«Мир Тесен» по Джону Клайнбергу

Мельников Иван
Еремин Юрий

Краткое содержание

Введение

- “Мир тесен”
  - тема анекдотических исследований и фольклора
  - часто бывает, что мы встречаем незнакомца и оказывается, что у нас есть общий знакомый

Введение(2)

- задача поиска информации
  - поведение пользователей Web
  - поведение агентов
  - поисковые протоколы (Gnutella, Freenet)

Эксперимент Стэнли Милграма

- проведенный в 1960х, остается одним из самых удачных в понимании проблемы
- человек из Небраски должен был передать письмо человеку, живущему в Массачусетсе
- шесть ступеней разделения людей в США

Открытия Милграма

- короткие пути в сетях знакомств существуют
- люди могут находить эти пути, зная только информацию о конечной цели

Исследования Пула и Кочена

- случайные сети имеют маленький диаметр
- если А и Б два индивидуума с общим другом, то скорее всего они сами друзья.
- НО, очень разветвленная сеть знакомств, не имеет малого диаметра

Модель Ватса и Строгатца

- балансирует между ограничениями разветвленности сети знакомств и диаметра сети
- пример - «сетчатый круг»
- простая структура, но при этом несколько ребер произведены случайным процессом, который эта структуры не описывает

Исследования Джона Клайнберга

- Почему незнакомые люди могут найти, соединяющую их короткую цепь знакомств?
- Существуют скрытые навигационные ключи, лежащие в социальной сети
- Децентрализованные алгоритмы

Открытия Джона Клайнберга

- существующих моделей недостаточно, чтобы объяснить успех децентрализованного алгоритма
- для одной из моделей класса обобщенных сетей Ватса и Строгатца существует децентрализованный алгоритм, способный находить короткие пути с большой вероятностью.
- существует уникальная модель в этом семействе, для которой децентрализованные алгоритмы эффективны.

Другие работы по теме

- как индивидуумы выбирают следующего адресата
- Бернард и Килворф : «обратные эксперименты тесного мира»
- Вайт – «смерть» цепи
- Хантер и Шотланд - прохождение цепи по разным социальным категориям людей
- Альберта, Йонг и Барабаси - способность агентов находить пути

Сетевая модель

- Описание модели
- Децентрализованные алгоритмы
- Результаты применения модели
- k – мерная сеть

Описание модели

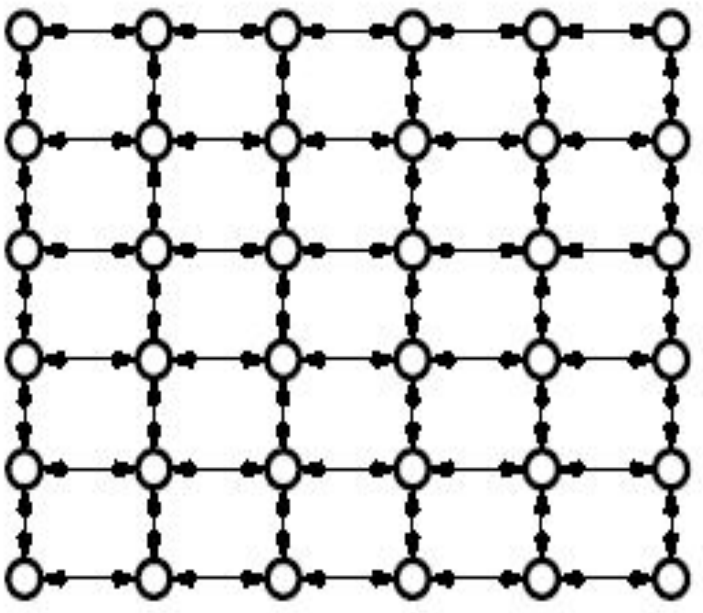
- квадратная сетка
  $$n \times n\ ,\ \{(i;\ j) : i \in \{1;\ 2;\ :\ :\ :\ ;\ n\};$$
  $$j \in \{1;\ 2;\ :\ :\ :\ ;\ n\}\}$$
- сетчатое расстояние

