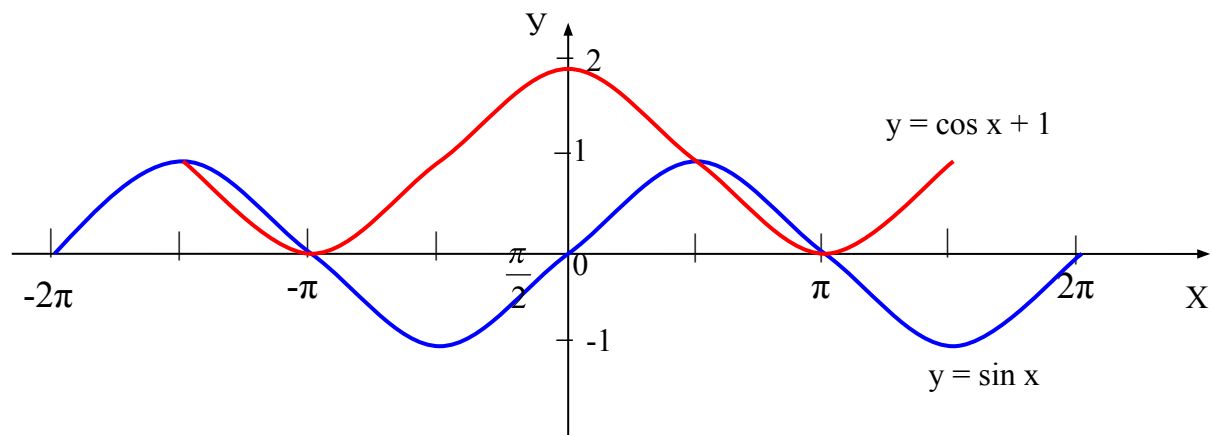
Этими операциями мы расширяем область определения.

Примеры тригонометрических уравнений.

Уравнения вида $A\sin x + B\cos x = C$

Пример 1. $3\sin 2x + \cos 2x + 1 = 0$.

Пример 2. $\sin x - \cos x = 1$



Пример 3. $8\cos x + 15\sin x = 17$.

Проблемы, возникающие при решении тригонометрических уравнений

1. Потеря корней.

□ Делим на $g(x)$.

□ Применяем опасные формулы.

◆ Найдите ошибку.

Пример. $\cos x = \sin x * \sin \frac{x}{2}$

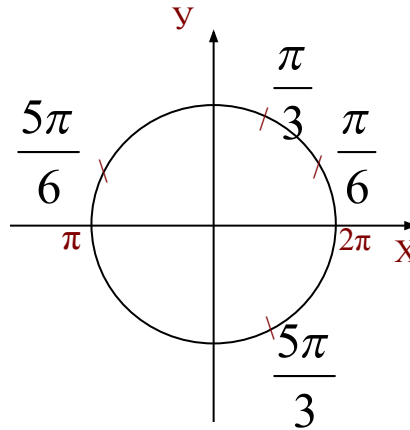
2. Посторонние корни.

□ Освобождаемся от знаменателя.

□ Возводим в четную степень.

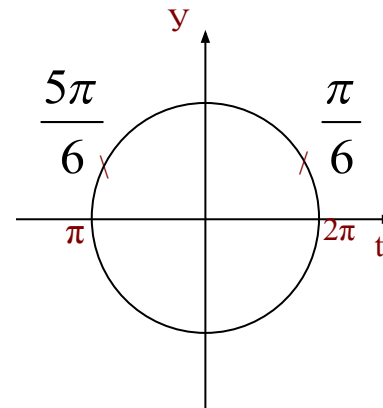
Пример 1.

$$(\sin 4x - \sin 2x + \cos 3x + 2\sin x - 1) : (2\sin 2x - \sqrt{3}) = 0$$



Пример 2.

$$\sqrt{1 - \sin 2x} = \sqrt{2} \cos 2x$$



Отбор корней.

Пример.

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x = \operatorname{tg} 3x$$