$$d((i;\ j);\ (k;\ l)) = |k - i| + |l - j|$$

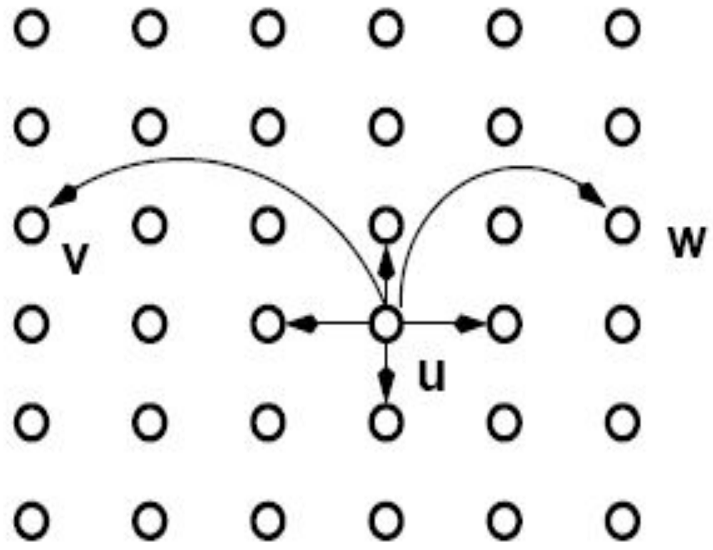
Описание модели(2)

- $p >= 1$ - локальные контакты
- $q >= 0$ - удаленные контакты
- $r >= 0$
- $[d(u; v)]^{-r}$- вероятность ребра из ***u*** в ***v***
- $[d(u; v)]^{-r} / \sum v[d(u; v)]^{-r}$ - введем такую величину, обратное распределение степени ***r***

Пример: Сеточная модель



Пример: Сеточная модель (2)



Контакты узла u при ***p = 1, q = 2,*** *где* ***v*** *и* ***w*** *– дальние контакты*

Описание модели**(3)**

- считая p и q фиксированными константами получаем однопараметрическое семейство сетей, зависящее от показателя ***r***
- ***r*** – базовый параметр, измеряющий как широко разветвлена данная сеть
- при ***r = 0*** получается модель Ватса Строгаца

Децентрализованные алгоритмы

На каждом шаге держатель сообщения знает:

- множество локальных контактов
- местоположение цели на решетке
- * местоположение и дальние контакты всех узлов, которые были держателями сообщения

Децентрализованные алгоритмы

- Ожидаемое время доставки
  - ожидаемое количество шагов по пути
  - порождаем граф в соответствии с обратным распределение степени ***r***
  - начальная и целевая точки выбираются случайно равномерно

Результаты применения модели

- **Теорема 1:**

Существует константа a_0, зависящая от p и q, не зависящая от $\boldsymbol{n}$, такая что при $\boldsymbol{r = 0}$, ожидаемое время доставки любого децентрализованного алгоритма не меньше $\boldsymbol{a_0 n^{2/3}}$

Результаты применения модели **(2)**

- **Теорема 2:**

Существует децентрализованный алгоритм А и константа a_2, независящая от n, так что при $\boldsymbol{r = 2}$ и $\boldsymbol{p = q = 1}$, ожидаемое время доставки не больше $\boldsymbol{a_2(\log n)^2}$.

Фундаментальное следствие

- когда дальние контакты создаются процессом, связывающих их определенным образом с геометрией решетки поиск эффективен

Главные предположения теорем

- В первой теореме равномерное распределение не позволяет алгоритму использовать скрытые «ключи» геометрии решетки
- алгоритм А второй теоремы: на каждом шаге держатель сообщения выбирает контакт наиболее близкий к цели в смысле сетчатой метрики

Теорема

- ***$0 <= r < 2$***

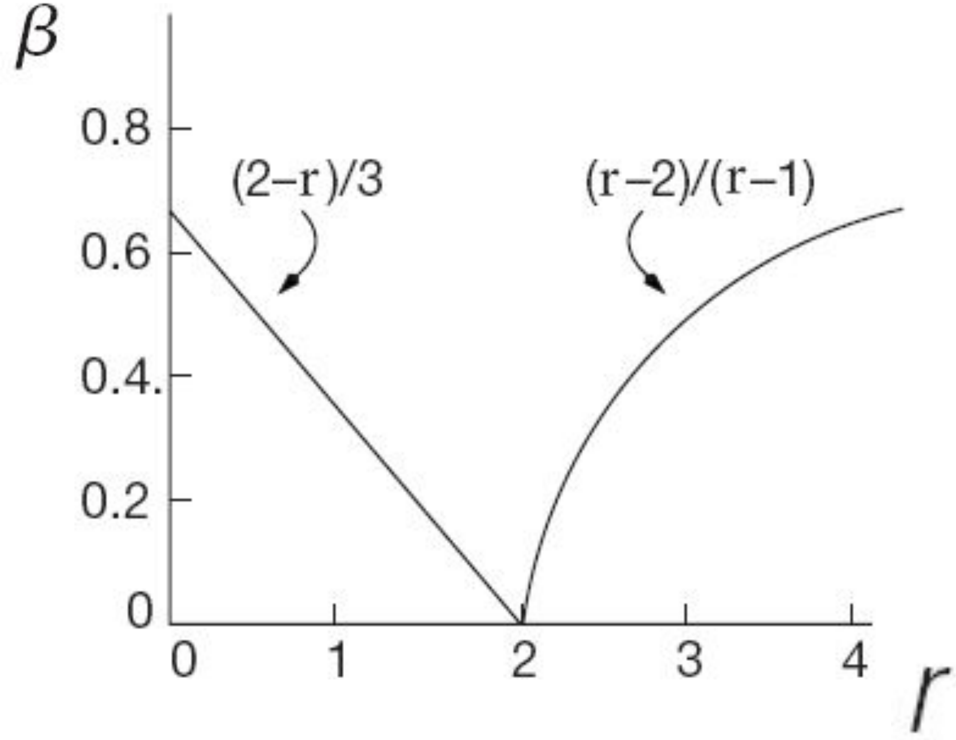
Существует константа a_r, зависящая от ***p, q, r,*** независимая от n, такая что ожидаемое время доставки любого децентрализованного алгоритма не меньше $a_r n^{(2-r)/3}$

- ***$r > 2$***

Существует константа a_r, зависящая от ***p, q, r,*** независимая от n, такая что ожидаемое время доставки любого децентрализованного алгоритма не меньше $a_r n^{(r-2)/(r-1)}$

Зависимость ожидаемого времени от коэффициента кластеризации

- Ожидаемое время $T \geqslant cn^{\beta}$



k - мерная сеть

- обобщение результатов
- алгоритм может строить пути с длиной, полиноминально зависящей от ***log n***, если только

  $\boldsymbol{r = k}$

Скорость передачи

- «скорость передачи» класса сетей
- минимизация диаметра не то же самое что минимизация ожидаемого времения поиска
- сеть должна содержать структурные ключи которые могут быть использованы для направления к цели

Сети, поддерживающие эффективный поиск

- Иерархическая сетевая модель
- Модель с полилогарифмическим внешним уровнем
- Модель с постоянным внешним уровнем
- Групповые структуры

Иерархическая сетевая модель

- ***b*** - арное дерево ***T***, ***b = const***
- V – набор листьев из T, ***n*** – размер ***V***
- для ***v*** и ***w***, ***h (v, w)*** - высота их последнего общего предка в ***T*** ,
- монотонная невозрастающая функция ***f(·)*** - вероятность возникновения связи
- для $v \in V$, $f(h(v,w))/\sum_{x \neq v} f(h(v, x))$
- число связей ***к*** - внешний уровень модели

Модель с полилогарифмическим внешним уровнем

- ***k* = *c*** $\log^2$***n***, где ***c* = *const***
- $f(h)$ растет асимптотически как $b^{-\alpha h}$

$$\lim_{h\to\infty} \frac{f(h)}{b^{-\alpha' h}} = 0 \quad , \quad \alpha' < \alpha$$

$$\lim_{h\to\infty} \frac{b^{-\alpha'' h}}{f(h)} = 0 \quad , \quad \alpha'' > \alpha$$

Естественные интерпретации модели

- WWW иерархия тем (yahoo.com)

  Science/Computer_Science/Algorithms более вероятно будет связана с ***Science/Computer_Science/Machine_Learning*** , чем с ***Arts/Music/Opera***

Полученные результаты

Теорема

- $\exists$ иерархическая модель степени $\boldsymbol{\alpha = 1}$ с полилогарифмическим внешним уровнем, у которой время поиска децентрализованным алгоритмом оценивается $\boldsymbol{O(\log n)}$.

Полученные результаты

Теорема(продолжение)

- $\forall$ ***α ≠ 1***, не существует иерархической модели степени α с полилогарифмическим внешним уровнем, у которой децентрализованный алгоритм может достичь полилогарифмическое время поиска.

Групповые структуры

- набор узлов ***V***
- собрание подмножеств ***V***
- константы $\lambda < 1$ и $\beta > 1$:
  - ***R*** - группа размером $q >= 2$, $v \in R$, $\exists R' \subseteq R$, $v \in R'$, R' строго меньшая R, $|R'| \leq \lambda q$
  - $R1, R2, R3, \ldots$ – группы, имеющие размер не больше q и содержащие общий узел v, то их объединение имеет размер не больше βq

Индуцированная групповая модель степени α

- ***(V, {Ri})***
- ***q(v, w)*** - размер наименьшей подгруппы
- ***f (·)*** – монотонная, невозрастающая
- ***f (·)*** растет асимптотически как $q^{-\alpha}$

Полученные результаты

Теорема:

- Для каждой групповой структуры существует индуцированная групповая модель степени $\alpha = 1$ с полилогарифмическим внешним уровнем, у которой время поиска децентрализованным алгоритмом оценивается $O(\log n)$.
- Для каждого $\alpha < 1$, не существует индуцированной групповой модели степени α с полилогарифмическим внешним уровнем, у которой децентрализованный алгоритм может достичь полилогарифмическое время поиска.

Выводы

- соотношение между локальной структурой и дальними контактами
- вблизи критического порога – появляются «ключи» сети.
- ниже критического значения эти ключи исчезают
- в пределе короткие цепи существуют, но индивидуумы, дезориентированные в социальных контактах, не могут их найти.

Открытые вопросы

- Вопрос Фрагно
- Какие из развивающихся процессов могут сделать поиск по сетям более эффективным?
- Осознанность узлов-посредников
- Реконструкция сетей

Ссылки

- J. Kleinberg. Navigation in a Small World. Nature 406 (2000)
- J. Kleinberg. The small-world phenomenon: An algorithmic perspective. Proc 32nd Symposium on Theory of Computing, 2000
- J. Kleinberg. Small-world Phenomena and the Dynamics of Information. Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS) 14, 2001.

Ссылки(2)

- J. Kleinberg, P.Raghavan. Query Incentive Networks. Proc 46 th IEEE Symposium of Foundations of Computer Science, 2005.
- S. Milgram, The small world problem. Psychology Today 1 (1967)/
- J. Kleinberg. The small world phenomenon and Decentralized Search, SIAM News, Volume 37, number 3, april 2004
- Домашняя страница Джона Клайнберга.

Вопросы?

- Всем спасибо